УДК 519.713.1

А.Н. ЧЕБОТАРЕВ

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ФИКТИВНЫХ СОСТОЯНИЙ В Σ-АВТОМАТЕ, СИНТЕЗИРОВАННОМ ПО СПЕЦИФИКАЦИИ В ЯЗЫКЕ LP

Аннотация. Синтез детерминированного Σ-автомата, специфицированного в языке LP, состоит в последовательном выполнении двух процедур. Первая строит автомат, имеющий подавтомат, совпадающий со специфицированным автоматом, а вторая удаляет состояния, не принадлежащие этому подавтомату. Такие состояния называются фиктивными. Рассмотрен способ определения фиктивных состояний. Полученные результаты позволяют соответствующий процесс свести к нахождению так называемых основных циклов в автомате и, в конечном счете, к проверке принадлежности периодического обратного сверхслова некоторому $-\omega$-регулярному множеству.

Ключевые слова: Σ-автомат, фиктивное состояние, начальный сильно связный подавтомат, нормальная форма, $-\omega$-регулярное множество, основной цикл.

ВВЕДЕНИЕ

В работе [1] предложены методы синтеза Σ-автоматов, специфицированных в логических языках LP или LF первого порядка. Синтез автомата состоит в последовательном выполнении двух процедур. Первая из них по спецификации $G = \forall t F(t)$ строит такой Σ-автомат $A'(G)$, что специфицируемый автомат является его подавтоматом. Для этого спецификация эквивалентно преобразовывается к виду, где формула $F(t)$ представлена в так называемой нормальной форме, которой соответствует граф Σ-автомата $A'(G)$. Нормальная форма формулы $F(t)$ имеет вид $\overset{n}{\underset{i=1}{\vee}} F_i(t-1) f_i(t)$, и автомат $A'(G)$ имеет n состояний, соответствующих формулам $F_1(t), \ldots, F_n(t)$. Такое представление формулы $F(t)$ может содержать компоненты вида $F_i(t-1) f_i(t)$, тождественно ложные на всех моделях для формулы G. Удаление их из спецификации не изменяет множество ее моделей, а следовательно, и специфицируемый автомат. Состояния, соответствующие таким компонентам, называются фиктивными и должны быть удалены из автомата $A'(G)$. Вторая процедура выделяет в автомате $A'(G)$ специфицируемый подавтомат $A(G)$, удаляя фиктивные состояния. Разбиение алгоритма синтеза на две последовательные процедуры позволило в первой из них устранить сложности, связанные с проверкой непротиворечивости формул первого порядка. Частично они перенесены на вторую процедуру, однако в этом случае вместо проверки непротиворечивости формул осуществляется проверка их выполнимости на интерпретациях, определяемых Σ-автоматом $A'(G)$. Описание и обоснование процедуры построения нормальной формы формулы $F(t)$ приведено в [1]. Настоящая работа посвящена проблеме нахождения фиктивных состояний в автомате $A'(G)$.

Аналогичный подход к синтезу Σ-автомата, специфицированного в менее выразительном языке L^*, использовался в [2]. Во второй части предложенного там алгоритма решалась задача проверки выполнимости формулы в состоянии автомата. Однако, в отличие от данной работы, эта задача решалась автоматными методами и сводилась к проверке непустоты прямого произведения двух инициальных автоматов. При этом построение инициального автомата, соответствующего формуле $F_i(t)$, осуществлялось довольно сложной процедурой, использующей представление формулы в виде размеченной конфигурации.

В настоящей работе формулам $F_1(t), \dots, F_n(t)$ ставятся в соответствие $-\omega$-регулярные выражения и задача сводится к проверке принадлежности некоторого периодического обратного сверхслова множеству обратных сверхслов, задаваемому $-\omega$-регулярным выражением. Такая проверка значительно проще процедуры, используемой в [2]. Единственная сложность может возникнуть при переходе от формулы $F_i(t)$ к соответствующему ей $-\omega$-регулярному выражению. Во многих случаях этот переход осуществляется достаточно просто, что приводит к простому решению задачи.

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

Бесконечные слова. Пусть Σ — конечный алфавит, $\mathbf{Z}$ — множество целых чисел. Конечная последовательность $\sigma_1\sigma_2\dots\sigma_n$, где для всех i $(1 \le i \le n)$ $\sigma_i \in \Sigma$, называется словом длины n в алфавите Σ. Бесконечную вправо последовательность $l = \sigma_1\sigma_2\cdots$ назовем сверхсловом, или ω-словом, бесконечную влево последовательность $g = \cdots\sigma_{-2}\sigma_{-1}\sigma_0$ — обратным сверхсловом, а бесконечную в обе стороны последовательность $u = \cdots\sigma_{-1}\sigma_0\sigma_1\sigma_2\cdots$ — двусторонним сверхсловом, или $\mathbf{Z}$-словом. Множество всех слов в алфавите Σ, включая пустое слово, обозначается Σ^*, множество всех сверхслов — Σ^ω, множество всех обратных сверхслов — $\Sigma^{-\omega}$, а множество всех двусторонних сверхслов — $\Sigma^{\mathbf{Z}}$. На множестве $\Sigma^* \cup \Sigma^\omega \cup \Sigma^{-\omega}$ обычным образом определена (частичная) операция конкатенации «$\cdot$», которую распространим также на подмножества множеств Σ^*, Σ^ω и $\Sigma^{-\omega}$. Например, если $R \subseteq \Sigma^{-\omega}$, $Q \subseteq \Sigma^*$, то $R \cdot Q = \{r \cdot q \mid r \in R,\ q \in Q\}$. Для $\mathbf{Z}$-слова u бесконечные его отрезки $\cdots\sigma_{k-1}\sigma_k$ и $\sigma_{k+1}\sigma_{k+2}\cdots$, где $k \in \mathbf{Z}$, назовем соответственно k-префиксом и k-суффиксом $\mathbf{Z}$-слова u. Если значение позиции k в $\mathbf{Z}$-слове несущественно, то будем говорить просто о префиксе и суффиксе $\mathbf{Z}$-слова u. Аналогично обратное сверхслово g_1 называется префиксом обратного сверхслова g, а слово l — его суффиксом, если $g_1 \cdot l = g$. Сверхслово (обратное сверхслово), представляющее собой бесконечное повторение (конкатенацию) одного и того же непустого слова r, т.е. $r \cdot r \cdot r \dots (\dots r \cdot r \cdot r)$, обозначим r^ω $(r^{-\omega})$. Такие сверхслова называются периодическими с периодом r. Сверхслова вида $r_1 \cdot r^\omega$ и обратные сверхслова вида $r^{-\omega} \cdot r_1$, где $r \in \Sigma^* \setminus \{\varepsilon\}$, а $r_1 \in \Sigma^*$, назовем квазипериодическими. Каждому обратному сверхслову (сверхслову) соответствует симметричное ему сверхслово (обратное сверхслово), называемое его инверсией. Инверсией обратного сверхслова $g = \dots\sigma_{-2}\sigma_{-1}\sigma_0$ является сверхслово $g^- = \sigma_0\sigma_1\sigma_2\dots$, где $\sigma_i = \sigma_{-i}$. Для $W \subseteq \Sigma^\omega$ $(\Sigma^{-\omega})$ обозначим $W^- = \{w^- \mid w \in W\}$.

Автоматы. В качестве синтезируемых автоматов над бесконечными словами рассматриваются детерминированные Σ-автоматы вида $A = \langle \Sigma, Q, \delta \rangle$, где Σ — входной алфавит, Q — конечное множество состояний, а $\delta : Q \times \Sigma \to Q$ — частичная функция переходов.

Пусть $q_1, q_2 \in Q$, а $\sigma \in \Sigma$. Тройку $\langle q_1, \sigma, q_2 \rangle$, такую что $q_2 = \delta(q_1, \sigma)$, назовем переходом в автомате A, а символ σ — отметкой этого перехода.

Σ-автомат $A = \langle \Sigma, Q, \delta \rangle$ называется циклическим, если для каждого $q \in Q$ существуют такие $\sigma_1, \sigma_2 \in \Sigma$ и $q_1, q_2 \in Q$, что $q_1 = \delta(q, \sigma_1)$ и $q = \delta(q_2, \sigma_2)$.

Сверхслово $l = \sigma_1\sigma_2\dots$ в алфавите Σ допустимо в состоянии q автомата A, если существует такое сверхслово состояний $q_0 q_1 q_2 \dots$, где $q_0 = q$, что для любого $i = 0, 1, 2, \dots$ $q_{i+1} = \delta_A(q_i, \sigma_{i+1})$. Всякое такое сверхслово l назовем соответствующим сверхслову состояний $q_0 q_1 q_2 \dots$ Сверхслово l допустимо для автомата A, если оно допустимо хотя бы в одном из его состояний.

Обратное сверхслово $\dots\sigma_{-2}\sigma_{-1}\sigma_0$ представимо состоянием q автомата A, если существует такое обратное сверхслово состояний $\dots q_{-2} q_{-1} q_0$, где $q_0 = q$, что для каждого $i = -1, -2, \dots$ $q_{i+1} = \delta_A(q_i, \sigma_{i+1})$.

Формулы и автоматы. Спецификация в языке (логике) LP представляет собой формулу вида $G = \forall t F(t)$, где $F(t)$ — формула с одной свободной переменной. С формулой G, интерпретируемой на множестве $\mathbf{Z}$, ассоциируется множество $\mathbf{Z}$-слов в алфавите Σ, каждое из которых является моделью для G. Между одноместными предикатными символами логики LP и символами алфавита Σ имеется взаимно однозначное соответствие. Таким образом, можно считать, что предикатные символы совпадают с символами алфавита Σ. При установлении соответствия между автоматами и логическими формулами те и другие рассматриваются как формализмы для задания множеств сверхслов (ω-языков) в одном и том же алфавите. Для Σ-автомата A ассоциируемый с ним ω-язык — это множество $W(A)$ сверхслов, допустимых для A. Переход от $\mathbf{Z}$-слов, ассоциируемых с формулами, к сверхсловам осуществляется путем рассмотрения всех суффиксов $\mathbf{Z}$-слов. Таким образом для формулы G, имеющей множество моделей $M(G)$, получается множество сверхслов $W(G) = \bigcup_{u \in M(G)} \{w \mid w \in \mathrm{Suf}(u)\}$, где $\mathrm{Suf}(u)$ — множество всех суффиксов $\mathbf{Z}$-слова u. Аналогично определяется множество обратных сверхслов $P(G) = \bigcup_{u \in M(G)} \{g \mid g \in \mathrm{Pref}(u)\}$, где $\mathrm{Pref}(u)$ — множество всех префиксов $\mathbf{Z}$-слова u. Очевидно, что множество $P(G)$ префиксно замкнутое, т.е. префикс каждого обратного сврхслова, принадлежащего $P(G)$, принадлежит $P(G)$.

Формула $F(t)$ с единственной свободной переменной t называется k-ограниченной справа ($k \in \mathbf{Z}$), если для любого $\tau \in \mathbf{Z}$ значения формулы $F(\tau)$ на всех двусторонних сверхсловах, имеющих одинаковые $(\tau + k)$-префиксы, совпадают. Формулы $F(t)$, 0-ограниченные справа, рассматриваются как способ задания обратных сверхслов. Будем считать, что 0-ограниченная справа формула $F(t)$ истинна на обратном сверхслове g, если $F(0)$ истинна на любом двустороннем сверхслове с 0-префиксом g. Формула $F(t)$, 0-ограниченная справа, задает множество $R(F(t))$ всех тех обратных сверхслов, на которых она истинна.

Формула $\forall t F(t)$ непротиворечива тогда и только тогда, когда существует такое $\mathbf{Z}$-слово (модель для $\forall t F(t)$, в каждой позиции которого истинна $F(t)$, т.е. в случае 0-ограниченности формулы $F(t)$ справа каждый k-префикс ($k \in \mathbf{Z}$) этого $\mathbf{Z}$-слова принадлежит $R(F(t))$.

$-\omega$-регулярные выражения. Для описания множеств обратных сверхслов будем использовать $-\omega$-регулярные выражения. Определим над множествами слов операции конечной итерации «*» и бесконечной итерации «$^{-\omega}$» и «$^{\mathbf{Z}}$».

Пусть $R \subseteq \Sigma^*$, операции итерации над R определяются следующим образом:

$R^* = \{r_1 r_2 \ldots r_n \mid n \geq 0, r_i \in R\}$, заметим, что $n = 0$ соответствует пустому слову ε;

$R^{-\omega} = \{\ldots r_{-2} r_{-1} r_0 \mid \text{для всех } i \leq 0 \;\; r_i \in R \setminus \{\varepsilon\}\}$;

$R^{\mathbf{Z}} = \{\ldots r_{-2} r_{-1} r_0 r_1 r_2 \ldots \mid \text{для всех } i \in \mathbf{Z} \;\; r_i \in R \setminus \{\varepsilon\}\}$.

Таким образом, результатом конечной итерации является бесконечное множество слов, а результатом бесконечных итераций — множества бесконечных слов.

Выражения, называемые $-\omega$-регулярными, представляют собой конечные объединения выражений вида $R^{-\omega} U$, где R и U — регулярные выражения, т.е. выражения, построенные из символов алфавита Σ с помощью операций объединения, конкатенации (символ конкатенации будем часто опускать) и конечной итерации. Очевидно, что $-\omega$-регулярные выражения определены симметрично ω-регулярным выражениям, использующим операцию бесконечной итерации «$^\omega$» [3]. При описании множеств $\mathbf{Z}$-слов используются выражения вида $R^{\mathbf{Z}}$, где R — регулярное выражение.

Множества обратных сверхслов, задаваемые $-\omega$-регулярными выражениями, называются регулярными множествами обратных сверхслов, или $-\omega$-регулярными множествами. Множество всех $-\omega$-регулярных множеств замкнуто относительно операций пересечения «$\cap$» и дополнения «$\neg$» [4], т.е. если R и Q —

$-\omega$-регулярные множества, то множества $\neg R$ и $R \cap Q$ также могут быть заданы $-\omega$-регулярными выражениями. Поэтому для задания $-\omega$-регулярных множеств наряду с $-\omega$-регулярными выражениями будут использоваться выражения, содержащие операции «$\cap$» и, возможно, «$\neg$».

Выражение, полученное из $-\omega$-регулярного выражения R в результате удаления всех подвыражений вида Q^* (заменой их пустым словом), обозначим $\hat{R}$. Множества обратных сверхслов, определяемые такими $-\omega$-регулярными выражениями, имеют вид $\Sigma^{-\omega} R$ или $W^{-\omega} R$, где R и W задают конечные множества слов в алфавите Σ.

Заметим, что $\hat{R} \subseteq R$, более того, если $R \neq \varnothing$, то и $\hat{R} \neq \varnothing$.

ПРОВЕРКА ФИКТИВНОСТИ СОСТОЯНИЙ АВТОМАТА $A'(G)$

Напомним, что нормальная форма формулы $F(t)$ в спецификации $G = \forall t F(t)$ имеет вид $\bigvee_{i=1}^{n} F_i(t-1) f_i(t)$, где $f_i(t)$ — дизъюнкция атомарных формул вида $\sigma(t)$, $\sigma \in \Sigma$. Состояния автомата $A'(G)$, соответствующего нормальной форме формулы $F(t)$, определяются формулами $F_1(t), \ldots, F_n(t)$. Если какая-либо из этих формул тождественно ложна на всех моделях для формулы G, то соответствующее ей состояние называется фиктивным и должно быть удалено из автомата $A'(G)$. Это свойство формулы $F_i(t)$ в терминах множеств обратных сверхслов характеризуется выражением $R(F_i(t)) \cap P(G) = \varnothing$.

Из алгоритма синтеза Σ-автомата [1] следует, что для каждой формулы $F_i(t)$ существуют такие $\sigma \in \Sigma$ и $F_j(t)$, что $R(F_i(t)) \cdot \sigma \subseteq R(F_j(t))$, т.е. из каждого состояния автомата $A'(G)$ имеется переход в некоторое его состояние. В процессе построения автомата $A'(G)$ состояния, переходы в которые отсутствуют, следует удалять, поэтому этот Σ-автомат будем считать циклическим.

Утверждение 1. Если состояние q автомата $A'(G)$ не фиктивно, то все достижимые из него состояния также не фиктивны.

Доказательство. Пусть состояние q_i автомата $A'(G)$ не фиктивно, т.е. $R(F_i(t)) \cap P(G) \neq \varnothing$, и обратное сверхслово g принадлежит $R(F_i(t)) \cap P(G)$. Таким образом, в каждой позиции обратного сверхслова g истинна одна из формул $F_j(t-1) f_j(t)$, $j \in \{1, 2, \ldots, n\}$. Вследствие цикличности Σ-автомата $A'(G)$ для любого состояния q_k, достижимого из q_i, существует начинающаяся в q_i и содержащая q_k квазипериодическая последовательность состояний, каждое состояние которой достижимо из q_i. Пусть сверхслово l в алфавите Σ соответствует этой последовательности состояний. Поскольку на обратном сверхслове g истинна формула $F_i(t)$, в силу условия 2 теоремы о спецификации, которому удовлетворяет нормальная форма формулы $F(t)$ [1], в каждой позиции $\mathbf{Z}$-слова $g \cdot l$ истинна одна из формул $F_j(t-1) f_j(t)$, $j \in \{1, 2, \ldots, n\}$. Таким образом, $\mathbf{Z}$-слово $g \cdot l$ — модель для спецификации G. Очевидно, что состояние q_k не фиктивно, поскольку существует модель для G, имеющая префикс, принадлежащий $R(F_k(t))$.

Следствие 1. Если состояние q автомата $A'(G)$ фиктивно, то все состояния, из которых оно достижимо, также фиктивны. Доказывается от противного.

Введем некоторые понятия, характеризующие структуру циклического Σ-автомата. Множество всех состояний Σ-автомата A можно разбить на максимальные сильно связные подавтоматы, частично упорядоченные отношением достижимости. Максимальный сильно связный подавтомат, не достижимый ни из какого другого максимального сильно связного подавтомта автомата A, называется начальным (НССП). Очевидно, что каждое состояние автомата A достижимо из некоторого начального сильно связного его подавтомата.

Из утверждения 1 следует, что если в НССП имеется нефиктивное состояние, то все его состояния нефиктивны, и наоборот, если в НССП имеется фиктивное состояние, то все его состояния фиктивны. Таким образом, либо все состояния НССП фиктивны, либо все они нефиктивны. Это позволяет при анализе фиктивности состояний ограничиться только состояниями начальных сильно связных подавтоматов. Если в автомате есть фиктивные состояния, то имеется НССП, все состояния которого фиктивны. Назовем такой НССП фиктивным. Все фиктивные состояния — это состояния, которые достижимы только из состояний таких НССП. Удалив все фиктивные НССП и состояния, достижимые только из них, получим Σ-автомат, не содержащий фиктивных состояний. В дальнейшем будем рассматривать только сильно связные автоматы и их спецификации.

Как показано в [5], для любой LP-формулы G вида $\forall t F(t)$ существует симметричная ей LF-формула $\widetilde{G}$, для которой $W(\widetilde{G}) = P(G)^-$, т.е. $W(\widetilde{G})$ представляет собой множество сверхслов, инверсных обратным сверхсловам из $P(G)$. Известно [5], что множество $W(\widetilde{G})$ может быть задано LTL-формулой вида $\mathbf{G}\varphi$. Отсюда следует, что множество $W(\widetilde{G})$ ω-регулярное. В [3, 6] показано, что всякое ω-регулярное множество содержит квазипериодические (ultimately periodic) сверхслова и полностью определяется множеством содержащихся в нем таких сверхслов, а значит, $P(G)$ содержит квазипериодические обратные сверхслова. Поскольку для всякого обратного сверхслова из $P(G)$ любой его префикс принадлежит $P(G)$, это множество всегда содержит периодические обратные сверхслова. Следовательно, если множество $R(F(t))$ не содержит периодических обратных сверхслов, то формула G противоречива. Таким образом, условие непротиворечивости формулы $G = \forall t F(t)$ можно сформулировать так: формула G непротиворечива тогда и только тогда, когда существует периодическое обратное сверхслово, каждый префикс которого принадлежит $R(F(t))$.

При анализе фиктивности НССП будем рассматривать только периодические обратные сверхслова, представимые состояниями этого подавтомата. Периодические обратные сверхслова, представимые состояниями НССП, определяются циклами в графе переходов этого автомата.

Циклом (длины k) называется такая последовательность чередующихся состояний и отметок переходов $(q_0, \sigma_1, q_1, \sigma_2, \ldots, q_{k-1}, \sigma_k)$, что для всех $0 \le i < k-1$ $\delta(q_i, \sigma_{i+1}) = q_{i+1}$, а $\delta(q_{k-1}, \sigma_k) = q_0$. Очевидно, что слово $\sigma_1 \sigma_2 \ldots \sigma_k$ переводит состояние q_0 в себя. Такому циклу ставятся в соответствие $\mathbf{Z}$-слово $(\sigma_1 \sigma_2 \ldots \sigma_k)^{\mathbf{Z}}$ и обратное сверхслово $(\sigma_1 \sigma_2 \ldots \sigma_k)^{-\omega}$, представимое состоянием q_0. Цикл называется основным, если соответствующее ему периодическое $\mathbf{Z}$-слово является моделью для спецификации НССП.

Утверждение 2. Если спецификация G непротиворечива, то любой префикс из $P(G)$ представим некоторым состоянием специфицируемого ею автомата $A(G)$.

Доказательство. Пусть u — модель для формулы G, а $g_0 = \ldots \sigma_{-2} \sigma_{-1} \sigma_0$ — некоторый ее префикс. Этот префикс однозначно определяет состояние автомата $A(G)$, скажем, состояние q_0 [7]. Пусть префикс g_{-1} такой, что $g_{-1} \sigma_0 = g_0$, а q_{-1} — состояние, определяемое префиксом g_{-1}. В соответствии с детерминированной автоматной семантикой языка LP $\delta_A(q_{-1}, \sigma_0) = q_0$. В силу произвольного выбора префикса g_0 для любого $i = -1, -2, \ldots$ имеем $\delta_A(q_i, \sigma_{i+1}) = q_{i+1}$. Отсюда следует, что обратное сверхслово $\ldots \sigma_{-2} \sigma_{-1} \sigma_0$ представимо состоянием q_0 автомата $A(G)$.

Покажем, что НССП, имеющий основной цикл, не фиктивен. Пусть НССП содержит основной цикл $(q_0, \sigma_1, q_1, \sigma_2, \ldots, q_{k-1}, \sigma_k)$. Так как $\mathbf{Z}$-слово $(\sigma_1 \sigma_2 \ldots \sigma_k)^{\mathbf{Z}}$ является моделью для спецификации НССП, а значит, и для формулы G, обратное сверхслово $(\sigma_1 \sigma_2 \ldots \sigma_k)^{-\omega}$ принадлежит $P(G)$. Это обратное сверхслово представимо состоянием q_0. Как показано в [7], каждый префикс из $P(G)$ принадлежит одному (и только одному) из множеств $R(F_i(t))$. Таким образом, если обратное сверхслово g принадлежит $P(G)$ и представимо состоянием q_i, то оно принадлежит $R(F_i(t))$, следовательно, $R(F_0(t)) \cap P(G) \ne \varnothing$, что является условием нефиктивности состояния q_0, а значит, и всего НССП. Итак, проверка нефиктивности НССП сводится к проверке наличия в нем основного цикла.

Проверка того, фиктивен НССП или нет, основана на представлении формул вида $F(t)$ $-\omega$-регулярными множествами $R(F(t))$ задаваемых ими обратных сверхслов. Поэтому приведем необходимые сведения о $-\omega$-регулярных множествах, задаваемых формулами $F(t)$.

ФОРМУЛЫ $F(t)$ И ЗАДАВАЕМЫЕ ИМИ $-\omega$-РЕГУЛЯРНЫЕ МНОЖЕСТВА

Нормальную форму формулы $F(t)=\bigvee\limits_{i=1}^{n} F_i(t-1)f_i(t)$ будем задавать в виде множества пар $< R_i = R(F_i(t)), \Sigma_i >$ $(i=1,2,\ldots,n)$, где Σ_i — множество символов алфавита Σ, задаваемое формулой $f_i(t)$, т.е. $\Sigma_i=\{\sigma | \sigma(t)\to f_i(t)\}$. Это те символы, для которых определен переход из состояния q_i, соответствующего формуле $F_i(t)$.

Приведем некоторые правила, позволяющие устанавливать соответствие между формулой $F(t)$ и $-\omega$-регулярным выражением $R(F(t))$. Будем рассматривать $-\omega$-регулярные выражения в алфавите $\Sigma=\{a,b,c,\ldots\}$.

Формуле $a(t)$ $(a\in\Sigma)$ соответствует $-\omega$-регулярное выражение $\Sigma^{-\omega}a$, задающее множество всех обратных сверхслов в алфавите Σ, заканчивающихся символом a. Формуле $a(t-k)$ соответствует $-\omega$-регулярное выражение $\Sigma^{-\omega}a\Sigma^{k}$.

Если формулам $F_1(t)$ и $F_2(t)$ соответствуют $-\omega$-регулярные выражения R_1 и R_2, то формулы $F_1(t)\& F_2(t)$ и $F_1(t)\vee F_2(t)$ задают множества $R_1\cap R_2$ и $R_1\cup R_2$. Заметим, что конъюнкции $a(t-1)b(t)$ соответствует $-\omega$-регулярное выражение $\Sigma^{-\omega}a\Sigma\cap\Sigma^{-\omega}b = \Sigma^{-\omega}ab$.

Для часто встречающихся в спецификациях формул с кванторами приведем соответствующие им $-\omega$-регулярные выражения:

1) $F(t)=\exists t_1(t_1\le t)a(t_1)$, $R(F(t))=\Sigma^{-\omega}a\Sigma^{*}$;

2) $F(t)=\exists t_1(t_1\le t)a(t_1)\forall t_2(t_1<t_2\le t)\to b(t_2)$, $R(F(t))=\Sigma^{-\omega}ab^{*}$;

3) $F(t)=\forall t_1(t_1\le t)\to a(t_1)$, $R(F(t))=a^{-\omega}$;

4) $F(t)=\forall t_1(t_1\le t)\to\exists t_2(t_2\le t_1)a(t_2)$, $R(F(t))=(a\Sigma^{*})^{-\omega}$ — множество всех обратных сверхслов, содержащих бесконечное количество символов a;

5) $F(t)=\exists t_1(t_1\le t)\forall t_2(t_2\le t_1)\to a(t_2)$, $R(F(t))=a^{-\omega}\Sigma^{*}$;

6) $F(t)=\exists t_1(t_1\le t)a(t_1)\forall t_2((t_2<t_1)\to b(t_2))\forall t_3((t_1<t_3\le t)\to c(t_3))$, $R(F(t))=b^{-\omega}ac^{*}$;

7) $F(t)=\forall t_1(t_1\le t)\to(a(t_1-1)b(t_1)\vee b(t_1-1)a(t_1))b(t) = F_1(t)b(t)$, здесь $R(F_1(t)) = (ab)^{-\omega}\cup(ba)^{-\omega}$, а $R(F(t))=((ab)^{-\omega}\cup(ba)^{-\omega})\cap\Sigma^{-\omega}b = (ab)^{-\omega}$;

8) $F(t)=\forall t_1(t_1\le t)\to(a(t_1-1)\vee b(t_1))$, $R(F(t))=b^{-\omega}\cup a^{-\omega}\Sigma b^{*}$;

9) $F(t)=\exists t_1(t_1\le t)b(t_1)\exists t_2(t_2\le t_1-1)a(t_2)$, $R(F(t))=\Sigma^{-\omega}a\Sigma^{*}b\Sigma^{*}$.

Рассмотрим пример представления нормальной формы формулы $F(t)$ языка LP в терминах $-\omega$-регулярных выражений.

Пример 1. Пусть $F(t)=F_1(t-1)(a(t)\vee b(t)\vee c(t))\vee F_2(t-1)d(t)$, где

$$F_1(t)=\exists t_1(t_1\le t)a(t_1)\forall t_2((t_2<t_1)\to b(t_2))\forall t_3((t_1<t_3\le t)\to(a(t_3)\vee b(t_3))),$$
$$F_2(t)=\exists t_1(t_1\le t)c(t_1)\forall t_2(t_1<t_2\le t)\to d(t_2).$$

Нетрудно убедиться, что это нормальная форма [1]. Применив соответствия 6) и 2), получим следующее представление спецификации:

$$R_1=b^{-\omega}a(a\vee b)^{*},\ \Sigma_1=\{a,b,c\};\ R_2=\Sigma^{-\omega}cd^{*},\ \Sigma_2=\{d\}.$$

Приведем несколько простых равносильностей для $-\omega$-регулярных выражений. Так, для $R_1,R_2\subseteq\Sigma^{*}$ имеем $\Sigma^{-\omega}R_1^{*}=\Sigma^{-\omega}$, поскольку $\varepsilon\in R_1^{*}$, $\Sigma^{-\omega}R_1R_2^{*}=\Sigma^{-\omega}R_1\cup\Sigma^{-\omega}R_1R_2^{*}R_2$, $(R_1^{*}R_2^{*})^{*}=(R_1\cup R_2)^{*}$, $(R_1^{*}R_2^{*})^{-\omega}=(R_1\cup$

$\cup R_2)^{-\omega}$, $R_1\Sigma^* \cup R_2\Sigma^* = (R_1 \cup R_2)\Sigma^*$. Заметим, что последняя равносильность не имеет места для пересечения.

АНАЛИЗ ЦИКЛОВ В НССП

Приведем ряд результатов, используемых при проверке фиктивности НССП.

Теорема 1. Цикл в графе НССП основной, если и только если в какой-либо позиции соответствующего ему **Z**-слова истинна одна из формул $F_i(t)$, определяющая некоторое состояние этого цикла.

Доказательство. Необходимость очевидна, покажем достаточность.

Рассмотрим цикл вида $(q_0, \sigma_1, q_1, \sigma_2, \ldots, q_{k-1}, \sigma_k)$. Пусть в позиции α **Z**-слова $(\sigma_1\sigma_2 \ldots \sigma_k)^{\mathbf{Z}}$, соответствующей символу σ_i в нем, истинна формула $F_i(t)$, определяющая некоторое состояние цикла. Тогда в позиции $\alpha+1$ истинна формула $F_i(t-1)\sigma_{i+1}(t)$ при $i< k$ или формула $F_i(t-1)\sigma_1(t)$ при $i=k$. Здесь $\sigma_i(t)$ — формула, истинная в позиции t **Z**-слова, если в ней находится символ σ_i. Таким образом, согласно условию 2 теоремы о спецификации в каждой позиции $\beta > \alpha$ этого **Z**-слова истинна одна из формул $F_j(t-1)f_j(t)$ $(j \in \{0, 1, \ldots, k-1\})$, т.е. формула $F(t)$. Истинность формулы $F(t)$ в позициях, меньших $\alpha+1$, следует из периодичности **Z**-слова. Так, $F_i(t)$ истинна в любой позиции $\alpha - kn$ $(n = 0, 1, 2, \ldots)$ и, следовательно, $(\sigma_1\sigma_2 \ldots \sigma_k)^{\mathbf{Z}}$ — модель для спецификации НССП.

Заметим, что может существовать периодическое **Z**-слово, каждый префикс которого принадлежит одному из множеств $R(F_i(t))$, не являющееся моделью, если оно не соответствует ни одному циклу в графе НССП.

Пример 2. Спецификация формулы $F(t)$ в регулярных выражениях имеет вид $R_1 = \Sigma^{-\omega}ab^*$, $\Sigma_1 = \{b, c\}$; $R_2 = \Sigma^{-\omega}cb^*$, $\Sigma_2 = \{a, b\}$. Нетрудно убедиться, что $R_1 \cap R_2 = \varnothing$ и $R_1 b \subseteq R_1$, $R_1 c \subseteq R_2$, $R_2 a \subseteq R_1$, $R_2 b \subseteq R_2$. Эти включения определяют автомат, изображенный на рис. 1.

Рассмотрим цикл (2, a, 1, c), которому соответствует обратное сверхслово $(ac)^{-\omega}$. Очевидно, что его префикс $(ac)^{-\omega}$ принадлежит R_2, из чего следует, что цикл основной. Циклы (1, b) и (2, b) не основные, поскольку префиксы обратного сверхслова $b^{-\omega}$ не принадлежат ни R_1, ни R_2.

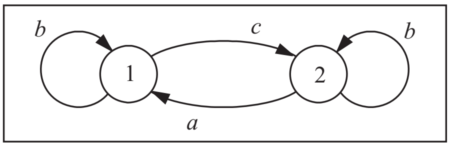

Рис. 1

Таким образом, проверка того, является цикл основным или нет, сводится к проверке принадлежности периодического обратного сверхслова одному из множеств $R(F_i(t))$, где формула $F_i(t)$ соответствует некоторому состоянию цикла.

Формулы вида $F_i(t-1)$ в нормальной форме формулы $F(t)$ часто представляют собой произведения более простых формул или их отрицаний, что соответствует пересечению $-\omega$-регулярных множеств или их дополнений. При проверке принадлежности периодического обратного сверхслова такому множеству можно не вычислять соответствующего ему $-\omega$-регулярного выражения, а выполнять эту проверку для отдельных его компонентов. Очевидно, что $g \in R_1 \cap R_2$, если $g \in R_1$, $g \in R_2$, и $g \in \neg R$, если $g \notin R$.

Теорема 2. Если спецификация цикла $(q_0, \sigma_1, q_1, \sigma_2, \ldots, q_{k-1}, \sigma_k)$ удовлетворяет соотношениям $\hat{R}_0\sigma_1 \subseteq \hat{R}_1, \hat{R}_1\sigma_2 \subseteq \hat{R}_2, \ldots, \hat{R}_{k-1}\sigma_k \subseteq \hat{R}_0$, где $R_i = R(F_i(t))$, $i = 0, 1, \ldots, k-1$, то он основной.

Доказательство. Покажем, что $(\sigma_1\sigma_2 \ldots \sigma_k)^{\mathbf{Z}}$ — модель для спецификации цикла (в соответствующем НССП).

1. Пусть $\hat{R}_0 = \Sigma^{-\omega}R$. Обратное сверхслово g принадлежит $\hat{R}_0$, если оно имеет суффикс, принадлежащий R. Пусть максимальная длина слов из R равна n. Если обратное сверхслово g принадлежит $\hat{R}_0$, то для любого $p > 0$

$g(\sigma_1\sigma_2\ldots\sigma_k)^p \in \hat{R}_0$. Выберем p таким, что $kp \geq n$. Тогда какое-то слово из R будет суффиксом слова $(\sigma_1\sigma_2\ldots\sigma_k)^p$. Следовательно, префикс $\mathbf{Z}$-слова $(\sigma_1\sigma_2 \ldots \sigma_k)^{\mathbf{Z}}$ с таким суффиксом принадлежит $\hat{R}_0$, а значит, и R_0. Таким образом, согласно теореме 1 $\mathbf{Z}$-слово $(\sigma_1\sigma_2 \ldots \sigma_k)^{\mathbf{Z}}$ является моделью для спецификации НССП.

2. Пусть $\hat{R}_0 = (Q_1)^{-\omega} S_1$, где Q_1, S_1 — конечные множества слов, и $g \in \hat{R}_0$. Тогда для любого $p > 0$ $g(\sigma_1\sigma_2\ldots\sigma_k)^p \in \hat{R}_0$. При достаточно большом p слово $(\sigma_1\sigma_2\ldots\sigma_k)^p$ имеет суффикс $r_1 \in S_1$. Удалив из $(\sigma_1\sigma_2\ldots\sigma_k)^p$ этот суффикс, получим слово $r = (\sigma_1\sigma_2\ldots\sigma_k)^{p_1}\sigma_1 \ldots \sigma_{i-1}$ $(p_1 < p, i \leq k)$ такое, что $g(\sigma_1\sigma_2\ldots\sigma_k)^{p_1}\sigma_1 \ldots \sigma_{i-1} \in (Q_1)^{-\omega}$. Рассмотрим период $(\sigma_i \ldots \sigma_k\sigma_1 \ldots \sigma_{i-1})$, обозначив его $(\sigma'_1\sigma'_2\ldots\sigma'_k)$. Таким образом, слово r имеет вид $\sigma_1 \ldots \sigma_{i-1}(\sigma'_1\sigma'_2 \ldots \sigma'_k)^{p_1}$. Как было отмечено, обратное сверхслово $g\sigma_1 \ldots \sigma_{i-1}(\sigma'_1\sigma'_2 \ldots \sigma'_k)^{p_1}$ принадлежит множеству $(Q_1)^{-\omega}$ и, следовательно, представляет собой бесконечную конкатенацию слов из Q_1 (факторов). Рассмотрим последние $k+1$ этих факторов $\varphi_1, \ldots, \varphi_{k+1}$. При достаточно большом p слово $\varphi_1 \ldots \varphi_{k+1}$ будет суффиксом слова $(\sigma'_1\sigma'_2 \ldots \sigma'_k)^{p_1}$. Поскольку каждый фактор начинается в некоторой позиции слова $\sigma'_1\sigma'_2 \ldots \sigma'_k$, среди них найдутся два фактора, начинающихся в одной и той же позиции этого слова. Пусть это факторы φ_i и φ_j $(i < j \leq k+1)$, тогда обратное сверхслово $(\varphi_i \ldots \varphi_{j-1})^{-\omega}\varphi_j \ldots \varphi_{k+1}$ принадлежит $(Q_1)^{-\omega}$ и совпадает с $(\sigma'_1\sigma'_2 \ldots \sigma'_k)^{-\omega}$, а $(\sigma'_1\sigma'_2 \ldots \sigma'_k)^{-\omega} r_1$ совпадает с $(\sigma_1\sigma_2 \ldots \sigma_k)^{-\omega}$. Таким образом, $\mathbf{Z}$-слово $(\sigma_1\sigma_2 \ldots \sigma_k)^{\mathbf{Z}}$ имеет префикс $(\sigma'_1\sigma'_2 \ldots \sigma'_k)^{-\omega} r_1$, принадлежащий $\hat{R}_0$, и, следовательно, согласно теореме 1 является моделью для спецификации НССП.

Пример 3. Пусть

$$\begin{aligned} F(t) = {} & \exists t_1 (t_1 < t) c(t_1) \forall t_2 (t_1 < t_2 < t) \to (c(t_2) \vee b(t_2)) \,\&\, (a(t) \vee b(t) \vee c(t)) \vee \\ & \vee \exists t_1 (t_1 < t) a(t_1)\, (\forall t_2 (t_1 < t_2 < t) \to b(t_2)) \,\&\, (b(t) \vee c(t)) = \\ & = F_1(t-1)(a(t) \vee b(t) \vee c(t)) \vee F_2(t-1)(b(t) \vee c(t)). \end{aligned}$$

Формула $F(t)$ представлена в нормальной форме, что в терминах множеств обратных сверхслов имеет следующий вид: $R_1 = \Sigma^{-\omega} c(c \vee b)^*$, $\Sigma_1 = \{a, b, c\}$; $R_2 = \Sigma^{-\omega} ab^*$, $\Sigma_2 = \{b, c\}$. Выполняются такие включения: $R_1(c \vee b) \subseteq R_1$, $R_1 a \subseteq R_2$, $R_2 b \subseteq R_2$, $R_2 c \subseteq R_1$. Поясним справедливость второго включения: $R_1 a = \Sigma^{-\omega} c(c \vee b)^* a \subseteq \Sigma^{-\omega} a \subseteq \Sigma^{-\omega} ab^*$. Эти включения определяют автомат, изображенный на рис. 2.

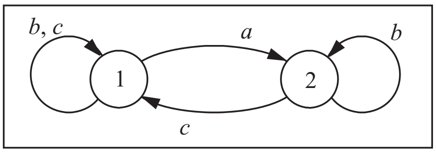

Рис. 2

Рассмотрим цикл $(1, a, 2, c)$. Здесь $\hat{R}_1 = \Sigma^{-\omega} c$, $\hat{R}_2 = \Sigma^{-\omega} a$. Таким образом, имеем $\hat{R}_1 a \subseteq \hat{R}_2$, $\hat{R}_2 c \subseteq \hat{R}_1$ и, следовательно, согласно теореме 2 этот цикл основной.

В автомате $A'(G)$, соответствующем спецификации G, достаточно часто встречаются НССП, состоящие из одного состояния. Приведем некоторые результаты, упрощающие проверку их фиктивности.

ПРОВЕРКА ФИКТИВНОСТИ НССП, ИМЕЮЩЕГО ОДНО СОСТОЯНИЕ

Спецификация в языке LP автомата, состоящего из одного состояния, имеет вид $\forall t F_1(t-1)(\sigma_1(t) \vee \ldots \vee \sigma_k(t))$ или в терминах $-\omega$-регулярных выражений

$< R(F_1(t)), \Sigma_1 >$, где $\Sigma_1 = \{\sigma_1, \ldots, \sigma_k\}$. Здесь $\sigma_i \in \Sigma_1$ тогда и только тогда, когда $R(F_1(t))\sigma_i \subseteq R(F_1(t))$.

Утверждение 3. Пусть $G =< R(F_1(t)), \Sigma_1 >$. Периодическое **Z**-слово $r^{\mathbf{Z}}$, где $r \in \Sigma_1^*$, является моделью для G тогда и только тогда, когда некоторой его позиции соответствует префикс, принадлежащий $R(F_1(t))$.

Это утверждение непосредственно следует из теоремы 1, поскольку каждое периодическое **Z**-слово в алфавите Σ_1 соответствует некоторому циклу в НССП из одного состояния.

Утверждение 4. Если $\hat{R}_1$ имеет вид $\Sigma^{-\omega} r$, где r — слово, то спецификация $< R_1, \Sigma_1 >$ противоречива, если Σ_1 не содержит всех символов из r. Очевидно, что каждый префикс модели заканчивается символом из Σ_1. Если r содержит символ, не принадлежащий Σ_1, то в любой периодической модели для спецификации найдется префикс, не заканчивающийся символом из Σ_1. Например, спецификация $R_1 = \Sigma^{-\omega} ab^*$, $\Sigma_1 = \{b\}$ противоречива.

Пример 4. Рассмотрим спецификацию из примера 1, представленную в $-\omega$-регулярных выражениях:

$$R_1 = b^{-\omega} a(a \vee b)^*, \ \Sigma_1 = \{a, b, c\};$$

$$R_2 = \Sigma^{-\omega} cd^*, \ \Sigma_2 = \{d\}.$$

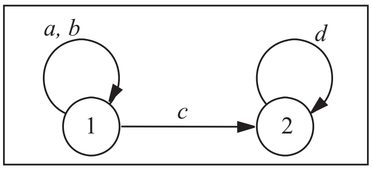

Рис. 3

Для нее выполняются следующие включения: $R_1(a \vee b) \subseteq R_1$, $R_1 c \subseteq R_2$, $R_2 d \subseteq R_2$. Поэтому ей соответствует автомат, изображенный на рис. 3.

Этот автомат имеет единственный НССП, представленный состоянием 1. Он фиктивный, поскольку R_1 не содержит ни одного периодического обратного сверхслова. После его удаления получим НССП, состоящий из состояния 2, который также фиктивен, поскольку Σ_2 не содержит символа c из $\hat{R}_2$. Таким образом, рассматриваемая спецификация противоречива.

Если $\hat{R}_1$ имеет вид $\Sigma^{-\omega} r$, где r — слово, состоящее более чем из одного символа, то в соответствующем НССП не существует основного цикла длины менее $|r|$, если $r \neq (r_1)^k$ $(k > 1)$. Например, если $R_1 = \Sigma^{-\omega} a\Sigma^* b\Sigma^*$ и $\Sigma_1 = \{a, b\}$, то $\hat{R}_1 = \Sigma^{-\omega} ab$ и $R_1 a \subseteq R_1$, $R_1 b \subseteq R_1$, однако циклы (q_1, a) и (q_1, b) не основные, поскольку ни $a^{-\omega}$, ни $b^{-\omega}$ не принадлежат R_1.

Утверждение 5. Если $R_1 = \Sigma^{-\omega} R$, а $\hat{R}_1 = \Sigma^{-\omega} r$, где r — слово в алфавите Σ_1, и для всех σ, встречающихся в r, $\Sigma^{-\omega} R\sigma \subseteq \Sigma^{-\omega} R$, то $r^{\mathbf{Z}}$ — модель для соответствующей спецификации.

Рассмотрим периодическое **Z**-слово $r^{\mathbf{Z}}$. Очевидно, что формула, соответствующая $-\omega$-регулярному выражению $\Sigma^{-\omega} r$, истинна в некоторой позиции этого **Z**-слова (а значит, истинна и $\Sigma^{-\omega} R$). Таким образом, в соответствии с теоремой 1 $r^{\mathbf{Z}}$ является моделью для спецификации НССП.

Возможно обобщение, когда $\hat{R}_1 = \Sigma^{-\omega} R$, где R — множество слов. Тогда для каждого $r \in R$, удовлетворяющего условиям утверждения 5, $r^{\mathbf{Z}}$ — модель для соответствующей спецификации.

Теорема 4. Пусть нормальная форма спецификации НССП, состоящего из одного состояния, имеет вид $< R_1 = \Sigma^{-\omega} R, \ \Sigma_1 >$ и $\hat{R}_1 = \Sigma^{-\omega} r$, где $r = \sigma_1 \ldots \sigma_k$. Спецификация непротиворечива тогда и только тогда, когда для каждого $\sigma_i \in \{\sigma_1, \ldots, \sigma_k\}$ $\sigma_i \in \Sigma_1$ и $R_1 \sigma_i \subseteq R_1$.

Доказательство непосредственно вытекает из утверждений 4 и 5.

Заметим, что если $R_1 \neq \Sigma^{-\omega}$, то $\hat{R}_1 = \Sigma^{-\omega} r$, где r — непустое слово (множество слов). Поэтому теорема 3 определяет необходимые и достаточные условия непротиворечивости спецификации вида $< R_1 = \Sigma^{-\omega} R, \Sigma_1 >$, представленной в нормальной форме.

При анализе НССП, состоящего из одного состояния, рассматривались спецификации вида $< R_1 = \Sigma^{-\omega} R, \Sigma_1 >$. Следующая теорема позволяет распространить полученные результаты на спецификации вида $< R_1 = R^{-\omega}, \Sigma_1 >$.

Теорема 5. Спецификации $G_1 = \forall t F_1(t)$ и $G_2 = \forall t F_2(t)$, где $R(F_1(t)) = \Sigma^{-\omega} R_1 \Sigma_1$, $R(F_2(t)) = (R_1)^{-\omega} \Sigma_1$, а $\Sigma_1 \subseteq \Sigma$, эквивалентны, т.е. имеют одно и то же множество моделей.

Доказательство. 1. Периодическое **Z**-слово $r^{\mathbf{Z}}$, где $r \in \Sigma_1^*$, является моделью для G_1 тогда и только тогда, когда каждый его префикс принадлежит $\Sigma^{-\omega} R_1 \Sigma_1$. Такой префикс имеет вид $g \cdot \sigma$, где $\sigma \in \Sigma_1$, и каждый префикс обратного сверхслова g принадлежит $\Sigma^{-\omega} R_1$, т.е. заканчивается словом из R_1. Отсюда следует, что g может быть представлено как бесконечная конкатенация слов из R_1, т.е. $g \in (R_1)^{-\omega}$. Согласно утверждению 3 **Z**-слово $r^{\mathbf{Z}}$ — модель для G_2, поскольку имеет префикс, принадлежащий $(R_1)^{-\omega}$. Таким образом, каждая периодическая модель для спецификации G_1 является моделью для спецификации G_2.

2. Периодическое **Z**-слово $r^{\mathbf{Z}}$, где $r \in \Sigma_1^*$, — модель для G_2 тогда и только тогда, когда оно имеет префикс, принадлежащий множеству $(R_1)^{-\omega}$ и, следовательно, заканчивающийся словом из R_1. Таким образом, **Z**-слово $r^{\mathbf{Z}}$ имеет префикс, принадлежащий множеству $\Sigma^{-\omega} R_1$ и согласно утверждению 3 является моделью для G_1.

Из совпадения множеств периодических моделей для спецификаций G_1 и G_2 следует, что совпадают и множества периодических обратных сверхслов, имеющихся в множествах $P(G_1)$ и $P(G_2)$. Будучи $-\omega$-регулярным, множество $P(G)$ однозначно определяется имеющимися в нем периодическими обратными сверхсловами [6], поэтому множества $P(G_1)$ и $P(G_2)$ совпадают, а значит, совпадают и множества моделей для спецификаций G_1 и G_2.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Настоящая статья завершает описание процесса синтеза детерминированного Σ-автомата, специфицированного формулой языка LP. На первом этапе синтеза, описанном в [1], строится автомат $A'(G)$, соответствующий нормальной форме формулы $F(t)$ в спецификации $G = \forall t F(t)$. Этот автомат может содержать фиктивные состояния, т.е. состояния, не принадлежащие автомату, специфицируемому формулой G. На втором этапе, которому посвящена данная статья, осуществляется нахождение в автомате $A'(G)$ фиктивных состояний и их удаление. Показано, что соответствующая задача сводится к проверке фиктивности начальных сильно связных подавтоматов автомата $A'(G)$, что, в свою очередь, сводится к определению наличия в НССП основного цикла. Цикл называется основным, если соответствующее ему периодическое обратное сверхслово имеет префикс, принадлежащий некоторому множеству $R(F_i(t))$, где формула $F_i(t)$ соответствует одному из состояний этого цикла. В статье предполагается, что для представления множеств $R(F_i(t))$ используются $-\omega$-регулярные выражения. Таким образом, задача проверки, является ли рассматриваемый цикл длины k основным, состоит в проверке принадлежности периодического обратного сверхслова некоторому $-\omega$-регулярному множеству. Эта задача достаточно простая и связана с построением множества всех слов длины k, принадлежащих регулярному множеству. Ввиду ограниченности объема статьи она не рассматривалась. Кроме того, полученные результаты в случае наличия легко проверяемых свойств спецификации позволяют обходиться без проверки принадлежности периодического обратного сверхслова $-\omega$-регулярному множеству.

Основная сложность при реализации предложенного подхода к нахождению фиктивных состояний состоит в переходе от формулы $F(t)$ к множеству $R(F(t))$ задаваемых ею обратных сверхслов. Пока неизвестен достаточно простой способ решения этой задачи. В статье приведены некоторые правила построения множества $R(F(t))$ для относительно простых формул $F(t)$. Перечень таких правил можно существенно расширить, что позволит решать рассматриваемую задачу для широкого класса спецификаций, учитывая, что базовые формулы, из которых строятся подформулы вида $F_i(t-1)$ в нормальной форме формулы $F(t)$, как правило, несложные.

Проблема нахождения фиктивных состояний рассматривалась для автомата $A'(G)$, синтезированного по спецификации в языке LP с детерминированной семантикой. Аналогичная задача возникает для недетерминированного автомата $A'(G)$, синтезированного по спецификации в языке LF. Результаты, приведенные в настоящей статье, легко адаптируются и для такого случая.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Чеботарев А.Н. Синтез Σ-автоматов, специфицированных в логических языках LP и LF. *Кибернетика и системный анализ*. 2018. Т. 54, № 4. С. 16–31.
2. Чеботарев А.Н. Синтез процедурного представления автомата, специфицированного в логическом языке L^*. II. *Кибернетика и системный анализ*. 1997. № 6. С. 115–127.
3. Perrin D., Pin J.- E. Infinite words. Automata, semigroups, logic and games. Pure and applied mathematics series. Amsterdam: Elsevier, 2004. Vol. 141. 550 p.
4. Bresolin D., Montanari A., Puppis G. A theory of ultimately periodic languages and automata with an application to time granularity. *Acta Informatica*. 2009. Vol. 46, N 5. P. 331–360.
5. Чеботарев А.Н. Некоторые подмножества монадической логики первого порядка (MFO), используемые для спецификации и синтеза Σ-автоматов. *Кибернетика и системный анализ*. 2017. Т. 53, № 4. С. 22–36.
6. Calbrix H., Nivat M., Podelsky A. Ultimately periodic words of rational ω-languages. *Lecture Notes in Computer Science*. 1994. Vol. 802. P. 554–566.
7. Чеботарев А.Н. Проблемы синтеза Σ-автоматов, специфицированных в языках LP и LF логики первого порядка. *Кибернетика и системный анализ*. 2017. Т. 53, № 5. С. 22–33.

Надійшла до редакції 11.12.2018

А.М. Чеботарьов

ВИЗНАЧЕННЯ ФІКТИВНИХ СТАНІВ В Σ-АВТОМАТІ, ЩО СИНТЕЗОВАНИЙ ЗА СПЕЦИФІКАЦІЄЮ У МОВІ LP

Анотація. Синтез детермінованого Σ-автомата, специфікованого мовою LP, полягає у послідовному виконанні двох процедур. Перша будує автомат, який містить у собі підавтомат, що збігається зі специфікованим автоматом, а друга видаляє стани, які не належать цьому підавтомату. Такі стани називаються фіктивними. Розглянуто спосіб визначення фіктивних станів. Отримані результати дозволяють відповідний процес звести до знаходження так званих основних циклів в автоматі і, врешті-решт, до перевірки належності періодичного зворотного надслова деякій $-\omega$-регулярній множині.

Ключові слова: Σ-автомат, фіктивний стан, початковий сильно зв’язний підавтомат, нормальна форма, $-\omega$-регулярна множина, основний цикл.

A.N. Chebotarev

DETECTING FICTITIOUS STATES IN A Σ-AUTOMATON SYNTHESIZED FROM THE SPECIFICATION IN THE LANGUAGE LP

Abstract. Synthesis of a deterministic Σ-automaton specified in the language LP consists in the execution of two consecutive procedures. The first one constructs the automaton that has a subautomaton, which is identical to the specified automaton, and the other deletes the states that do not belong to this subautomaton. Such states are called fictitious. The method for detecting fictitious states is considered. The obtained results allow reducing detection of fictitious states to finding so-called basic cycles and eventually to checking the membership of a periodic $-\omega$-word in some $-\omega$-regular set.

Keywords: Σ-automaton, fictitious state, initial strongly connected subautomaton, normal form, $-\omega$-regular set, basic cycle.

Чеботарев Анатолий Николаевич,
доктор техн. наук, ведущий научный сотрудник Института кибернетики им. В.М. Глушкова НАН Украины, Киев, e-mail: ancheb@gmail.com.