

## РАЗВИТИЕ МЕТОДА ПРОГНОЗНОГО ГРАФА В УСЛОВИЯХ НЕПОЛНОТЫ И НЕТОЧНОСТИ ЭКСПЕРТНЫХ ОЦЕНОК

**Аннотация.** Рассмотрены механизмы обработки нечетких экспертных оценок при прогнозировании времени и путей решения научно-технических проблем. Предложена функция распределения вероятности времени выполнения работ, позволяющая по совокупности дискретных интервальных бета-распределений построить интегральное непрерывное распределение случайной величины на всей области ее определения. В качестве меры согласованности нечетких оценок используется коэффициент вариации левых и правых границ временных интервалов. Описано применение метода Монте-Карло для определения ожидаемых затрат.

**Ключевые слова:** прогноз, прогнозный граф, время достижения цели, бета-распределение, экспертиза, экспертные оценки, нечеткие оценки, метод Монте-Карло.

### ВВЕДЕНИЕ

Метод прогнозного графа (МПГ) предложен академиком В.М. Глушковым в 1969 г. для прогнозирования научных разработок, используемых при создании технических средств обработки информации и оценке перспектив развития вычислительной техники [1]. В настоящее время его можно эффективно применять для решения задач с высокой степенью неопределенности, например задач определения путей и результатов развития научно-технического прогресса, прогнозирования и планирования сложных социально-экономических процессов, а также научных и технических работ, необходимых при создании средств реализации инновационных проектов в различных сферах деятельности.

Использование МПГ дает возможность формировать множества вариантов научно-технического развития и нахождения оптимальных путей достижения целей. Существенной частью метода является коллективная экспертиза по формированию набора исходных проблем и определению времени их решения. При этом используются точечные временные оценки. Однако на практике человеку психологически проще дать нечеткую интервальную оценку времени наступления того или иного события, чем указать конкретное значение. Другая важная особенность МПГ — предположение о линейном законе распределения времени выполнения работ, что не всегда оправдано, особенно когда интервалы времени имеют значительную длительность.

В целях расширения возможностей МПГ в работе [2] рассмотрены механизмы обработки нечетких оценок при построении дискретных распределений времени достижения целей. В данной статье, являющейся дальнейшим развитием этих исследований, предложен способ учета неполных и нечетких экспертных оценок при построении непрерывных эмпирических распределений, что позволяет получить более точный прогноз вероятного времени и путей решения указанных проблем.

### СТРУКТУРИЗАЦИЯ ЗАДАЧИ

Для пояснения сути предлагаемого подхода рассмотрим его в контексте МПГ при решении следующей задачи [1].

Пусть требуется оценить вероятное время и пути решения некоторого числа научно-технических проблем  $s_1, s_2, \dots, s_m$ . Среди них могут быть проблемы как прикладного, так и фундаментального характера.

Сначала список проблем  $s_1, s_2, \dots, s_m$ , называемых основными целями, дополняется новыми проблемами — промежуточными целями  $s_{m+1}, \dots, s_{m+n}$ , решение которых может оказаться необходимым или полезным для достижения конечных целей. Затем для рассмотрения каждой проблемы  $s_i$  ( $i = 1, m+n$ ) привлекается группа экспертов, формулирующих условие ее решения  $s_{i1}, s_{i2}, \dots, s_{ik}$  и задающих оценки времени  $t_i$  достижения цели  $s_i$  после выполнения поставленного условия. Также определяются затраты  $w_i$  для достижения этой цели без учета затрат на достижение промежуточных целей, выдвинутых в качестве условий. В результате для каждой цели  $s_i$  сформулировано несколько таких условий в соответствии с количеством привлеченных для работы экспертов.

Основным подходом для получения оценок времени выполнения работ является метод PERT (Program Evaluation and Review Technique). Он основывается на предположении о бета-распределении случайной величины, определяющей длительность выполнения операций. Варьируя его параметрами, можно описать различные особенности поведения случайной величины (от случая равномерного закона до случая с ярко выраженной модой) в зависимости от характера работ.

В [3, 4] рассмотрены способы выбора бета-распределения для каждого временного интервала в проектной модели. При этом используются три оценки времени выполнения работ: оптимистическое, пессимистическое и наиболее вероятное время. Причем основные трудности, как правило, вызывает определение наиболее вероятного времени, особенно в случае оценки работ, по которым нет достаточных статистических данных, что характерно для современных научно-исследовательских и опытно-конструкторских разработок.

В связи с этим созданы различные вероятностные сетевые модели [5, 6]. Одной из самых простых и эффективных является вероятностная модель Д.И. Голенко [7], которая основана на бета-распределении в интервале  $[a, b]$  с плотностью

$$f(t | a, b) = \begin{cases} \frac{12}{(b-a)^4} (t-a)(b-t)^2 & \text{при } a \leq t \leq b, \\ 0 & \text{в противном случае.} \end{cases} \quad (1)$$

Данная модель построена на допущении о постоянстве параметров бета-распределения для всех работ проекта и предполагает определение только двух оценок продолжительности выполнения работы: оптимистической и пессимистической. С учетом этого оценки времени достижения цели  $s_i$  и необходимых затрат зададим в нечетком виде

$$\tilde{t}_i = [t'_i, t''_i], \quad \tilde{w}_i = [w'_i, w''_i],$$

где  $t'_i, w'_i$  ( $t''_i, w''_i$ ) — оптимистические (пессимистические) оценки времени и затрат.

Далее, введем вероятность  $p_i(t | t'_i, t''_i)$  того, что цель  $s_i$  будет достигнута к моменту времени  $t'_i \leq t \leq t''_i$ . Эту вероятность вычислим по формуле

$$p_i(t | t'_i, t''_i) = \begin{cases} 0, & t < t'_i, \\ F_i(t), & t'_i \leq t \leq t''_i, \\ 1, & t > t''_i, \end{cases} \quad (2)$$

где  $F_i(t) = \frac{1}{B(2,3)} \int_0^x y(1-y)^2 dy$  — функция бета-распределения в интервале

$[t'_i, t''_i]$  с параметрами  $\alpha=2, \beta=3, B(2,3) = \int_0^1 y(1-y)^2 dy$  — бета-функция,

$x = \frac{t-t'_i}{t''_i-t'_i}$  — переменная масштабирования ( $0 \leq x \leq 1$ ). Поскольку  $B(2,3) = 1/12$ ,

окончательно имеем  $F_i(t) = 12 \int_0^x y(1-y)^2 dy$ .

Зная вероятность  $p_i(t | t'_i, t''_i)$ , можно найти вероятность  $p_i(t)$  того, что к моменту времени  $t$  проблема  $s_i$  будет решена. Эту вероятность с учетом [1] вычислим по формуле

$$p_i(t) = \sum_{j=1}^{m_i} r_{ij} p_{ij}(t | t'_{ij}, t''_{ij}) p_{ij1}(t) p_{ij2}(t) \dots p_{ijk_j}(t), \quad (3)$$

где  $ij1, ij2, \dots, ijk_j$  — номера промежуточных целей, определенных  $j$ -м экспертом в качестве условия достижения цели  $s_i$ ;  $r_{ij}$  — весовой коэффициент эксперта, причем  $\sum_{j=1}^{m_i} r_{ij} = 1$ ;  $t'_{ij}, t''_{ij}$  — границы оценки времени достижения цели  $s_i$

после выполнения сформулированного экспертом условия;  $m_i$  — количество экспертов, оценивавших  $i$ -ю цель.

Формула (3) дает усредненную оценку вероятности с учетом весов экспертов. Причем для безусловных целей произведение  $r_{ij} p_{ij}(t | t'_{ij}, t''_{ij}) p_{ij1}(t) \times \dots \times p_{ijk_j}(t)$  в этой формуле необходимо заменить  $r_{ij} p_{ij}(t | t'_{ij}, t''_{ij})$ .

Для того чтобы по формуле (3) последовательно найти функции  $p_i(t)$  для всех целей  $s_i$  ( $i = \overline{1, m+n}$ ), нужно осуществить расслоение целей (как основных, так и промежуточных) на непересекающиеся множества  $M_0, M_1, \dots, M_p$ . Множество  $M_0$  должно состоять из целей, имеющих только безусловные оценки времени своего достижения. Для целей в любом из множеств  $M_i$  в качестве условий могут использоваться лишь цели из множеств  $M_0, M_1, \dots, M_{i-1}$  ( $i = \overline{1, p}$ ). Если первоначально такое расслоение невозможно, то, вводя новые вспомогательные цели и дополнительно работая с экспертами, можно добиться расслоения всех целей.

Кроме того, для каждой цели  $s_i$  ( $i = \overline{1, m+n}$ ) вычисляются «сдвинутые» оценки времени ее достижения относительно времени выполнения ее условия. Эти оценки используются при определении вероятностей по формуле (2). Сдвинутые оценки вычисляются следующим образом.

**Случай 1.** Пусть  $s_i$  — безусловная цель,  $\tilde{t}_{ik} = [t'_{ik}, t''_{ik}]$  ( $k = \overline{1, m}$ ) — оценки времени ее достижения. Тогда эти оценки и будут ее сдвинутыми оценками.

**Случай 2.** Пусть  $s_{i1}$  — безусловная цель, являющаяся условием достижения цели  $s_i$ , а  $\tilde{t}_{ik} = [t'_{ik}, t''_{ik}]$  ( $k = \overline{1, m}$ ) — оценки времени ее достижения после выполнения этого условия. Далее, пусть  $\tilde{t}_{i1k} = [t'_{i1k}, t''_{i1k}]$  ( $k = \overline{1, m}$ ), а  $T_{i1} = [t_{i1}^{\min}, t_{i1}^{\max}]$  — временной интервал максимальной длительности цели  $s_{i1}$ , где  $t_{i1}^{\min} = \min_k t'_{i1k}$  и  $t_{i1}^{\max} = \max_k t''_{i1k}$ . Тогда границы сдвинутых оценок времени достижения цели  $s_i$  можно получить так:

$$t'_{ik} = t'_{ik} + t_{i1}^{\min}, \quad t''_{ik} = t''_{ik} + t_{i1}^{\max}.$$

**Случай 3.** Пусть  $s_{i1}, s_{i2}, \dots, s_{ik}$  — цели, являющиеся условием достижения цели  $s_i$ ,  $\tilde{t}_{ik} = [t'_{ik}, t''_{ik}]$  ( $k = 1, m$ ) — оценки времени ее достижения после выполнения этого условия, а  $T_{i1} = [t_{i1}^{\min}, t_{i1}^{\max}]$  — временной интервал максимальной длительности цели  $s_{i1}$ . В таком случае границы сдвинутых оценок времени достижения цели  $s_i$  вычисляются следующим образом:

$$t'_{ik} = t'_{ik} + t_{i1}^{\min}, \quad t''_{ik} = t''_{ik} + t_{i1}^{\max}.$$

Для лучшего понимания сути таких вычислений рассмотрим пример. Пусть заданы две основные цели —  $s_1, s_2$  и три промежуточные —  $s_3, s_4, s_5$ . Пусть каждая цель оценивается двумя экспертами. В табл. 1 приведены результаты оценивания (расслоение целей, условия, первоначальные и сдвинутые оценки времени их достижения).

Исходя из данных таблицы, с учетом (2), для каждой цели получим следующие функции распределения вероятностей:

$$\begin{aligned} p_5(t) &= 0.4 p_{51}(t|1,3) + 0.6 p_{52}(t|2,3), \\ p_4(t) &= 0.3 p_{41}(t|4,7) p_5(t) + 0.7 p_{42}(t|2,3), \\ p_3(t) &= 0.5 p_{31}(t|5,11) p_4(t) + 0.5 p_{32}(t|3,10), \\ p_2(t) &= 0.4 p_{21}(t|5,14) p_3(t) p_5(t) + 0.6 p_{22}(t|5,11) p_4(t) p_5(t), \\ p_1(t) &= 0.6 p_{11}(t|7,17) p_2(t) p_3(t) p_4(t) + 0.4 p_{12}(t|6,15) p_3(t) p_5(t). \end{aligned}$$

Данные функции можно использовать для прогноза наиболее вероятного времени достижения каждой цели (медиана соответствующего распределения). Кроме того, для этих распределений можно получить соответствующие плотности на максимальных интервалах по формуле, аналогичной (3). Так, для распределения  $p_5(t)$  плотность описывается функцией  $f_5(t|1,3) = 0.4 f_{51}(t|1,3) + 0.6 f_{52}(t|2,3)$ . На рис. 1 приведены графики дифференциальной и интегральной функций распределения  $p_5(t)$ .

**Таблица 1**

Цели	$s_1$		$s_2$		$s_3$		$s_4$		$s_5$	
Слой	$M_4$		$M_3$		$M_2$		$M_1$		$M_0$	
Эксперты	1-й	2-й	1-й	2-й	1-й	2-й	1-й	2-й	1-й	2-й
Веса экспертов	0.6	0.4	0.4	0.6	0.5	0.5	0.3	0.7	0.4	0.6
Условия достижения целей	$(s_2, s_3, s_4)$	$(s_3, s_5)$	$(s_3, s_5)$	$(s_4, s_5)$	$s_4$	$s_4$	$s_5$	—	—	—
Оценки времени	[2, 3]	[3, 4]	[2, 3]	[3, 4]	[3, 4]	[1, 3]	[3, 4]	[2, 3]	[1, 3]	[2, 3]
Оценки затрат	[1, 2]	[1, 4]	[2, 6]	[3, 6]	[2, 4]	[1, 2]	[3, 5]	[1, 3]	[2, 3]	[2, 4]
Сдвинутые оценки времени	[7, 17]	[6, 15]	[5, 14]	[5, 11]	[5, 11]	[3, 10]	[4, 7]	[2, 3]	[1, 3]	[2, 3]
Максимальный интервал	$T_1 = [6, 17]$		$T_2 = [5, 14]$		$T_3 = [3, 11]$		$T_4 = [2, 7]$		$T_5 = [1, 3]$	

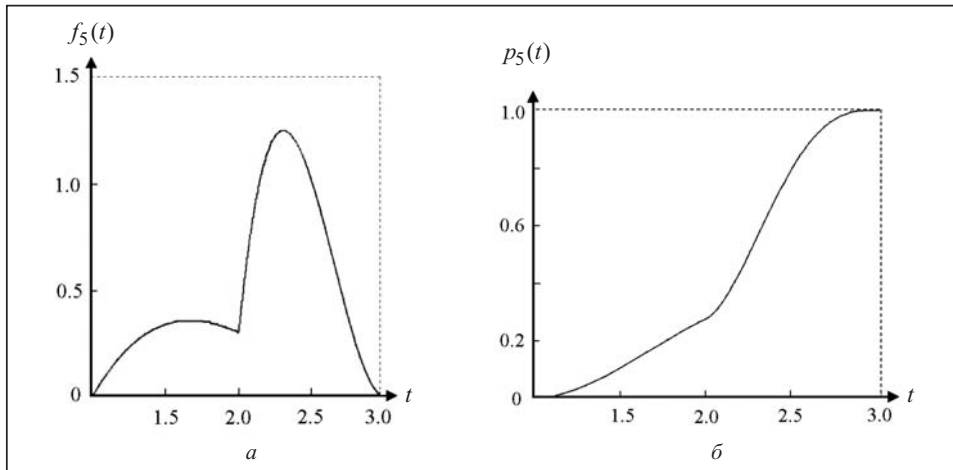


Рис. 1. Функции распределения  $p_5(t)$ : дифференциальная (а), интегральная (б)

### УТОЧНЕНИЕ ОЦЕНОК

При коллективной экспертизе расхождения в оценках экспертов неизбежны. Результаты экспертизы могут считаться достаточно надежными только при условии согласованности оценок отдельных специалистов. Поэтому следующим шагом является определение степени согласованности экспертных оценок и их уточнение.

Уточнение оценок времени осуществляется в два этапа. На первом этапе уточняются оценки времени достижения безусловных целей, на втором — оценки условных целей. Основанием уточнения оценок является достаточно низкая степень их согласованности. Мерой согласованности оценок будем полагать коэффициент вариации.

**Этап 1.** На данном этапе коэффициент вариации определим отдельно для левых и правых границ интервалов времени по формуле  $V = s/\bar{x}$ , где  $s$  — выборочное среднее квадратическое отклонение оценок,  $\bar{x}$  — их среднее значение.

Пусть  $[a_{i1}, b_{i1}], \dots, [a_{ik_i}, b_{ik_i}]$  — оценки времени достижения  $i$ -й безусловной цели, заданные  $k_i$  экспертами. Тогда для вычисления коэффициентов вариации  $V_{iL}, V_{iR}$  границ  $a_{ik_i}$  и  $b_{ik_i}$  их выборочное среднее квадратическое отклонение и среднее значение определим по следующим формулам:

$$s_{iL} = \sqrt{\frac{1}{k_i - 1} \sum_{j=1}^{k_i} (a_{ij} - \bar{x}_{iL})^2 r_{ij}}, \quad \bar{x}_{iL} = \frac{\sum_{j=1}^{k_i} a_{ij} r_{ij}}{\sum_{j=1}^{k_i} r_{ij}},$$

$$s_{iR} = \sqrt{\frac{1}{k_i - 1} \sum_{j=1}^{k_i} (b_{ij} - \bar{x}_{iR})^2 r_{ij}}, \quad \bar{x}_{iR} = \frac{\sum_{j=1}^{k_i} b_{ij} r_{ij}}{\sum_{j=1}^{k_i} r_{ij}},$$

где  $r_{ij}$  — весовой коэффициент  $j$ -го эксперта, оценивавшего  $i$ -ю цель ( $\sum_{j=1}^{k_i} r_{ij} = 1$ ).

В практике применения методов экспертных оценок существуют различные условные классификации вариабельности выборки на основе коэффициента вариации. Так, результаты экспертизы можно считать удовлетворительными, если  $0.2 \leq V \leq 0.3$ , и хорошими, если  $V < 0.2$ . Эти условия, в зависимости от требуемой точности экспертизы, могут использоваться в качестве критерия согласованности оценок экспертов.

**Этап 2.** На данном этапе в качестве коэффициента вариации оценок используем отношение  $V = \sigma / m_t$ , где  $\sigma$  — среднее квадратическое отклонение случайной величины  $t$ ,  $m_t$  — ее математическое ожидание.

Пусть  $[t'_i, t''_i]$  — сдвинутая оценка времени достижения  $i$ -й условной цели. Далее, пусть  $t_{i1}, t_{i2}, \dots, t_{in_i}$  — произвольные точки данного интервала, а  $p_{ik}(t_{ik})$  — вероятности того, что к моменту времени  $t_{ik}$  цель  $s_i$  будет достигнута. Эти вероятности рассчитываются по формуле (1). Тогда

$$\sigma = \sqrt{\sum_{j=1}^{n_i} (t_{ij} - m_t)^2 p_{ij}}, \quad m_t = \sum_{j=1}^{n_i} t_{ij} p_{ij}.$$

Заметим, что уточнение оценок затрат осуществляется аналогично уточнению оценок времени для безусловных целей.

Для уточнения прогноза экспертиза проводится непрерывно. Каждый раз, когда тот или иной эксперт изменяет свое мнение, определяется степень неопределенности прогноза времени достижения безусловных целей и осуществляется пересчет вероятностей  $p_{ik}(t_{ik})$ . При этом цели для уточнения оценок экспертов выбираются из множеств  $M_k$ , начиная с меньшего номера. В результате уточнения прогноза для каждой основной цели  $s_i$  получаем граф прогнозных траекторий (путей) ее достижения (рис. 2).

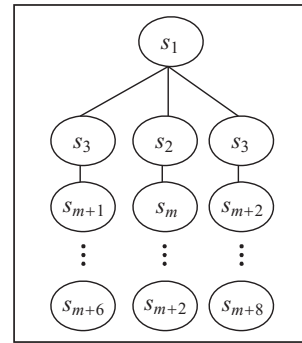


Рис. 2. Пример прогнозного графа достижения цели  $s_1$

#### ВЫБОР ПУТЕЙ ДОСТИЖЕНИЯ ОСНОВНЫХ ЦЕЛЕЙ

Выбор пути осуществляется по трем критериям. Первым критерием является степень уверенности, что данный путь приведет к достижению конечной цели. Основанием служит достаточно высокий весовой коэффициент эксперта, предложившего этот путь, и число экспертов, указавших аналогичные промежуточные цели.

Пусть  $P_{ij} = (s_{ij1}, s_{ij2}, \dots, s_{ijn_j})$  — путь достижения  $i$ -й цели, определенный  $j$ -м экспертом, где  $s_{ij1}, s_{ij2}, \dots, s_{ijn_j}$  — промежуточные цели. Тогда степень уверенности, что путь  $P_{ij}$  приведет к конечной цели  $s_i$ , вычислим следующим образом:

$$\gamma_{ij} = \mu_{ij} + \frac{1}{n_j} \sum_{k=1}^{n_j} \sum_{l \neq j} \mu_l(s_{ijk}),$$

где  $\mu_{ij}$  — весовой коэффициент  $j$ -го эксперта,  $\sum_{l \neq j} \mu_l(s_{ijk})$  — операция суммирования весовых коэффициентов  $\mu_l(s_{ijk})$  экспертов, предложивших пути, в которых есть цель  $s_{ijk}$ . При этом  $\mu_{ij} \leq \gamma_{ij} \leq 1$ .

Второй критерий — ожидаемое время  $t_{ож}$  достижения основной цели данным путем. Таким временем является мода соответствующего распределения. Поскольку распределение вероятности времени достижения целей полимодальное (см. рис. 1, а), в качестве моды используется глобальный максимум функции плотности на заданном интервале.

Третьим критерием являются ожидаемые затраты для достижения цели  $s_i$  этим путем. Затраты  $W(s_i)$  вычислим для каждой цели  $s_i$  (как основной, так и промежуточной) без учета затрат на достижение промежуточных целей, выдвинутых в качестве условий. В этом случае  $W(s_i)$  можно считать независимыми случайными величинами и оценивать общие затраты по каждому пути суммой затрат на все входящие в него цели.

Оценку затрат проведем для всех целей, начиная с множества  $M_0$ . Пусть  $s_i$  — безусловная цель,  $\tilde{w}_{ij} = [w'_{ij}, w''_{ij}]$  — нечеткая оценка затрат для достижения этой цели  $j$ -го эксперта, а  $w_{ij} \in [w'_{ij}, w''_{ij}]$  — реальные затраты. Тогда ожидаемые затраты для достижения цели  $s_i$  получим по формуле

$$W(s_i) = \sum_{j=1}^n r_{ij} w_{ij}, \quad (4)$$

где  $n$  — количество экспертов, оценивавших эту цель,  $r_{ij}$  — весовой коэффициент  $j$ -го эксперта, причем  $\sum_{j=1}^n r_{ij} = 1$ .

Для получения величин  $w_{ij}$  воспользуемся методом статистического моделирования Монте-Карло. Основной задачей такого моделирования является выбор типа распределения этих величин. Согласно [8] на практике, как правило, используется треугольное распределение, и только в тех случаях, когда описание затрат явно исключает «треугольник», переходят к другому распределению. С учетом этого положения полагаем, что случайные величины  $w_{ij}$  имеют треугольное распределение в интервалах  $[w'_{ij}, w''_{ij}]$  с функцией

$$F(w_{ij} | w'_{ij}, w''_{ij}) = \begin{cases} 0, & w_{ij} < w'_{ij}, \\ \frac{2(w_{ij} - w'_{ij})^2}{(w''_{ij} - w'_{ij})^2}, & w'_{ij} \leq w_{ij} \leq \frac{w'_{ij} + w''_{ij}}{2}, \\ 1 - \frac{2(w''_{ij} - w_{ij})^2}{(w''_{ij} - w'_{ij})^2}, & \frac{w'_{ij} + w''_{ij}}{2} \leq w_{ij} \leq w''_{ij}, \\ 1, & x > w''_{ij}. \end{cases}$$

Моделирование величин  $w_{ij}$  проведем методом обратной функции. Генерируется случайное число  $r \in [0, 1]$ , вычисляются случайные значения затрат  $w_{ij} = F^{-1}(r | w'_{ij}, w''_{ij})$  ( $j = \overline{1, n}$ ) и ожидаемые затраты (4). В данном случае обратная функция имеет вид

$$F^{-1}(r | w'_{ij}, w''_{ij}) = \begin{cases} w'_{ij} + (w''_{ij} - w'_{ij}) \sqrt{\frac{r}{2}}, & r < \frac{1}{2}, \\ w''_{ij} - (w''_{ij} - w'_{ij}) \sqrt{\frac{(1-r)}{2}}, & r \geq \frac{1}{2}. \end{cases}$$

Пусть в результате  $m$  розыгрышей случайных величин  $w_{ij}$  получены следующие значения возможных затрат:  $W_1(s_i), W_2(s_i), \dots, W_m(s_i)$ . Тогда в качестве ожидаемых затрат для достижения цели  $s_i$  берется их среднее арифметическое значение. Пусть также  $s_i$  — условная цель,  $s_{ij1}, s_{ij2}, \dots, s_{ijk}$  и  $\tilde{w}_{ij} = [w'_{ij}, w''_{ij}]$  — условие (путь) и оценка затрат для достижения  $i$ -й цели  $j$ -го эксперта, а  $W(s_{ijk})$  — ожидаемые затраты, необходимые для достижения цели  $s_{ijk}$ . Тогда ожидаемые затраты для достижения  $i$ -й цели  $j$ -м путем вычисляются как  $W_j(s_i) = w_{ij} + \sum_{l=1}^k W(s_{ijl})$ .

При этом моделирование случайной величины  $w_{ij}$  и вычисление результирующего значения  $W_j(s_i)$  осуществляется аналогичным образом.

Далее, задачу выбора можно интерпретировать как ранжирование альтернатив на основе соответствующего отношения предпочтения.

Для задания такого отношения на дискретных и конечных множествах широко используется метод обобщенного показателя с целевыми функциями аддитивного типа. В [9] показано, что при таком подходе бинарные отношения предпочтения альтернатив некоторого множества могут менять порядок на его подмножествах. В связи с этим предложен метод, в котором порядок предпочтения на множестве альтернатив строится на основе их взаимного превосходства. Согласно К. Эрроу такой порядок всегда будет постоянным при неизменных критериях оценки.

Пусть дано множество критериев  $K = (k_1 / c_1, \dots, k_n / c_n)$ , где  $c_i$  — вес критерия  $k_i$ , причем  $\sum_{i=1}^n c_i = 1$ , и множество альтернатив  $A = \{A_i \mid A_i = (a_{i1}, \dots, a_{in}), i = \overline{1, q}\}$ , где  $a_{ij}$  — значение критерия  $k_j$  в альтернативе  $A_i$ . Рассмотрим две альтернативы —  $A_i, A_j \in A$ . Вычислим выражения  $S_i = \sum_{k=1}^n c_k a'_{ik}$  и  $S_j = \sum_{k=1}^n c_k a'_{jk}$ , где  $a'_{ik}$  и  $a'_{jk}$  — нормированные значения величин  $a_{ik}$  и  $a_{jk}$ , причем  $a'_{ik} + a'_{jk} = 1$ . Затем найдем отношение  $\gamma_{ij} = S_i / S_j$  и построим обратносимметрическую матрицу  $M = \|m_{ij}\|$ , в которой  $m_{ij} = \gamma_{ij}$ . Тогда элементы собственного вектора  $V$  этой матрицы будут являться приоритетами альтернатив из  $A$ .

Если не заданы повышенные требования к точности результатов, элементы вектора  $V$  могут быть найдены приближенно как среднее геометрическое соответствующих строк матрицы  $M$ .

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Использование при прогнозировании времени и путей решения научно-технических проблем нечетких экспертных оценок позволяет повысить объективность оценок, поскольку человеку психологически легче дать нечеткую интервальную оценку, чем указать точечное значение. Предложена функция распределения вероятности времени выполнения работ, позволяющая по совокупности дискретных интервальных бета-распределений строить интегральное непрерывное распределение случайной величины на всей области ее определения. Это дает возможность формировать гибкие распределения времени достижения целей и получать более точные оценки прогнозных траекторий решения проблем. Применение метода Монте-Карло при определении ожидаемых затрат позволяет в условиях недостаточного объема исходной информации повысить точность оценок затрат с учетом возможных рисков.

Рассмотренный подход дает возможность в условиях неполноты или недостаточной прозрачности информационного пространства на самых ранних стадиях анализа проблем получить более точные прогнозные оценки для принятия обоснованных решений.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Глушков В.М. О прогнозировании на основе экспертных оценок. *Кибернетика*. 1969. № 2. С. 8–17.
2. Самохвалов Ю.Я., Науменко Е.М., Бурба О.И. Использование нечетких оценок в методе прогнозного графа. *Ресстрація, зберігання і обробка даних*. 2010. Т. 12, № 4. С. 22–30.
3. Олейникова С.А., Кирилов А.А. Численная оценка параметров бета-распределения. *Вестник Воронежского государственного технического университета*. 2011. Т. 7, № 7. С. 209–212.
4. Davis R. Teaching note — teaching project simulation in Excel using PERT-Beta distributions. *INFORMS Transactions on Education*. 2008. Vol. 8, N 3. P. 139–148.
5. Баршполец В.А. Сетевое моделирование стохастических процессов выполнения комплекса взаимосвязанных операций. *РЭНСИТ*. 2011. Т. 3, № 2. С. 49–73.



6. Гельруд Я. Д. Обобщенные стохастические сетевые модели для управления комплексными проектами. *Вестник НГУ*. 2010. Т. 10, вып. 4. С. 36–51.
7. Голенко-Гинзбург Д.И. Стохастические сетевые модели планирования и управления разработками. Воронеж: Научная книга, 2010. 284 с.
8. Hulett D. Integrated cost-schedule risk analysis. New edition. Surrey, UK: Ashgate Publishing. 2011. 218 p.
9. Самохвалов Ю.Я. Групповой учет относительного превосходства альтернатив в задачах принятия решений. *Кибернетика и системный анализ*. 2003. № 6. С. 141–145.

*Надійшла до редакції 05.03.2017*

**Ю.Я. Самохвалов**

**РОЗВИТОК МЕТОДУ ПРОГНОЗНОГО ГРАФА В УМОВАХ НЕПОВНОТИ І НЕТОЧНОСТІ ЕКСПЕРТНИХ ОЦІНОК**

**Анотація.** Розглянуто механізми оброблення нечітких експертних оцінок для прогнозування часу і шляхів розв'язання науково-технічних проблем. Запропоновано функцію розподілу ймовірності часу виконання робіт, яка дозволяє за сукупністю дискретних інтервальних бета-розподілів побудувати інтегральний неперервний розподіл випадкової величини на всій області її визначення. Як міру узгодженості нечітких оцінок використовують коефіцієнт варіації лівих і правих меж часових інтервалів. Описано застосування методу Монте-Карло для визначення очікуваних витрат.

**Ключові слова:** прогноз, прогнозний граф, час досягнення цілі, бета-розподіл, експертиза, експертні оцінки, нечіткі оцінки, метод Монте-Карло.

**Yu.Ya. Samokhvalov**

**DEVELOPMENT OF THE PROGNOSIS GRAPH METHOD UNDER INCOMPLETE AND INACCURATE EXPERTS ASSESSMENTS**

**Abstract.** The author considers the mechanisms to process fuzzy experts' assessments in forecasting the time and possible solutions of scientific problems. The distribution function of the execution time probability is proposed. This function allows construct the continuous, integral distribution of a random variable on its total domain, based on the aggregate of discrete interval beta-distributions. As the matching measure of the fuzzy assessments, the coefficient of variation of the left and right limits of the time interval is used. The application of the Monte-Carlo method to find the expected expenses for the problem solution is described.

**Keywords:** prognosis, prognosis graph, aim reaching time, beta-distribution, expertise, experts' assessments, fuzzy assessment, Monte-Carlo method.

**Самохвалов Юрий Яковлевич,**

доктор техн. наук, профессор кафедры Киевского национального университета имени Тараса Шевченко, e-mail: yu1953@ukr.net.