

## УДОСКОНАЛЕННЯ МЕТОДУ АНАЛІЗУ ІЕРАРХІЙ НА ОСНОВІ УТОЧНЕННЯ ПРОЦЕДУР ФОРМУВАННЯ МАТРИЦЬ ПАРНИХ ПОРІВНЯНЬ

**Анотація.** Наведено загальний опис методу аналізу ієархій та підходів до його удосконалення. Показано, що передумовою успішного використання методу аналізу ієархій є наявність матриць парних порівнянь, отриманих за результатами експертного опитування, які є узгодженими та адекватно відображають погляди експерта. Встановлено, що сучасні підходи не надають змоги повною мірою забезпечити цю вимогу. Як удосконалення методу запропоновано двокрокову процедуру експертного опитування з використанням формалізованих карток, що підлягають заповненню експертами, та математичні залежності, які забезпечують приведення неузгоджених матриць парних порівнянь до узгодженості. Можливість практичного використання запропонованого підходу для отримання узгоджених матриць парних порівнянь проілюстровано конкретним прикладом розрахунків. Загалом запропоновані удосконалення забезпечують підвищення ступеня обґрунтованості рішень, які приймаються на основі результатів, отриманих з використанням методу аналізу ієархій.

**Ключові слова:** метод аналізу ієархій, експертне опитування, матриця парних порівнянь, узгодженість матриць парних порівнянь.

### ВСТУП

Як відомо, метод аналізу ієархій (MAI) [1] є багатокритерійним методом, призначеним для прийняття компромісних рішень на підставі аналізу факторів, вплив яких не можна описати за допомогою аналітичних залежностей [2]. Результати наукометричних досліджень ступеня вживаності прикладних багатокритерійних методів прийняття рішення, застосовних у різних галузях практичної діяльності (банківській справі, фінансовому менеджменті, бізнесі, різних галузях промисловості, менеджменті ризиків, медицині та системі охорони здоров'я, освіті, природокористуванні тощо) [3, 4], свідчать про те, що MAI є одним з найбільш широковживаних методів. При цьому в наукових дослідженнях, що стосуються аспектів прийняття рішень під час аналізу складних систем, саме MAI є практично основним методом, який на першому етапі використовується для визначення коефіцієнтів важливості показників. Надалі за цими коефіцієнтами здійснюється порівняння альтернатив з використанням інших багатокритерійних методів (наприклад, [5–7]). Тому, на нашу думку, проведення досліджень з метою удосконалення MAI для підвищення обґрунтованості рішень, які приймаються на його основі, є актуальним науковим завданням.

### ЗАГАЛЬНИЙ ОПИС МЕТОДУ АНАЛІЗУ ІЕРАРХІЙ ТА ВИЗНАЧЕННЯ НАПРЯМІВ ЙОГО ВДОСКОНАЛЕННЯ

Оскільки MAI досить докладно описаний у спеціальній літературі, тут наведено лише його загальний опис [1, 2]. На першому етапі визначають мету завдання, яке розв'язується. На другому етапі, виходячи з визначеної мети, будується відповідну ієархію. На третьому етапі для кожного рівня ієархії формують матриці парних порівнянь, що підлягають заповненню за результатами експертного опитування. При цьому кількість матриць на кожному рівні відповідає кількості вузлів вищого рівня, з якими пов'язані вузли поточного рівня,

а розмір кожної з них визначається кількістю факторів, що підлягають парному порівнянню. На четвертому етапі заповнюють матриці парних порівнянь, які в MAI є обернено симетричними: наддіагональні елементи  $a_{ij}$  ( $i, j = 1, 2, \dots, n$ , де  $n$  — кількість факторів, що підлягають порівнянню) заповнюють на основі експертних суджень, діагональні дорівнюють одиниці, а піддіагональні елементи розраховують за формулою:

$$a_{ji} = 1/a_{ij}.$$

Під час заповнення наддіагональних елементів матриці експерт користується шкалою оціночних суджень, запропонованою Т. Сааті [1], та здійснює послідовне парне порівняння факторів. При цьому він повинен оцінити рівень важливості кожного з факторів порівнянно з іншими стосовно його впливу на фактор вищого рівня ієархії, для якого заповнюється матриця.

На п'ятому етапі для кожної матриці парних порівнянь здійснюють оцінювання елементів вектора локальних пріоритетів, для чого розраховують компоненти власного вектора, який відповідає максимальному власному значенню матриці, та проводять їхнє нормування до одиниці.

На шостому етапі для кожної матриці парних порівнянь здійснюють оцінювання її узгодженості, розраховуючи індекс узгодженості ( $IY$ ):

$$IY = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1},$$

де  $\lambda_{\max}$  — розраховане максимальне власне значення матриці, та відношення узгодженості ( $BY$ ):

$$BY = IY / I_{\text{табл}}$$

з використанням табличного значення  $IY_{\text{табл}}$  [1], яке характеризує узгодженість випадкових оцінок експерта для матриці такого самого порядку (на приклад, для  $n = 8$  маємо  $IY_{\text{табл}} = 1,41$ ).

За рекомендаціями з [1] ступінь узгодженості повинен відповісти тому ризику, який є властивим роботі з неузгодженими результатами. У загальному випадку відношення узгодженості для окремої матриці має бути меншим ніж 0,1, хоча в деяких випадках вважається, що можна припустити його зростання до 0,2. У тому разі, коли  $BY$  виходить за ці межі, в [1] рекомендується більш докладно дослідити проблему та уточнити судження експерта шляхом коригування тих матриць парних порівнянь, які виявилися неузгодженими, тобто фактично повернутися до четвертого етапу.

На сьомому етапі здійснюють перевірку узгодженості всієї ієархії. При цьому, відповідно до [1], значення відношення узгодженості не повинно перевищувати 0,1. Якщо ця умова не виконується, тоді необхідно повернутися до аналізу матриць парних порівнянь, насамперед тих, відношення узгодженості яких мають найбільші значення.

На останньому, восьмому етапі розраховують вектор глобальних пріоритетів альтернатив, елементи якого характеризують перевагу однієї альтернативи на іншу.

Слід зазначити, що впродовж усього часу свого існування MAI неодноразово ставав об'єктом різних удосконалень та модифікацій, докладний опис яких наведено у [8]. До того ж, у статті [9] запропоновано програму розрахунку числа та вектора Фробеніуса під час оцінювання вектора локальних пріоритетів. Однак такі дослідження здебільшого стосувались обчислювальних процедур MAI, вплив особливостей яких на отримувані результати розглянуто в [10].

Окремим напрямком досліджень є вибір шкал, з використанням яких доцільно здійснювати парне порівняння факторів. Огляд таких шкал наведено у роботі [11], а у [12] запропоновано здійснювати парне порівняння факторів з використанням функції цінності.

Однак, які б шкали та розрахункові процедури для оцінювання пріоритетів альтернатив не використовувалися, основною передумовою успішного використання MAI є наявність матриць парних порівнянь, отриманих за результатами експертного опитування, які є узгодженими та адекватно відображають погляди експерта. При цьому проблеми узгодженості та адекватності матриць поглядам експерта є взаємопов'язаними.

Узгодженість матриць парних порівнянь може бути забезпечена експертом під час його опитування. При цьому встановлено [13, 14], що матриці, для яких  $n = 2$ , завжди є узгодженими. Для  $n = 3 \dots 5$  експерт досить просто досягає узгодженості шляхом коригування своїх суджень. Для  $n > 5$  досягти узгодженості за результатами експертного опитування дуже складно, оскільки експерт має забезпечити одночасну транзитивну та кардинальну узгодженість матриць.

Наслідком такої ситуації є те, що хоча основою MAI вважається процедура парного порівняння факторів, на практиці експерт під час заповнення одного рядка матриці для забезпечення її узгодженості повинен враховувати взаємоплив усіх факторів. Зрозуміло, що це призведе до зменшення адекватності оцінювання впливу кожного окремого фактора. При цьому в межах методу ця проблема постає двічі: під час первинного заповнення матриць експертом та під час обов'язкового коригування ними первинних матриць у разі їхньої неузгодженості.

Для забезпечення узгодженості первинних матриць парних порівнянь у [11, 13, 15] запропоновано скористатися тим, що для транзитивно та кардинально узгоджених матриць спрощується співвідношення виду

$$a_{ij} = a_{kj} / a_{ki}, \quad i, j, k = 1, \dots, n. \quad (1)$$

Тому експерту пропонують заповнити лише один рядок матриці, а всі інші її наддіагональні елементи розраховують на основі (1). Однак, хоча такий підхід дійсно забезпечує узгодженість отриманої матриці, вважати її такою, що адекватно відображає погляди експерта, навряд чи можна, адже ймовірна похибка його суджень автоматично поширюється на всі розраховані елементи матриці. До того ж, отримані значення можуть виходити за межі шкали порівняння, що зумовлює хибність оцінок пріоритетів альтернатив.

Для спрощення коригування первинних матриць парних порівнянь у роботі [16] запропоновано розглядати кожний рядок матриці як окремий вектор. При цьому зазначено, що для узгодженої матриці ці вектори мають бути паралельними, тобто косинус кута між будь-якою парою векторів повинен дорівнювати одиниці. З огляду на це експерту для коригування первинної матриці парних порівнянь додатково подаються на розгляд значення косинусу кутів між рядками матриці. Орієнтуючись на них, він може уточнити свої судження та сформувати більш узгоджену матрицю. Однак, на нашу думку, цей підхід потребує значної кількості ітеративних розрахунків, адже зв'язок між розрахованими значеннями кутів та елементами матриці, які потребують коригування для забезпечення її узгодженості, не є очним. Отже, можна зробити висновок, що нині існує проблема отримання матриць парних порівнянь, які адекватно відображають погляди експерта та є узгодженими, а її розв'язання потребує відповідного вдосконалення MAI.

Першим пропонованим напрямом вдосконалення MAI є розгляд процедури заповнення експертом первинних матриць парних порівнянь. Ця процедура забезпечить адекватне відображення його суджень щодо відносної переваги одного

фактора над іншим, тобто надасть змогу уточнити четвертий етап MAI, пов'язаний із визначенням наддіагональних елементів матриці парних порівнянь.

Другим пропонованим напрямом вдосконалення MAI є введення у метод додаткового етапу, у межах якого здійснюється приведення неузгоджених матриць парних порівнянь до узгодженості, тобто отримання на основі первинних неузгоджених матриць нових, гарантовано узгоджених. Це дає змогу на етапі коригування вихідних даних надати експерту для аналізу дві матриці: неузгоджену первинну та узгоджену скориговану, після порівняння яких він або надасть згоду на використання скоригованої матриці, або скоригує первинну, враховуючи результати приведення її до узгодженої. Надалі зазначені елементи вдосконалення MAI будуть розглянуті більш докладно.

#### РЕАЛІЗАЦІЯ ЗАПРОПОНОВАНИХ НАПРЯМІВ УДОСКОНАЛЕННЯ MAI

Для реалізації першого напряму вдосконалення MAI скористаємося аналогією між експертом та вимірювальним приладом, наведеною в [1], на основі якої можна сказати, що формально заповнення матриці парних порівнянь практично не відрізняється від проведення дослідів за деяким планом експерименту. У теорії планування експериментів до проведення дослідів висувають дві основні вимоги [17]: кожний дослід з плану має бути реалізований у номінально однакових умовах; досліди повинні проводитись рандомізовано для усунення впливу неврахованих факторів, які можуть спричинити появу систематичної похибки. Отже, логічно розраховувати на те, що ці вимоги мають виконуватись і під час заповнення матриць парних порівнянь, однак за сучасних підходів до опитування експертів їх дотриматись досить складно.

Номінальна однаковість умов для експерта під час визначення значення кожного наддіагонального елемента розглядуваної матриці парних порівнянь фактично не може бути забезпечена внаслідок того, що кількість елементів порівняння в кожному рядку матриці є різною. Зокрема, перший рядок матриці передбачає аналіз співвідношень між  $n-1$  елементами, а в передостанньому рядку необхідно порівняти лише два елементи.

Як зазначено вище, основною причиною, що може зумовити виникнення похибки, особливо під час роботи з достатньо великими матрицями, є потреба в одноважному урахуванні експертом зв'язків між факторами, що підлягають порівнянню, для забезпечення узгодженості заповненої матриці. Особливо гостро ця проблема постає під час опитування фахівців-практиків, які не достатньо глибоко ознайомлені з особливостями MAI. Тому для забезпечення умов експертного опитування для заповнення матриць парних порівнянь, які будуть відповідати рекомендаціям теорії планування експерименту, запропоновано використовувати двокрокову процедуру організації опитування. Для цього перед проведенням опитування для кожної матриці парних порівнянь готують опитувальні картки, кількість та зміст яких відповідають наддіагональним елементам матриці, що підлягають заповненню.

Процес заповнення кожної картки передбачає вибір одного фактора, який сильніше впливає на фактор вищого рівня ієархії, стосовно якого проводиться оцінювання, та має формалізований вигляд, наведений на рис. 1.

На першому кроці опитування для однієї матриці парних порівнянь картки подаються експерту послідовно у випадковому порядку (рандомізовано). Після заповнення всіх карток для однієї матриці їх поділяють на дві групи. До першої групи відносять лише ті картки, на яких експерт поставив позначки для обох факторів. Усі інші картки відносять до другої групи. На основі карток другої групи, заповнених експертом, готують опитувальні картки для другого кроку

Поставте, будь ласка, позначку біля фактора, який, на Вашу думку, сильніше впливає на (фактор вищого рівня ієрархії, стосовно якого проводиться опитування)
<input type="checkbox"/> Фактор (назва) <input type="checkbox"/> Фактор (назва)
Примітка. Якщо фактори мають одинаковий вплив, поставте позначки для обох факторів

Рис. 1. Формалізована картка для першого кроку експертного опитування

Поставте, будь ласка, позначку напроти ступеня переваги (назва фактора, обраного на першому кроці) відносно (назва фактора, не обраного на першому кроці) стосовно (назва фактора вищого рівня ієрархії, для якого проводиться опитування) за наведеною нижче шкалою		
Поставте позначку в наступному стовпчику	Однаковий вплив	1
	Проміжне значення між двома суміжними судженнями	2
	Помірна перевага	3
	Проміжне значення між двома суміжними судженнями	4
	Суттєва або сильна перевага	5
	Проміжне значення між двома суміжними судженнями	6
	Значна перевага	7
	Проміжне значення між двома суміжними судженнями	8
	Дуже сильна перевага	9

Рис. 2. Формалізована картка для другого кроку експертного опитування

(рис. 2). При цьому другий крок передбачає відповідь на запитання про ступінь переваги фактора, обраного на першому кроці, відповідно до шкали Т. Сааті.

На другому кроці експертного опитування картки експерту подаються також у випадковому порядку. При цьому на кожній картці в другому стовпчику таблиці експерт повинен поставити позначку в тому рядку, в якому його оцінка означає ступінь переваги, що відповідає значенню шкали Т. Сааті, зазначеному в останньому стовпчику.

Формування матриці парних порівнянь здійснюється на основі урахування особливостей її структури. Діагональні елементи матриці та ті її елементи, які відповідають факторам з першої групи карток, отриманих на першому кроці, заповнюють одиницею, наддіагональним елементам надають значення з карток, заповнених на другому кроці опитування, а решту елементів матриці заповнюють, виходячи з її оберненої симетричності. Такий порядок експертного опитування суттєво різниеться від традиційного насамперед тим, що експерт не повинен забезпечувати узгодженість матриці парних порівнянь на етапі висловлювання своїх оцінок, а має лише надати адекватні судження щодо переваги одного фактора над іншим. У запропонованому підході експерт оперує звичними вербалними описами. На кожному кроці він розглядає лише два фактори, тобто тут у повному обсязі реалізується ідея парного порівняння. Використання формалізованих карток наближає умови заповнення кожної з них до номінально однакових, а випадковий порядок їхнього заповнення гарантує виконання вимоги рандомізації.

Для реалізації другого напряму вдосконалення MAI висунемо гіпотезу про те, що під час формування досить великої матриці парних порівнянь похибки експертного оцінювання не мають систематичного характеру. Є висока ймовірність

того, що при цьому переоцінювання ступеня впливу будь-якого фактора під час одного з парних порівнянь буде компенсовано його недооцінюванням під час іншого, і можна зробити висновок, що похибка оцінювання є відносно рівномірно розподіленою по всій матриці парних порівнянь.

Для оцінювання наддіагональних елементів матриці скористаємося співвідношенням (1), з якого випливає, що в узгодженні матриці для всіх  $k$  справджується рівність

$$a_{kj} / a_{ki} = \text{const}, \quad k = 1, \dots, n.$$

Формально це означає, що у разі отримання від ідеального експерта  $n$  оцінок факторів відносно фактора  $i$  ( $a_{kj}$ ,  $k = 1, \dots, n$ ) та  $n$  оцінок факторів відносно фактора  $j$  ( $a_{ki}$ ,  $k = 1, \dots, n$ ) (де  $i, j$  — пара будь-яких факторів матриці парних порівнянь), для всіх  $n$  пар оцінок матимемо однакові значення їхніх відношень. Однак ці серії оцінок можна отримати і з використанням відповідних елементів ( $(a_{kj}, a_{ki})$ ) матриці, сформованої за результатами експертного опитування. Усереднюючи їхні значення з використанням середнього геометричного, значення наддіагональних елементів  $a_{ij}^r$  узгодженої матриці парних порівнянь можна отримати за формулою

$$a_{ij}^r = \left( \prod_{k=1}^n a_{kj} / a_{ki} \right)^{1/n}, \quad i > j,$$

а значення її піддіагональних елементів можна обчислити, виходячи з властивості оберненої симетрії. При цьому зрозуміло, що діагональні елементи заповнюються одиницями. Отримана в такий спосіб матриця буде гарантовано узгодженою, адже всі її елементи розраховані на основі умови відповідності критерію такої узгодженості. Проте її доцільно подати на розгляд експерту для затвердження, адже його первинні оцінки були скориговані.

Як приклад використання цього підходу до усунення неузгодженості матриці парних порівнянь розглянемо матрицю для прикладу, наведеного в [1] (табл. 1).

З табл. 1 видно, що максимальне власне число для цієї матриці  $\lambda_{\max}$  більше восьми, а відношення узгодженості  $BV$  перевищує рекомендоване значення 0,1.

Узгоджену матрицю парних порівнянь, отриману з використанням запропонованого підходу з матриці, наведеної у табл. 1, подано в табл. 2. Однак її особливістю є те, що деякі елементи виходять за межі шкали Т. Сааті.

**Таблиця 1.** Матриця парних порівнянь для прикладу, наведеного в [1]

№ фактора	№ фактора								Вектор пріоритетів
	1	2	3	4	5	6	7	8	
1	1	5	3	7	6	6	1/3	1/4	0,173
2	1/5	1	1/3	5	3	3	1/5	1/7	0,054
3	1/3	3	1	6	3	4	6	1/5	0,188
4	1/7	1/5	1/6	1	1/3	1/4	1/7	1/8	0,018
5	1/6	1/3	1/3	3	1	1/2	1/5	1/6	0,031
6	1/6	1/3	1/4	4	2	1	1/5	1/6	0,036
7	3	5	1/6	7	5	5	1	1/2	0,167
8	4	7	5	8	6	6	2	1	0,333
$\lambda_{\max} = 9,669$				$IV = 0,238$				$BV = 0,169$	

**Таблиця 2.** Узгоджена матриця парних порівнянь

№ фактора	№ фактора								Вектор пріоритетів
	1	2	3	4	5	6	7	8	
1	1	2,79	1,176	9,036	4,914	4,132	1,047	0,5	0,175
2	0,358	1	0,421	3,238	1,761	1,481	0,375	0,179	0,063
3	0,851	2,374	1	7,687	4,181	3,515	0,890	0,425	0,149
4	0,111	0,309	0,130	1	0,544	0,457	0,116	0,055	0,019
5	0,203	0,568	0,239	1,839	1	0,841	0,213	0,102	0,036
6	0,242	0,675	0,284	2,187	1,189	1	0,253	0,121	0,042
7	0,955	2,667	1,123	8,634	4,695	3,948	1	0,478	0,167
8	2	5,581	2,351	18,072	9,829	8,265	2,093	1	0,350
$\lambda_{\max} = 8$		$IY = 0$				$BV = 0$			

**Таблиця 3.** Скоригована узгоджена матриця парних порівнянь

№ фактора	№ фактора								Вектор пріоритетів
	1	2	3	4	5	6	7	8	
1	1	3	1	9	5	4	1	1/2	0,176
2	1/3	1	1/2	3	2	1	1/3	1/6	0,062
3	1	2	1	8	4	4	1	1/2	0,161
4	1/9	1/3	1/8	1	1/2	1/2	1/9	1/9	0,022
5	1/5	1/2	1/4	2	1	1	1/5	1/9	0,038
6	1/4	1	1/4	2	1	1	1/4	1/8	0,044
7	1	3	1	9	5	4	1	1/2	0,176
8	2	6	2	9	9	8	2	1	0,322
$\lambda_{\max} = 8,081$		$IY = 0,012$				$BV = 0,008$			

Для усунення цього недоліку кожному наддіагональному елементу  $a_{ij}^r$  отриманої узгодженої матриці підбирають значення  $S_k$ , яке відповідає числу зі шкали Т. Saati (1, 2, ..., 9) або оберненому до нього ( $1/9, 1/8, \dots, 1/2$ ) та для якого виконується така умова:

$$|a_{ij}^r - S_k| \rightarrow \min, \quad k = 1, \dots, N,$$

де  $N = 17$ , а інші елементи матриці обчислюють у традиційний спосіб.

Матрицю, отриману в такий спосіб, наведено в табл. 3. Її аналіз свідчить про те, що характеристики матриці порівняно з матрицею, наведеною в табл. 1, значно покращилися як у розумінні максимального власного значення, так і в розумінні відношення узгодженості: її максимальне власне число є достатньо близьким до восьми, а відношення узгодженості наближається до нуля. Іншими словами, ця матриця за узгодженістю відповідає вимогам MAI.

Отже, запропонований підхід забезпечує отримання узгоджених матриць парних порівнянь на основі матриць, заповнених експертом, що гарантує узгодженість ієархії в цілому.

#### ПОРЯДОК ЗДІЙСНЕННЯ РОЗРАХУНКІВ ЗА УДОСКОНАЛЕНИМ MAI

Запропоновані вдосконалення, порівняно з базовим методом, певним чином змінюють розрахунки, які здійснюються за MAI. Ці зміни враховано у схемі, наведений на рис. 3.

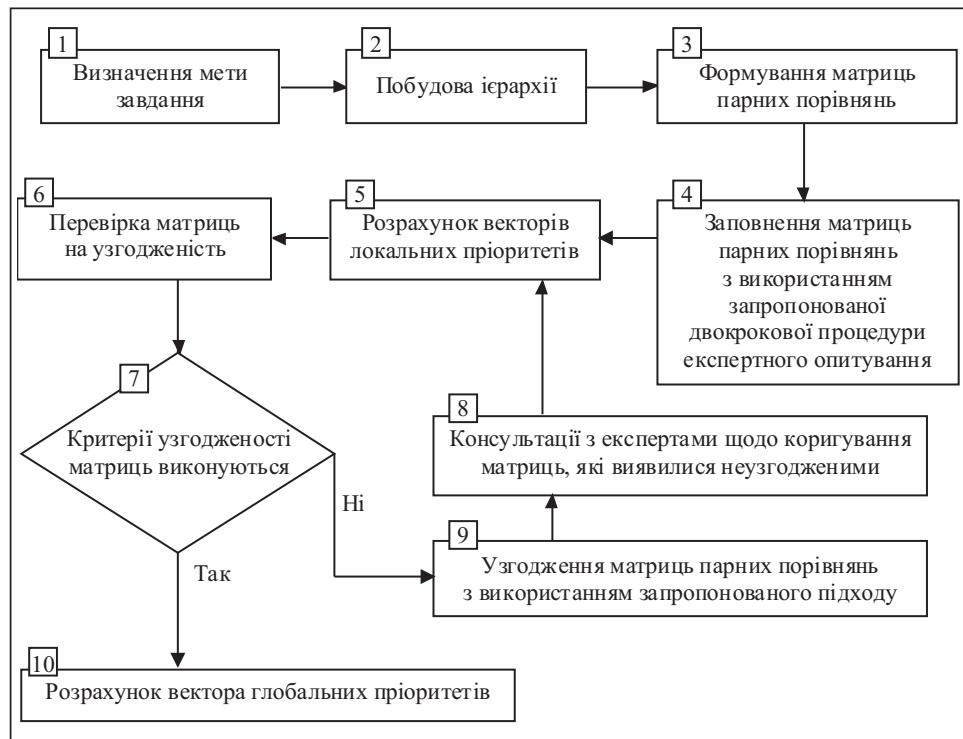


Рис. 3. Загальна схема розрахунків за удосконаленим MAI

Насамперед змін зазнає блок 4, у якому заповнення матриць парних порівнянь буде здійснюватися з використанням запропонованої двокрокової процедури експертного опитування. До того ж, у разі наявності неузгоджених матриць парних порівнянь перед консультаціями з експертами щодо їхнього коригування (блок 8) потрібно буде виконати додатковий етап (блок 9), пов’язаний з приведенням таких матриць до узгодженості відповідно до запропонованого підходу.

Слід також зазначити, що узгодженість усієї ієархії буде гарантованаю у разі використання запропонованого методу приведення матриць парних порівнянь до узгодженості, тому етап MAI, пов’язаний з оцінюванням узгодженості всієї ієархії, можна не виконувати.

#### ВИСНОВКИ

У статті наведено опис удосконаленого методу аналізу ієархій, який, на відміну від наявного, передбачає застосування двокрокової процедури експертного опитування для заповнення матриць парних порівнянь, а також (у разі потреби) проведення додаткових розрахунків, пов’язаних із забезпеченням узгодженості цих матриць.

Метою зазначених удосконалень є підвищення ступеня обґрунтованості результатів порівняння альтернатив, отримуваних з використанням MAI. Можливість практичного застосування запропонованого підходу до забезпечення узгодженості матриць парних порівнянь показано на розрахунковому прикладі.

Подальший розвиток проведених досліджень вбачається у програмній реалізації запропонованих удосконалень, а також в аналізі шляхів оцінювання стійкості ранжування альтернатив, отриманого за MAI.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Сааті Т., Кернс К. Аналітическое планирование. Организация систем. Москва: Радио и связь, 1991. 224 с.
2. Загорка О.М., Мосов С.П., Сбитнев А.І., Стужук П.І. Елементи дослідження складних систем військового призначення. Київ: НАОУ, 2005. 100 с.
3. Aruldoss M., Lakshmi T.M., Venkatesan V.P. A survey on multi criteria decision making methods and its applications. *American Journal of Information Systems*. 2013. Vol. 1, N 1. P. 31–43.
4. Moghaddam N.B., Nasiri M., Mousavi S.M. An appropriate multiple criteria decision making method for solving electricity planning problems, addressing sustainability issue. *Int. Journal Environ. Sci. Tech.* 2011. Vol. 8, N 3. P. 605–620.
5. Darji V.P., Rao R.V. Application of AHP/EVAMIX method for decision making in the industrial environment. *American Journal of Operations Research*. 2013. Vol. 3, N 6. P. 542–569.
6. Thor J., Ding S.-H., Kamaruddin S. Comparison of multi criteria decision making methods from the maintenance alternative selection perspective. *The International Journal of Engineering and Science*. 2013. Vol. 2, Iss. 6. P. 27–34.
7. Chung K.-C., Chang L.-C. Combining MCDM methods and AHP to improve TTQS: a case study of the VETC. *International Education Studies*. 2015. Vol. 8, N 3. P. 24–34.
8. Миронова Н. Интеграция модификаций метода анализа иерархии для систем поддержки принятия групповых решений. *Радиоелектроника, информатика, управління*. 2011. № 2. С. 47–54.
9. Стецюк П.І., Андріяш М.М. Метод Сааті для аналізу показників податкової трансформації. *Комп'ютерна математика*. 2016. № 1. С. 37–45.
10. Латышова В.А. О применении приближенных методов расчета в методе анализа иерархий. *Интернет-журнал «Науковедение»*. 2017. Т. 9, № 6. URL: <https://naukovedenie.ru/PDF/146TVN617.pdf>.
11. Мощенко И.Н., Пирогов Е.В. К выбору оценочной шкалы в методе анализа иерархий. Электронный научный журнал «Инженерный вестник Дона». 2017. № 4. URL: <https://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2017/4725>.
12. Кайгородцев А.А. Адаптация метода анализа иерархий к решению проблемы конфигурирования цепей поставок. *Современные проблемы транспортного комплекса России*. 2014. № 5. С. 21–25.
13. Ногин В.Д. Принятие решений при многих критериях: уч.-метод. пособие. СПб.: ЮТАС, 2007. 104 с.
14. Трофимец В.Я. К вопросу разработки вспомогательных вычислительных процедур метода анализа иерархий. Эл. журнал «Исследовано в России». URL: <http://zhurnal.ape.relarn.ru/articles/2004/079.html>.
15. Ногин В.Д. Упрощенный вариант метода анализа иерархий на основе нелинейной свертки критериев. *Журнал вych. mat. i mat. физики*. 2004. Т. 44, № 7. С. 1259–1268.
16. Маргасов Д.В., Сахно Е.Ю., Скітер І.С. Розробка моделі та модифікація методу аналізу ієрархій для оцінки рівня енергоефективності. *Східно-Європейський журнал передових технологій*. 2015. Т. 5, № 2 (77). С. 26–32.
17. Новик Ф.С., Арсов Я.Б. Оптимизация процессов технологии металлов методами планирования экспериментов. Москва: Машиностроение; София: Техника, 1980. 304 с.

Надійшла до редакції 01.04.2019

**М.М. Потемкин, М.В. Николаенко, Д.И. Гразион**

**УСОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ МЕТОДА АНАЛИЗА ИЕРАРХИЙ НА ОСНОВЕ УТОЧНЕНИЯ ПРОЦЕДУР ФОРМИРОВАНИЯ МАТРИЦ ПАРНЫХ СРАВНЕНИЙ**

**Аннотация.** Приведено общее описание метода анализа иерархий и подходов к его усовершенствованию. Показано, что предпосылкой для успешного использования метода анализа иерархий является наличие матриц парных сравнений, полученных по результатам экспериментального опроса, которые являются согласованными и адекватно отражают суждения эксперта. Установлено, что современные подходы не позволяют в полной мере обеспечить это требование. В качестве усовершенствований метода предложены двухшаговая процедура экспериментального опроса с использованием формализованных карточек, подлежащих заполнению экспертами, и математические зависимости, обеспечивающие приведение несогласованных матриц парных сравнений к согласованности. Возможность практического использования предложенного подхода для получения согласованных матриц парных сравнений проиллюстрирована конкретным примером расчетов. В целом предложенные усовершенствования обеспечивают повышение обоснованности решений, которые принимаются на основе результатов, полученных с использованием метода анализа иерархий.

**Ключевые слова:** метод анализа иерархий, матрица парных сравнений, согласованность матрицы парных сравнений, экспертный опрос.

**М.М. Potomkin, M.V. Nikolaienko, D.I. Grazion**

**IMPROVED ANALYTIC HIERARCHY PROCESS ON THE BASIS  
OF CLARIFICATION OF FORMATION PROCEDURES FOR MATRIX  
OF PAIRED COMPARISONS**

**Abstract.** The paper provides a general description of analytic hierarchy process and approaches to its improvement. It shows that premise for successful using of analytic hierarchy process is an availability of the matrix of paired comparisons obtained according to the expert survey results, which are consistent and adequately reflects expert judgment. It is obtained that modern approaches do not provide such a requirement in full. Therefore, the following process improvements are proposed: a two-step expert survey procedure based on the use of formalized cards to be filled by experts, and mathematical dependencies that bring the uncoordinated pair comparison matrices to consistency. The possibility of practical use of the proposed approach to obtain consistent matrices of pair comparisons is illustrated by an example of calculations. In general, the proposed improvements increase the substantiation of decisions that are made based on the obtained results by using the analytic hierarchy process.

**Keywords:** analytic hierarchy process, pair comparison matrix, pair comparison matrix consistency, expert survey.

**Потьомкін Михайло Михайлович,**

доктор техн. наук, старший научный співробітник, провідний науковий співробітник Центрального науково-дослідного інституту Збройних Сил України, Київ, e-mail: favorite\_p@ukr.net.

**Ніколаєнко Максим Вікторович,**

кандидат військ. наук, начальник науково-дослідного відділу Центрального науково-дослідного інституту Збройних Сил України, Київ, e-mail:nikolaenko.max.2013@gmail.com.

**Гразіон Денис Іванович,**

кандидат військ. наук, старший научный співробітник Центрального науково-дослідного інституту Збройних Сил України, Київ, e-mail: denion@ukr.net.