

ЗАДАЧА ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ПОТОЧНОЙ ЛИНИЕЙ КОНВЕЙЕРНОГО ТИПА

Аннотация. Разработан метод оптимального управления параметрами поточной линии конвейерного типа. Модель конвейерной линии представлена уравнением в частных производных, что позволяет учесть распределение продукции вдоль технологического маршрута в зависимости от времени. Исследованы различные варианты ступенчатого управления скоростью конвейерной ленты. Описаны его особенности. При различных параметрах ступенчатого управления скоростью определено расхождение между темпом выпуска продукции с поточной линии и прогнозируемым спросом.

Ключевые слова: конвейер, предмет труда, производственная линия, параметры состояния поточной линии, технологическая позиция, переходной период, система управления производством.

ВВЕДЕНИЕ

Конкурентная способность предприятия с поточным методом организации производства зависит от системы управления параметрами поточной линии. Для проектирования систем управления современными поточными линиями наиболее часто используют дискретно-событийные модели (DES-model) [1], модели теории очередей (QN-model) [2], модели жидкости (Fluid-model) [3] и модели с применением уравнений в частных производных (PDE-model) [4, 5]. Формирование класса PDE-моделей производственных линий обусловлено мировой тенденцией развития производственных систем с поточным методом организации производства, заключающейся в сокращении производственного цикла изготовления изделий в условиях нестационарного спроса на них [6]. Значительную часть продолжительности жизненного цикла производственные поточные линии функционируют с переменной во времени производительностью выпуска. Перечисленные факторы развития производства существенно ограничили возможность использования хорошо зарекомендовавших себя DES-, QN- и Fluid-моделей в качестве базовых для проектирования систем управления поточными линиями.

ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМЫ

Теоретические расчеты и экспериментальные исследования функционирования таких производственных систем показали, что темп выхода продукции с заключительной технологической операции поточной линии $[\chi]_1(t, S_d)$ зависит как от общего количества предметов труда $W(t)$:

$$[\chi]_1(t, S_d) = CL(W(t)), \quad W(t) = \int_0^{S_d} [\chi]_0(t, S) dS, \quad (1)$$

находящихся в момент времени t в незавершенном производстве ($W(t) = \text{WIP}$: Work-in-Progress; $CL(W(t))$ — clearing-функция производственной системы) [7], так и от их распределения по технологическим операциям вдоль технологического маршрута с линейной плотностью $[\chi]_0(t, S)$ [6, 8, 9]. Координата $S \in [0, S_d]$ определяет технологическую позицию, или место обработки предмета труда в технологическом маршруте, где $S = S_0$ и $S = S_d$ — значение координаты технологической позиции для первой и заключительной операций. Зависимость между темпом обработки $[\chi]_1(t, S)$ и плотностью распределения предметов труда

$[\chi]_0(t, S)$ вдоль технологического маршрута в одномоментном описании имеет следующий вид [4–6]:

$$\frac{\partial[\chi]_0(t, S)}{\partial t} + \frac{\partial[\chi]_1(t, S)}{\partial S} = 0, \quad (2)$$

$$[\chi]_0(0, S) = \Psi(S), \quad (3)$$

где S_d — координата технологической позиции для заключительной операции; $[\chi]_0(t, S)$, $[\chi]_1(t, S)$ — плотность распределения и темп обработки предметов труда в момент времени t на технологической позиции, характеризующейся координатой S ; $\Psi(S)$ — начальное распределение предметов труда вдоль технологического маршрута. Появление нового класса моделей производственных систем (PDE-model) поставило перед исследователями проблему проектирования систем управления параметрами поточных линий с учетом факторов незавершенного производства, распределенного вдоль технологического маршрута.

ОБЗОР ПРОВЕДЕННЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

В работе [10] рассмотрена задача оптимального управления поточной линией, модель которой представлена системой уравнений

$$\frac{\partial[\chi]_0(t, S)}{\partial t} + \frac{\partial([\chi]_0(t, S)V(W(t)))}{\partial S} = 0,$$

$$V(W(t)) = \frac{V_{\max}}{1+W(t)}, \quad \lambda(t) = V(W(t))[\chi]_0(t, 0),$$

$$[\chi]_0(0, S) = \Psi(S).$$

Скорость движения продукции по технологическому маршруту $V(W(t))$ зависит от общего объема незавершенного производства $W(t)$ (1), изменяющегося во времени в результате производственной деятельности; $\lambda(t)$ — поток изделий, поступающих на первую технологическую операцию.

В настоящей статье представлен численный метод построения оптимального управления и выполнен анализ полученных результатов. При решении задачи использован метод ортогональных функций. Теоретический фундамент применения метода сопряженных операторов при построении оптимальных управлений параметрами поточной линии сформирован в [11]. В работе [12] рассмотрен численный метод (IMEX-Runge–Kutta Discretization) проектирования оптимального управления поточным производством с применением метода малого параметра. Использование PDE-моделей для построения оптимальных режимов функционирования сталепрокатных производств описано в [13]. Применению PDE-моделей в задачах проектирования систем управления поточных линий по производству полупроводников посвящены работы [5, 6, 9, 11, 14, 15]. Задача оптимального управления параметрами поточных линий предприятий общего машиностроения рассмотрена в [8, 16–18]. Решение системы уравнений (2), (3) для случая постоянной скорости движения продукции по поточной линии или ее отдельной части при отсутствии управления приведено в [16, 19]. Система уравнений (2), (3) позволяет описать функционирование обширного класса производственных систем [9–11], среди которых выделим предприятия с конвейерным типом организации производства [20–24]. Регулирование скорости движения конвейерной ленты изменяет пропускную способность линии. Неравномерность загрузки горной породы вдоль ленточного конвейера влияет на энергозатраты при транспортировке породы [21–23], определяет динамику функционирования системы в целом. Значение величины потока горной породы, выдаваемой на конвейер, постоянно изменяется во времени. Возникает требование соответствия скорости ленты

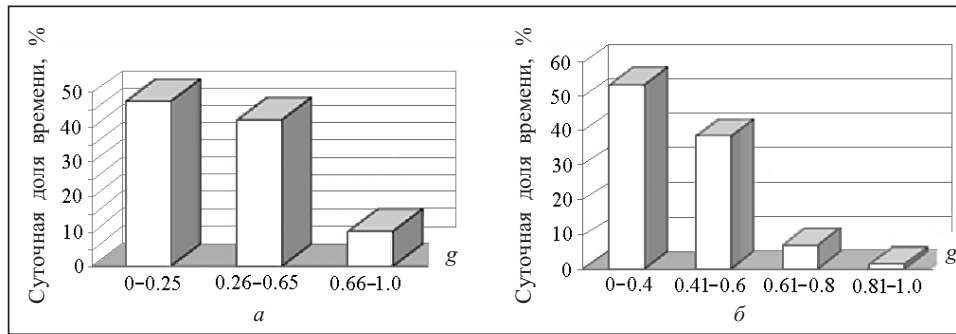


Рис. 1. Диаграмма относительной скорости $g = v/V_n$ ленточного конвейера на протяжении суток: а — шахта WESTFALEN (Германия); б — шахта KWK ANNA (Польша)

конвейера значению, обеспечивающему оптимальный режим работы конвейерной линии. Неравномерное распределение загруженной породы вдоль всего конвейера оказывает значительное влияние на закон регулирования скорости конвейера и, в свою очередь, на себестоимость продукции [21, 23]. На рис. 1 показана суточная доля времени, в течение которого конвейер работает в одном из определенных технологией производства скоростном режиме ($g = v/V_n$ — относительная скорость; v — фактическая скорость конвейера; $V_n = 3.8$ (м/с) — максимально допустимая скорость конвейера) [24].

В данной работе предложен метод оптимального управления скоростью конвейерной ленты в зависимости от существующего спроса на продукцию.

РДЕ-МОДЕЛЬ КОНВЕЙЕРНОЙ ЛИНИИ

Характерной особенностью моделирования конвейерной линии для промышленного предприятия является то, что продукция, загруженная на конвейерную ленту, движется с одинаковой скоростью. Для конвейеров шахт скорость транспортировки горной породы в произвольном месте равна скорости движения ленты. Система уравнений для параметров поточной линии в одномоментном приближении [8, 16], описывающая движение горной породы по конвейерной линии, имеет вид

$$\frac{\partial[\chi]_0(t, S)}{\partial t} + \frac{\partial[\chi]_1(t, S)}{\partial S} = \delta(S)\lambda(t), \quad \int_{-\infty}^{\infty} \delta(S)dS = 1, \quad (4)$$

$$[\chi]_1(t, S) = a(t)[\chi]_0(t, S),$$

при начальных условиях

$$[\chi]_0(0, S) = H(S)\Psi(S), \quad H(S) = \begin{cases} 0, & \text{если } S < 0, \\ 1, & \text{если } S \geq 0, \end{cases} \quad S \in [0; S_d].$$

Параметры $[\chi]_0(t, S)$ и $[\chi]_1(t, S)$ связаны коэффициентом $a = a(t)$ (м/ч), определяющим скорость движения ленты конвейерной линии. Правая часть уравнения (4) $\delta(S)\lambda(t)$ задает источник поступления материала на первую технологическую операцию ($S = 0$ (м)), $\delta(S)$ — дельта-функция. Интенсивность поступления горной породы на конвейерную линию выражена функцией $\lambda(t)$, характеризующей мощность линии (т/ч). В начальный момент времени $t = 0$ (ч) на конвейерной линии находится материал, распределенный по ленте с линейной плотностью $[\chi]_0(0, S)$ (т/м). Полагаем, что спрос на продукцию [5, 10, с. 2513] определен и представлен функцией времени $\sigma(\tau)$ (т/ч).

Параметры конвейерной линии опишем безразмерными переменными:

$$\tau = \frac{t}{T_d}, \quad \xi = \frac{S}{S_d}, \quad (5)$$

$$\theta_0(\tau, \xi) = \frac{[\chi]_0(t, S)}{\Theta}, \quad \psi(\xi) = \frac{\Psi(S)}{\Theta}, \quad \gamma(\tau) = \lambda(t) \frac{T_d}{S_d \Theta}, \quad \vartheta(\tau) = \sigma(t) \frac{T_d}{S_d \Theta}, \quad (6)$$

$$g(\tau) = a(t) \frac{T_d}{S_d}, \quad \Theta = \max \left\{ \Psi(S), \frac{\lambda(t)}{a(t)} \right\}, \quad \delta(\xi) = S_d \delta(S), \quad H(\xi) = H(S). \quad (7)$$

С учетом введенных обозначений (5)–(7) запишем уравнение баланса потоковых параметров конвейерной линии в безразмерном виде

$$\frac{\partial \theta_0(\tau, \xi)}{\partial \tau} + g(\tau) \frac{\partial \theta_0(\tau, \xi)}{\partial \xi} = \delta(\xi) \gamma(\tau), \quad (8)$$

$$\theta_0(0, \xi) = H(\xi) \psi(\xi). \quad (9)$$

Системе уравнений (8), (9) соответствует система характеристик

$$\frac{d\xi}{d\tau} = g(\tau), \quad \xi|_{\tau=0} = \beta, \quad (10)$$

$$\frac{d\theta_0(\tau, \xi)}{d\xi} = \delta(\xi) \frac{\gamma(\tau)}{g(\tau)}, \quad \theta_0(0, \beta) = H(\beta) \psi(\beta). \quad (11)$$

Решение уравнения (10) запишем в виде

$$\xi = G(\tau) + C_1 = G(\tau) - G(0) + \beta, \quad C_1 = \text{const}, \quad G(\tau) = \int g(\tau) d\tau, \quad (12)$$

где константа интегрирования $C_1 = \beta - G(0)$ определена из условия $\xi|_{\tau=0} = \beta$ формулы (10).

Интегрирование уравнения (11) приводит к соотношению

$$\theta_0(\tau, \xi) = \int \delta(\xi) \frac{\gamma(\tau)}{g(\tau)} d\xi + C_2, \quad C_2 = \text{const}. \quad (13)$$

Из формулы (12) выразим $\tau = G^{-1}(\xi - \beta + G(0))$ и, подставив результат в интегральное выражение (13), получим

$$\theta_0(\tau, \xi) = \int \delta(\xi) \frac{\gamma(G^{-1}(\xi - \beta + G(0)))}{g(G^{-1}(\xi - \beta + G(0)))} d\xi + C_2 = H(\xi) \frac{\gamma(G^{-1}(G(\tau) - \xi))}{g(G^{-1}(G(\tau) - \xi))} + C_2.$$

Константу интегрирования C_2 определим из граничного условия (11)

$$\theta_0(0, \beta) = H(\beta) \frac{\gamma(G^{-1}(G(0) - \beta))}{g(G^{-1}(G(0) - \beta))} + C_2 = H(\beta) \psi(\beta),$$

$$C_2 = H(\beta) \psi(\beta) - H(\beta) \frac{\gamma(G^{-1}(G(0) - \beta))}{g(G^{-1}(G(0) - \beta))},$$

что позволяет записать решение уравнения (8) при начальных условиях (9) в виде

$$\begin{aligned} \theta_0(\tau, \xi) = & H(\xi) \frac{\gamma(G^{-1}(G(\tau) - \xi))}{g(G^{-1}(G(\tau) - \xi))} + \\ & + H(\xi - G(\tau)) \psi(\xi - G(\tau)) - H(\xi - G(\tau)) \frac{\gamma(G^{-1}(G(\tau) - \xi))}{g(G^{-1}(G(\tau) - \xi))}. \end{aligned} \quad (14)$$

Введем переменную τ_ξ , определяемую соотношением $G(\tau_\xi) = G(\tau) - \xi$, и представим решение (14) в виде

$$\theta_0(\tau, \xi) = [H(\xi) - H(-G(\tau_\xi))] \frac{\gamma(\tau_\xi)}{g(\tau_\xi)} + H(-G(\tau_\xi))\psi(-G(\tau_\xi)), \quad G^{-1}(G(\tau) - \xi) = \tau_\xi. \quad (15)$$

Рассмотрим установившийся режим функционирования конвейерной линии. Этот режим начинается с момента времени $\tau > \tau_{1\psi}$, т.е. через интервал времени с начала работы конвейерной линии, в течение которого все материалы, находившиеся в начальный момент времени на конвейерной ленте, обработаны на заключительной операции, а их распределение в последующие моменты определяется интенсивностью поступления материалов $\gamma(\tau)$ на вход конвейера. Величину промежутка времени $\Delta\tau_{1\psi} > (\tau_{1\psi} - \tau_0)$, $\tau_0 = 0$, необходимого для перехода в установившийся режим работы, определим из неравенства

$$G(\tau_{1\psi}) - 1 > 0.$$

При скорости движения конвейерной ленты $a(t) = 3.8$ (м/с) [14] и протяженности конвейера $S_d = 13500$ (м) [20] оценочный расчет дает величину продолжительности переходного режима $\Delta\tau_{1\psi} \approx 1$ (ч). Для автомобилестроения эта величина составляет несколько дней, для предприятий по производству полупроводниковой продукции — несколько месяцев. Для установившегося режима ($\tau > \tau_{1\psi}$) решение (15) запишем в виде

$$\theta_0(\tau, \xi) = \frac{\gamma(\tau_\xi)}{g(\tau_\xi)}. \quad (16)$$

Величину выходного потока продукции $\theta_1(\tau, 1) = \theta_0(\tau, 1)g(\tau)$ с конвейерной линии для установившегося режима получим из выражения

$$\theta_1(\tau, 1) = \frac{\gamma(\tau_1)}{g(\tau_1)} g(\tau), \quad \tau_1 = G^{-1}(G(\tau) - 1). \quad (17)$$

Безразмерная плотность предметов труда в заданной технологической позиции определяется значением функции $\theta_0(\tau, \xi)$. Для двух технологических позиций, первая из которых характеризует вход на конвейерную линию, а вторая — выход с нее, справедливо соотношение $\theta_0(\tau, 1) = \theta_0(\tau_1, 0)$. Введем время задержки $\Delta\tau_1 = \tau - \tau_1$, характеризующее величину запаздывания для технологических позиций, находящихся на расстоянии $\Delta\xi = 1$. Предмет труда, обработанный в момент времени τ и поступивший на обработку в момент времени τ_1 , будет находиться в обработке в течение времени $\Delta\tau_1$. С учетом последнего выражение (17) для выходного потока продукции с конвейерной линии перепишем с использованием времени задержки $\Delta\tau_1$:

$$\theta_1(\tau, 1) = \frac{\gamma(\tau - \Delta\tau_1)}{g(\tau - \Delta\tau_1)} g(\tau), \quad \Delta\tau_1 = \tau - \tau_1. \quad (18)$$

Таким образом, если известны интенсивность поступления материалов на вход конвейера $\gamma(\tau)$ и скорость движения конвейерной ленты $g(\tau)$, то формулы (16), (18) однозначно определяют распределения материалов вдоль конвейерной линии и выходной поток продукции с конвейера в момент времени t .

ЗАДАЧА ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ СКОРОСТЬЮ КОНВЕЙЕРНОЙ ЛЕНТЫ

Сформулируем задачу построения оптимальной программы управления скоростью конвейерной ленты для установившегося режима работы конвейерной

линии (16), (18): определить выход продукции $\theta_1(\tau, 1)$ с конвейерной линии в течение промежутка времени $\tau = [0, \tau_k]$ при ступенчатом управлении скоростью конвейерной ленты $u(\tau) = (u_1, u_2)$, $0 < u_1 < u_2 < \infty$, $u_j = \text{const}$, которое приводит к минимуму функционала

$$\int_0^{\tau_k} |\theta_1(\tau, 1) - \vartheta(\tau)| d\tau \rightarrow \min \quad (19)$$

при дифференциальных связях, основанных на уравнениях (8)

$$\frac{\partial \theta_0(\tau, \xi)}{\partial \tau} + u(\tau) \frac{\partial \theta_0(\tau, \xi)}{\partial \xi} = \delta(\xi) \gamma(\tau), \quad g(\tau) = u(\tau), \quad (20)$$

ограничениях

$$\theta_0(\tau, \xi) \geq 0 \quad (21)$$

и начальных условиях (9)

$$\theta_0(0, \xi) = H(\xi) \psi(\xi). \quad (22)$$

Переформулируем задачу (19)–(22) с учетом системы характеристических уравнений (10), (11): определить выход продукции $\theta_1(\tau, 1)$ с конвейерной линии в течение промежутка времени $\tau = [0, \tau_k]$ при ступенчатом управлении скоростью конвейерной ленты $u(\tau) = (u_1, u_2)$, $0 < u_1 < u_2 < \infty$, $u_j = \text{const}$, которое приводит к минимуму функционала

$$\int_0^{\tau_k} |\theta_1(\tau, 1) - \vartheta(\tau)| d\tau \rightarrow \min$$

при дифференциальных связях, основанных на системе характеристических уравнений (10), (11)

$$\frac{d\xi}{d\tau} = u(\tau), \quad (23)$$

$$\frac{d\theta_0(\tau, \xi)}{d\xi} = \delta(\xi) \frac{\gamma(\tau)}{g(\tau)} \quad \text{или} \quad \theta_0(\tau, \xi) = \frac{\gamma(\tau_\xi)}{g(\tau_\xi)},$$

ограничениях

$$\theta_0(\tau, \xi) \geq 0, \quad 0 \leq \xi \leq 1,$$

и начальных условиях

$$\xi|_{\tau=0} = \beta, \quad \theta_0(0, \beta) = H(\beta) \psi(\beta).$$

Предположим, что до начала введения управления конвейер функционировал в установившемся режиме с постоянной скоростью $g(\tau)|_{\tau < 0} = u_1$. Функция Понтрягина и сопряженная система имеют вид

$$H = - \left| \frac{\gamma(\tau - \Delta\tau_1)}{u(\tau - \Delta\tau_1)} u(\tau) - \vartheta(\tau) \right| + \psi_1 u(\tau) \rightarrow \max, \quad \int_{\tau - \Delta\tau_1}^{\tau} u(\tau) d\tau = 1, \quad (24)$$

$$\frac{d\psi_1}{d\tau} = \frac{\partial H}{\partial \xi} = 0. \quad (25)$$

Поскольку правый конец фазовой траектории свободен, $\psi_1(\tau_k) = 0$ и, следовательно, $\psi_1(\tau) \equiv 0$, что позволяет записать функцию Понтрягина (25) в форме

$$H = - \left| \frac{\gamma(\tau - \Delta\tau_1)}{u(\tau - \Delta\tau_1)} u(\tau) - \vartheta(\tau) \right| \rightarrow \max. \quad (26)$$

Построим оптимальное управление скоростью конвейерной ленты для случая подачи сырья на вход конвейера с постоянной интенсивностью $\gamma(\tau) = 1$ при существующем спросе на продукцию, который определяется функцией вида

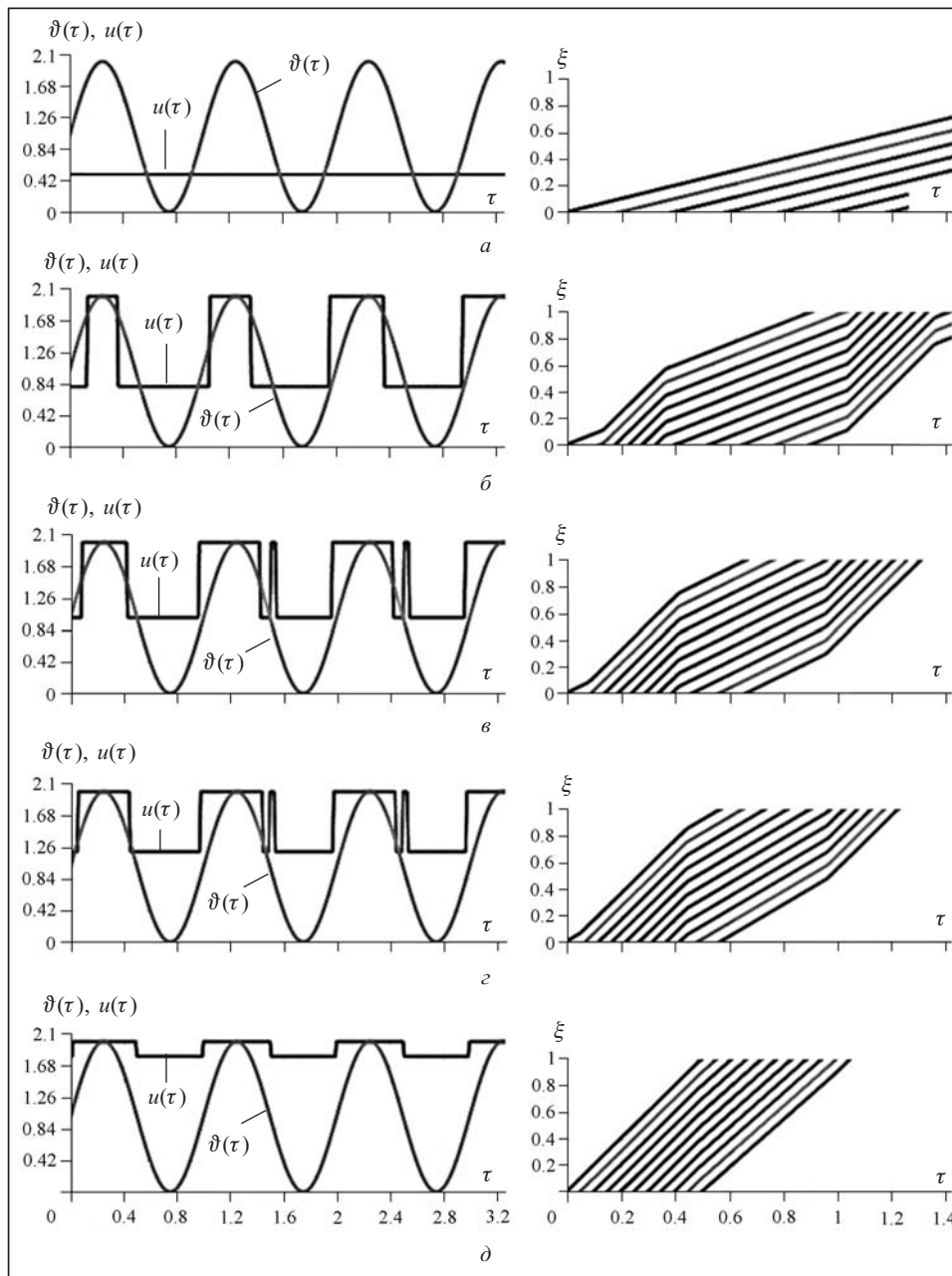


Рис. 2. Графики оптимального управления скоростью и семейства характеристик для режимов функционирования: *a* — $u(\tau) = (0.5, 2.0)$; *b* — $u(\tau) = (0.8, 2.0)$; *в* — $u(\tau) = (1.0, 2.0)$; *г* — $u(\tau) = (1.2, 2.0)$; *д* — $u(\tau) = (1.8, 2.0)$

$\vartheta(\tau) = 1 + \sin(\omega\tau)$ [10, с. 2517]. Полагаем, что конвейерная линия может функционировать в одном из скоростных режимов: со скоростью движения ленты u_1 или u_2 , $u(\tau) = (u_1, u_2)$. Результаты расчетов представлены на рис. 2 для разных значений ступенчатого управления скоростью движения ленты u_1 или u_2 . Максимизация функции (24) определяет такое управление $u(\tau)$, при котором на конвейерной линии обеспечивается выход продукции с минимальным отклонением от существующего спроса $\vartheta(\tau)$.

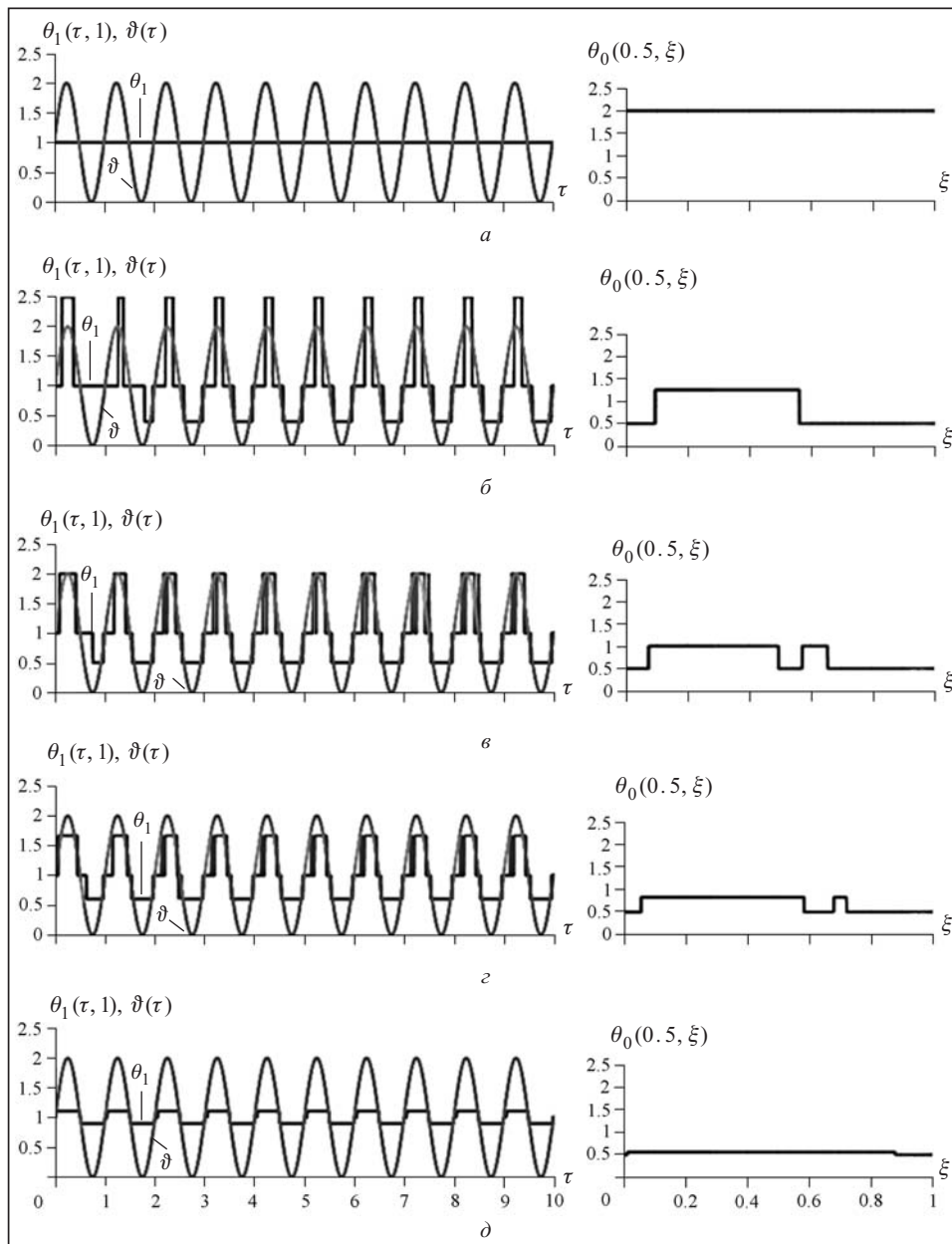


Рис. 3. Графики выхода продукции и плотности распределения продукции вдоль конвейерной линии для $\tau = 0.5$: а — $u(\tau) = (0.5, 2.0)$; б — $u(\tau) = (0.8, 2.0)$; в — $u(\tau) = (1.0, 2.0)$; г — $u(\tau) = (1.2, 2.0)$; д — $u(\tau) = (1.8, 2.0)$

АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ

На рис. 2 приведен расчет оптимального управления $u(\tau)$ скоростью движения конвейерной ленты в зависимости от спроса $\vartheta(\tau)$. Графики в левой части представляют зависимость оптимального управления $u(\tau)$ от значения спроса $\vartheta(\tau)$; справа для каждого варианта зависимости $u(\tau), \vartheta(\tau)$ приведен график семейства характеристик (23) с изломами в моменты времени переключения режима скоростей. Каждому режиму управления на рис. 2, а–д соответствует зависимость во времени выходного потока продукции $\theta_1(\tau, 1)$ с конвейера (рис. 3) согласно имеющемуся спросу $\vartheta(\tau)$. Для варианта скоростей ступенчатого управления $u(\tau) = (0.5, 2.0)$, рис. 2, а, отсутствуют режимы переключения ско-

рости конвейерной ленты. Темп выхода продукции с конвейерной линии $\theta_1(\tau, 1)$ постоянный и не зависит от существующего спроса (рис. 3, а). Такое поведение обусловлено в некоторой степени тем фактором, что начальная скорость работы конвейерной линии без управления принята меньшей из двух скоростей, $g(\tau)|_{\tau < 0} = u_1$, и значительным разбросом между ступенчатыми значениями скоростей управления, который характеризуется коэффициентом $k_u = u_2 / u_1 = 4.0$ (рис. 2, а). При уменьшении k_u путем повышения значения u_1 конвейер начинает функционировать в двухскоростном режиме (рис. 2, б), семейство характеристик в моменты переключения имеет изломы. При этом темп выхода продукции с конвейерной линии $\theta_1(\tau, 1)$ (рис. 3, б) определяется поведением спроса $\vartheta(\tau)$ и принимает одно из трех значений $\{0.4; 1.0; 2.5\}$, которое определяется соотношением $\frac{u(\tau)}{u(\tau - \Delta\tau_1)} = \left\{ \frac{2.0}{0.8}, \frac{0.8}{0.8}, \frac{0.8}{2.0}, \frac{2.0}{2.0} \right\}$ в (26). Неравномерность плотности продукции $\theta_0(\tau, \xi)$ (16) задается скоростным режимом конвейерной линии и принимает одно из двух значений $\theta_0(\tau, \xi) = \frac{\gamma(\tau_\xi)}{g(\tau_\xi)} = \left\{ \frac{1.0}{0.8}, \frac{1.0}{2.0} \right\}$. Плотность распределения продукции вдоль конвейерной линии $\theta_0(0.5, \xi)$ для момента времени $\tau = 0.5$ отражена на рис. 3, б. Отметим, что длительность функционирования конвейерной линии в режиме управления $u(\tau) = u_2$ увеличивается с каждым переключением и выходит на установившийся режим (рис. 2, б). С последующим уменьшением k_u добавляются кратковременные пиковые переключения (рис. 2, в, з), которые при дальнейшем уменьшении k_u исчезают (рис. 2, д, рис. 3, д). Появление этих пиков демонстрируется на графиках распределения плотности продукции $\theta_0(\tau, \xi)$ (16) (рис. 3, в, з). Такое поведение функции управления частично объясняется тем, что управление скоростью конвейерной линии в текущий момент времени $u(\tau)$ зависит от принятого управления в момент времени $u(\tau - \Delta\tau_1)$, где $\Delta\tau_1$ — зависящая от времени величина, определяемая соотношением (24).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статье рассмотрен метод построения оптимального управления скоростью конвейерной линии для PDE-модели производственной линии конвейерного типа. С использованием модельного примера двухступенчатого регулирования скорости конвейерной ленты, представляющего распространенный вариант функционирования современных поточных линий, проанализировано ступенчатое управление скоростью конвейерной ленты производственной системы. Исследованы различные режимы управления скоростью конвейера. Определены кратковременные пиковые переключения скорости движения конвейерной линии и причины их появления. Практический интерес представляют зависимости темпа выпуска продукции с конвейерной линии от заданного спроса на нее для оптимального режима ступенчатого скоростного управления конвейером [24].

Представленные в работе результаты позволяют расширить перспективы исследований систем с поточным методом организации производства и могут использоваться для проектировании системы управления производством с многократным циклическим прохождением деталей через поточную линию или отдельный ее участок (re-entrant factory) [6, 14]. Интерес к данному направлению исследований вызван высокими темпами развития полупроводниковой промышленности. Технологический процесс изготовления полупроводниковых элементов требует многократного прохождения повторных стадий производства, включающих большое число заданных в строго определенном порядке технологических операций [14]. Такой принцип построения производственного процесса приводит к тому, что на входе поточной линии образуется очередь из партий изделий, кото-

рые вследствие цикличности этапов производства прошли разное количество стадий технологического процесса. Таким образом, возникает проблема установления необходимого размера партий полупроводниковых изделий и очередности их обработки. Решение задачи планирования работы поточной линии (flow-shop) производственной системы с многократным циклическим прохождением деталей через ее участки (re-entrant factory) заключается в построении оптимального допустимого расписания в рамках заданного критерия оптимальности и поиске оптимального управления параметрами поточной линии, что является предпосылками для дальнейших исследований.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Law A.M. Simulation modeling and analysis. New York: McGraw-Hill, 2015. 804 p.
2. Gross D., Harris C.M. Fundamentals of queueing theory. New York: Wiley, 1985. 587 p.
3. Grosler A., Thun J.H., Milling P.M. System dynamics as a structural theory in operations management. *Production and Operations Management*. 2008. Vol. 17, N 3. P. 373–384.
4. Пигнастый О.М. О новом классе динамических моделей поточных линий производственных систем. *Научные ведомости Белгородского государственного университета*. 2014. № 31/1. С. 147–157. DOI: 10.13140/RG.2.2.30384.05120.
5. Lefeber E., Berg R.A., Rooda J.E. Modeling, validation and control of manufacturing systems. *Proc. of the 2004 American Control Conference* (Boston, 2004). P. 4583–4588. DOI: 10.23919/ACC.2004.1384033.
6. Armbruster D., Ringhofer C., Jo T.-J. Continuous models for production flows. *Proc. of the 2004 American Control Conference* (Boston, 2004). P. 4589–4594.
7. Karmarkar U.S. Capacity loading and release planning with work-in-progress (WIP) and leadtimes. *Journal of Manufacturing and Operations Management*. 1989. N 2. P. 105–123.
8. Демуцкий В.П., Пигнастая В.С., Пигнастый О.М. Стохастическое описание экономико-производственных систем с массовым выпуском продукции. *Допов. Нац. акад. наук Укр.* 2005. № 7. С. 66–71. DOI: 10.13140/RG.2.2.31202.32968.
9. Berg R., Lefeber E., Rooda J. Modelling and control of a manufacturing flow line using partial differential equations. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*. 2008. Vol. 16, N 1. P. 130–136. DOI: 10.1109/TCST.2007.903085.
10. La Marca M., Armbruster D., Herty M., Ringhofer C. Control of continuum models of production systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*. 2010. Vol. 55, N 11. P. 2511–2526. DOI: 10.1109/TAC.2010.2046925.
11. Colombo R.M., Herty M., Mercier M. Control of the continuity equation with a non local flow. *ESAIM: Control, Optimisation and Calculus of Variations*. 2011. Vol. 17, N 2. P. 353–379. DOI: 10.1051/cocv/2010007.
12. Steffensen S., Steffensen S., Herty M., Pareschi L. Numerical methods for the optimal control of scalar conservation laws. *IFIP Conference on System Modeling and Optimization*. Berlin; Heidelberg: Springer, 2011. P. 136–144. DOI: 10.1007/978-3-642-36062-6_14.
13. Bambach M., Häck A.-S., Herty M. Modeling steel rolling processes by fluid-like differential equations. *Applied Mathematical Modelling*. 2017. Vol. 43. P. 155–169. DOI: 10.1016/j.apm.2016.10.056.
14. Armbruster D., Marthaler D., Ringhofer C., Kempf K., Jo T.C. A continuum model for a re-entrant factory. *Operations Research*. 2006. Vol. 54, N 5. P. 933–950. DOI: 10.1287/opre.1060.0321.
15. D’Apice C., Kogut P.I., Manzo R. On optimization of a highly re-entrant production system. *Networks and Heterogeneous Media*. 2016. Vol. 11, N 3. P. 415–445. DOI: <https://doi.org/10.3934/nhm.2016003>.
16. Демуцкий В.П., Пигнастая В.С., Пигнастый О.М. Теория предприятия: Устойчивость функционирования массового производства и продвижения продукции на рынок. Харьков: ХНУ, 2003. 272 с. DOI: 10.13140/RG.2.1.5018.7123.
17. Пигнастый О. М. Задача оптимального оперативного управления макропараметрами производственной системы с массовым выпуском продукции. *Допов. Нац. акад. наук Укр.* 2006. № 5. С. 79–85. DOI: 10.13140/RG.2.2.29852.28802.

18. Заруба В.Я., Пигнастый О.М. Техническое содержание и постановка задачи программного управления параметрами поточной линии с использованием сверхурочных работ. *Управление в технических, эргатических, организационных и сетевых системах: Сборник трудов 5-й Российской мультikonференции по проблемам управления (ИТУ-2012)* (Санкт-Петербург, 09–11 окт. 2012 г.). Санкт-Петербург: ЦНИИ «Электронприбор», 2012. С. 576–579. DOI: 10.13140/RG.2.2.30481.43364.
19. Armbruster D., Uzsoy R. Continuous dynamic models, clearing functions, and discrete-event simulation in aggregate production planning. *Tutorials in Operations Research: New Directions in Informatics, Optimization, Logistics, and Production*. 2012. P. 103–126. DOI: 10.1287/educ.1120.0102.
20. SIMINE for conveyors. Siemens. 2017. URL: <https://goo.gl/Ku90xp> (accessed 12 April 2017).
21. Семенченко А.К., Стадник Н.И., Белицкий П.В., Семенченко Д.А., Степаненко Е.Ю. Влияние неравномерности загрузки ленточного конвейера на нагруженность приводных двигателей и энергозатраты на транспортирование. *Восточно-европейский журнал передовых технологий*. 2016. Т. 4, № 1 (82). С. 17–22. DOI: 10.15587/1729-4061.2016.75936.
22. Кондрахин В.П., Стадник Н.И., Белицкий П.В. Статистический анализ эксплуатационных параметров шахтного ленточного конвейера. *Наукові праці ДонНТУ. Серія електромеханічна*. 2013. № 2 (26). С. 140–150.
23. Прокуда В.Н., Мишанский Ю.А., Проценко С.Н. Исследование и оценка грузопотоков на магистральном конвейерном транспорте ПСП «Шахта «Павлоградская» ПАО ДТЭК «Павлоград-уголь». *Горная электромеханика*. 2012. № 88. С. 107–111.
24. Bartec. 2017. URL: <https://goo.gl/yo1WJB> (accessed 12 April 2017).

Надійшла до редакції 23.06.2017

О.М. Пігнастий, В.Д. Ходусов

ЗАДАЧА ОПТИМАЛЬНОГО КЕРУВАННЯ ПОТОКОВОЮ ЛІНІЄЮ КОНВЕЄРНОГО ТИПУ

Анотація. Розроблено метод оптимального керування параметрами потокової лінії конвеєрного типу. Модель конвеєрної лінії представлено рівнянням у частинних похідних, що дозволяє врахувати розподіл продукції уздовж технологічного маршруту в залежності від часу. Досліджено різні варіанти ступеневого керування швидкістю конвеєрної стрічки. Описано його особливості. Для різних параметрів ступеневого керування швидкістю визначено розбіжність між темпом випуску продукції з потокової лінії і прогнозованим попитом.

Ключові слова: конвеєр, предмет праці, виробнича лінія, параметри стану потокової лінії, технологічна позиція, перехідний період, система керування виробництвом.

O.M. Pihnastyi, V.D. Khodusov

OPTIMAL CONTROL PROBLEM FOR THE CONVEYOR TYPE FLOW LINE

Abstract. A method is developed for optimal control of parameters of the conveyor-type flow line. The model of the conveyor line is represented by the partial differential equation, which allows taking into account the distribution of products along the technological route as a function of time. Various variants of stepped speed control of the conveyor belt are investigated. The features of step control are described. The divergence of the rate of output by the flow line from the given demand for different parameters of step control is determined.

Keywords: conveyor, a subject of a labour, production line, PDE-model of the production, parameters of the state of the production line, technological position, transition period, production management systems.

Пігнастий Олег Михайлович,

доктор техн. наук, доцент, професор кафедри НТУ «Харьковский политехнический институт», e-mail: pihnastyi@gmail.com.

Ходусов Валерий Дмитриевич,

доктор физ.-мат. наук, профессор, заведующий кафедрой Харьковского национального университета им. В.Н. Каразина, e-mail: vdkhodusov@karazin.ua.