

Ю.Г. СТОЯН

Інститут проблем машинобудування ім. А.М. Підгорного НАН України, Харків, Україна, e-mail: *yustoyan19@gmail.com*.

Т.Є. РОМАНОВА

Інститут проблем машинобудування ім. А.М. Підгорного НАН України; Харківський національний університет радіоелектроніки, Харків, Україна, e-mail: *tarom27@yahoo.com*.

О.В. КРАВЧЕНКО

Інститут проблем машинобудування ім. А.М. Підгорного НАН України, Харків, Україна, e-mail: *krav@ipmach.kharkov.ua*.

Г.М. ЯСЬКОВ

Інститут проблем машинобудування ім. А.М. Підгорного НАН України, Харків, Україна, e-mail: *yaskov@ukr.net*.

А.М. ЧУГАЙ

Інститут проблем машинобудування ім. А.М. Підгорного НАН України; Харківський національний економічний університет імені Семена Кузнеця, Харків, Україна, e-mail: *chugay.andrey80@gmail.com*.

Д.О. ВЕЛІГОЦЬКИЙ

Інститут проблем машинобудування ім. А.М. Підгорного НАН України, Харків, Україна, e-mail: *krav@ipmach.kharkov.ua*.

ЦИФРОВА МОДЕЛЬ ПРИРОДНИХ КЕРНІВ ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ МЕТОДІВ ГЕОМЕТРИЧНОГО ПРОЄКТУВАННЯ¹

Анотація. Створено цифрову модель кернів порід-колекторів із застосуванням задачі пакування сферичних частинок у циліндричному контейнері. Запропоновано новий підхід до математичного моделювання структури породи-колектора та обчислення її пористості. Побудовано математичну модель задачі розміщення максимальної кількості куль різного діаметру в циліндричному контейнері як задачу змішаного цілочислового програмування. Розроблено алгоритм розв'язання, який ґрунтується на застосуванні методу оптимізації за групами змінних та стратегії ґратчастої декомпозиції. Вихідними даними для моделювання є результати експериментальних петрофізичних досліджень реальних кернів свердловин. Результати моделювання дають гарне наближення абсолютної пористості до природного прототипу. Застосування цього підходу дасть змогу вдосконалити технології видобутку вуглеводнів і збільшити ефективність їхнього впровадження.

Ключові слова: геометричне проєктування, цифрова модель, керн, пакування, кулі, нелінійна оптимізація.

ВСТУП

На сьогодні є два основних способи збільшення обсягів видобутку нафти — розвідка та буріння нових свердловин або підвищення видобутку за рахунок наявного фонду. Перший спосіб є найбільш дорогим, другий потребує впровадження нових ефективних методів стимулювання притоку вуглеводнів у свердловину. Відомо, що під час експлуатації свердловин їхні дебіти постійно знижуються внаслідок багатьох явищ, які відбуваються в їхніх привибійних зонах. Це випадіння різних відкладень (асфальту, смол, парафіну), обводнення та зміна фазової проникності, кольматація рідинами, призначеними для глушіння тощо. Для відновлення продуктивності цих свердловин (і навіть її підвищення) потрібно застосовувати сучасні технології [1].

Проведення досліджень на свердловині — це дуже дорогий захід, під час здійснення якого витрачають чималі кошти на матеріали, робочі суміші, техніку

¹ Роботу виконано за часткової підтримки Національного фонду фундаментальних досліджень України (грант #02.2020/167).

та людські ресурси. Тому пілотному впровадженню технології повинні передувати роботи з експериментальних досліджень. Ще однією проблемою, яку також потрібно розв'язати, є недостатня кількість кернів порід-колекторів для проведення експериментальних досліджень. Природні керни продуктивних пластів вилучають на етапі буріння та розвідки зі свердловин. Вони наявні в обмеженій кількості (або не існують зовсім), а їхній видобуток є дорогим. Тому альтернативою для використання в дослідженнях є їхні аналоги — штучні керни, які спеціально виготовляють у лабораторних умовах шляхом пресування у прес-формах суміші сипучих компонентів, різних як за мінеральним складом (кварцу, монтморилонітів, карбонатів кальцію, магнею, оксидів алюмінію тощо), так і за дисперсністю, з подальшим висушуванням та спіканням у високотемпературних печах. Під час виготовлення штучних кернів основною проблемою є коректний вибір мінералогічного складу породи, форми, зернистості, розміру фракцій та необхідної кількості її часток, цементувальних речовин тощо у такий спосіб, щоб зрештою отримати керни з відповідними заданими параметрами пористості та проникності. До того ж, під час фільтрації хімічно активного середовища через породу постійно змінюється його хімічний склад за рахунок реакцій зі скелетом пласту та мінеральними відкладеннями. Інакше кажучи, зміна проникності порід-колекторів залежить не тільки від режимів оброблення, а ще й від хімічного складу поверхонь пористого середовища. Отже, бажано досягти максимальної ідентичності структури порового простору — геометричного та хімічного. Розв'язання цієї задачі виконують шляхом створення ділянки для виготовлення штучних кернів із заздалегідь заданими властивостями. Для моделювання фракційного складу та фізичних властивостей керна запропоновано застосування методів геометричного проєктування.

Метою цієї роботи є розроблення цифрової моделі керна із застосуванням задачі пакування сферичних частинок різних розмірів у циліндричному контейнері. Такі частинки є наближенням до частинок різних фракцій гірських порід. Ця цифрова модель дасть змогу дослідити структуру та властивості керна на основі його геометричної конфігурації та створити фізичну модель із заданими параметрами. Штучний керн може слугувати для відпрацювання методів поліпшення керованості хіміко-технологічного процесу в технології інтенсифікації видобутку вуглеводнів у лабораторних умовах. Це дасть можливість підвищити ефективність впровадження технології та збільшити видобуток вуглеводнів в Україні, що є актуальною проблемою.

ОГЛЯД ЛІТЕРАТУРНИХ ДЖЕРЕЛ ТА ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Під час створення технології цифрових кернів детально відтворюють геометричну структуру порового простору. Потім здійснюють моделювання на основі моделей фізико-хімічних процесів, які відбуваються на мікрорівні у масштабі пор (pore-scale modeling) [2], а не усереднених математичних моделей, використовуваних на мікрорівні. Далі спеціально створюваними методами перемасштабування відтворюють процеси у продуктивному горизонті в цілому. В роботі [3] виконано аналіз основних сучасних підходів до побудови цифрових моделей керна та методів моделювання багатофазної фільтрації в масштабі порового простору. Найчастіше реалізують прямий підхід, коли геометричну модель мікрооб'єму пористого середовища будують на основі воксельних даних 3D-моделі, яку одержують методом комп'ютерної томографії. У межах цього підходу процес фільтрації моделюють на основі числового розв'язання системи рівнянь Нав'є–Стокса саме в мікрооб'ємі.

У цьому випадку одержано непогані результати числового моделювання проникності однофазного середовища [4, 5]. Суттєво складнішою задачею є моделювання фільтрації багатofазного середовища. Слід зауважити, що час обчислення у разі використання динамічних моделей для зразків об'ємом 1–2 мм (близько 700^3 вокселів) становить декілька тижнів на кластері зі 128 ядрами. На результати обчислювань також суттєво впливають якість вихідного зображення та неоднозначність параметризації процесу змочуваності.

Отже, незважаючи на суттєвий прогрес у розвитку технології «цифровий керн», а також те, що її використання може забезпечити великий обсяг корисної інформації, треба чітко розуміти, що вона не є заміною лабораторних досліджень на зразках керна нового матеріалу. Для повноцінного використання у нафтогазовій галузі ця технологія потребує суттєвого теоретичного та методологічного доопрацювання.

Тому на сьогодні максимально достовірні результати забезпечує метод використання в експериментальних дослідженнях або природних кернів порід-колекторів, або їхніх моделей. Є вже налагоджені технології виготовлення кернів, в яких враховано гранулометричний та мінералогічний склади модельних кернів. Проте цього замало у разі дослідження процесів нестационарної фільтрації в умовах змінних термічних та хімічних впливів. Модельні керни повинні мати властивості природних кернів не тільки за фільтраційно-ємнісними показниками, а й мати поровий простір, який за структурою, морфологією та хімічним складом є максимально близьким до реальної гірської породи конкретних родовищ (свердловин).

Вихідними даними для моделювання кернів можуть бути дані лабораторних досліджень гранулометричного та мінералогічного складу наявних реальних кернів або їхнього бурового шламу з продуктивного горизонту. Також потрібно враховувати результати дослідження порового простору методом растрової електронної мікроскопії, який дає змогу візуально дослідити морфологію, структуру та видимі розміри пор, а також вигляд мінералів, обломкових частинок та цементу, які які містяться у породі.

Тому для коректного вибору фракційного складу кожного зі складових компонентів керна, його форми, зернистості, цементувальних речовин запропоновано застосовувати методи геометричного проектування [6–8].

Для математичного моделювання структури породи-колектора та обчислення її пористості застосовують оптимізаційну задачу пакування сферичних об'єктів (частинок порошку). Багато публікацій присвячено пакуванню двовимірних та тривимірних сфер (див., наприклад [9–15]). Задачі квазіпакування кругів та куль розглянуто у статтях [16, 17]. У цій роботі розглянуто задачу пакування куль у циліндричному контейнері, яку формулюють у такий спосіб. Нехай задано набір куль $S = \{S_1, S_2, \dots, S_N\}$ з радіусами r_i , $i \in I_N = \{1, 2, \dots, N\}$ і циліндр $C = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 : x^2 + y^2 \leq R^2, 0 \leq z \leq H\}$. Радіуси куль набувають значень на визначених інтервалах. Позначимо $P_q = \{S_i \in S : r_i \in [r_q^-, r_q^+], i \in I_N\}$, де r_q^-, r_q^+ — задані значення, $N_q = \text{card}(P_q)$, $q \in Q = \{1, 2, \dots, L\}$. Нехай значення відсоткових часток куль $p_q = N_q / N$, $q \in Q$, $\sum_{q \in Q} p_q = 1$, є заздалегідь визначеними. Тоді, знаючи p_q і N , можна знайти $N_q = p_q \cdot N$, $q \in Q$.

Координати центрів куль S_i позначимо $u_i = (x_i, y_i, z_i)$, $i \in I_N$. Кулі з набору S мають бути упаковані в циліндр C без взаємного перекриття з максимальною щільністю заповнення за умови заданих пропорцій радіусів куль.

Математичну модель задачі можна представити так:

$$\max \sum_{i \in I_\sigma} \Psi_i(u_i) \cdot r_i^3 \quad (1)$$

за умови

$$\Psi_i(u_i) \cdot \Psi_j(u_j) \cdot ((x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 + (z_i - z_j)^2 - (r_i + r_j)^2) \geq 0, \quad i < j \in I_N, \quad (2)$$

де $\Psi_i(u_i)$ є східчастою функцією Гевісайда (Heaviside step function):

$$\Psi_i(u_i) = \begin{cases} 1, & \text{якщо } \min \{-x_i^2 - y_i^2 + (R - r_i)^2, z_i - r_i, H - r_i - z_i\} \geq 0, \quad i \in I_N; \\ 0 & \text{в іншому випадку,} \end{cases} \quad (3)$$

$$r_i \in [r_q^-, r_q^+], \quad i \in I_N, \quad q \in Q,$$

$$N_q = p_q \cdot N, \quad q \in Q. \quad (4)$$

Задача (1)–(4) є задачею змішаного цілочислового програмування (Mixed Integer Nonlinear Programming Problem). Під час розв’язання цієї задачі розглядають усі можливі варіанти вибору підмножин куль із множини S .

АЛГОРИТМ РОЗВ’ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ

Щоб ефективно розмістити велику кількість куль із радіусами, розподіленими випадковим чином у межах заданих інтервалів, потрібно спочатку визначити радіуси куль, що утворюють «остов» («skeleton»). Решту куль з меншими радіусами розміщують у вільному просторі між розміщеними кулями. Цей підхід дає змогу суттєво скоротити час, потрібний для розв’язання задачі, оскільки зусилля з оптимізації зосереджено виключно на розташуванні остовних куль. Для решти куль вибирають випадкові позиції, в яких вони не мають спільних точок з розміщеними кулями. Отже, для отримання наближеного розв’язку запропоновано застосувати евристичний алгоритм, який містить такі етапи:

1) формування набору $S_f \subset S$ остовних куль, що задовольняють задані пропорції;

2) пакування остовних куль з набору S_f у контейнері C ;

3) пакування остовних куль з набору S_f у контейнері C з використанням методу спуску за групами змінних (Block Coordinate Descent Method [12, 18, 13, 19]) та визначення перекриття куль (Overlap Detection) за допомогою тривимірної лінійної ґратки (ґратчастої декомпозиції, Lattice Decomposition);

4) пакування куль з набору $S \setminus S_f$ у контейнері $C \setminus S_f(u^*)$, $S_f(u^*) = \bigcup_{i: S_i(u_i^*) \in S_f} S_i(u_i^*)$ з використанням ґратчастої декомпозиції.

Розглянемо формування набору остовних куль. Суттєвою особливістю задачі є те, що розміри сферичних частинок є дуже неоднорідними та максимальний радіус куль може перевищувати мінімальний радіус на кілька порядків. Більші частинки утворюють структуру (остов) пакування та слугують остовом або скелетом пакування, визначаючи його загальну структуру. Менші кулі заповнюють вільні місця між більшими кулями, оптимізуючи щільність пакування та ефективно займаючи доступний простір. Ця взаємодія між більшими (остовними) та меншими сферами в моделюванні ядра дає розуміння просторової організації частинок у досліджуваній системі. Розміри остовних куль залежать від їхньої кількості в кожній фракції. Обчислювальні експерименти показали, що кулі з радіусами в чотири та більше разів меншими за радіуси куль у найбільшій фракції, як правило, не можна вважати частиною остова.

Отже, набір S_f формують у такий спосіб.

Порядок елементів у множині S змінюють так, щоб першими були елементи, які належать множині S_f . Для оптимізації розміщення великої кількості куль використовують метод оптимізації за групами змінних, який дає змогу отримати наближений розв'язок задачі. Суть методу полягає у виділенні груп змінних, які є параметрами розміщення однієї кулі. Завдяки цьому реалізують стратегію послідовного додавання куль. Послідовність куль вибирають випадково з множини S_f . З урахуванням того, що кулі з множини S_f задовольняють умови пропорційності, за великої кількості куль будемо мати дотримання заданих пропорцій.

На першому кроці методу координати центра першої кулі вважають змінними. Значення решти змінних вибирають довільно. Як цільову функцію вибирають z -координату центра кулі, яку мінімізують. Після отримання локального екстремуму (або межової точки) фіксують значення змінних для першої кулі. На другому кроці оптимізують змінні, які визначають другу кулю за умови, що перша куля є нерухомою. Координати решти куль вибирають довільно. На кожному наступному кроці методу фіксують положення попередньо розміщених куль і оптимізують значення координат для кулі, яку розміщують. Цей процес повторюють доти, доки всі кулі не будуть розміщені.

Нехай кулі $S_1, S_2, \dots, S_{k-1}$ з множини S_f розміщено на $k-1$ попередніх кроках та $\mathbf{u}_i^* = (x_i^*, y_i^*, z_i^*)$, $i=1, 2, \dots, k-1$. Тоді на кроці k вибирають кулю S_k з відповідною групою змінних $\mathbf{u}_k = (x_k, y_k, z_k)$. Далі розв'язують таку задачу:

$$z_k^* = \min_{x_k, y_k, z_k} z_k$$

за умов

$$\begin{aligned} z_k - r_k &\geq 0, \\ (R - r_k)^2 - x_k^2 - y_k^2 &\geq 0, \\ (x_i - x_k^*)^2 + (y_i - y_k^*)^2 + (z_i - z_k^*)^2 &\geq 0, \\ x_k, y_k, z_k &\in \mathbf{R}^1, \quad i=1, 2, \dots, k-1. \end{aligned}$$

Як стартову вибирають випадково точку в циліндричній системі координат (ρ, φ, z) , де $\rho \in (0, R - r_k)$, $\varphi \in (0, 2\pi)$, $z = H - r_k$. Якщо не вдалося знайти жодну таку точку, то розв'язок u_{k-1}^* попередньої $(k-1)$ -ї задачі є остаточним. Зазначимо, що для швидкого отримання наближеного розв'язку шукають точку множини допустимих розв'язків у такий спосіб, щоб розміщувані кулі були дотичними до стінок циліндра або розміщених куль.

Після отримання остовного розміщення куль, потрібно визначити кількості куль у кожній фракції, які задовольняють умови пропорційності $N_q = \frac{p_q N_1}{p_1}$,

$q \in Q \setminus \{1\}$, де N_1 — оновлена кількість куль у першій фракції, отримана під час розв'язання послідовності задач (3). Далі формують нові множини S_f та S , які містять N_q , $q \in Q$, у відповідних фракціях.

Кулі з набору $S \setminus S_f$, які не є остовними, розміщують у контейнері $C \setminus S_f(u^*)$ у випадковий спосіб. Для центра кожної кулі S_k вибирають випадкову точку в циліндричній системі координат (ρ_k, φ_k, z_k) , де $\rho_k \in (0, R - r_k)$, $\varphi_k \in (0, 2\pi)$, $z_k \in (r_k, H - r_k)$. Якщо отримують точку, в якій розміщувана куля перекриває будь-яку з розміщених куль, то вибирають іншу випадкову точку.

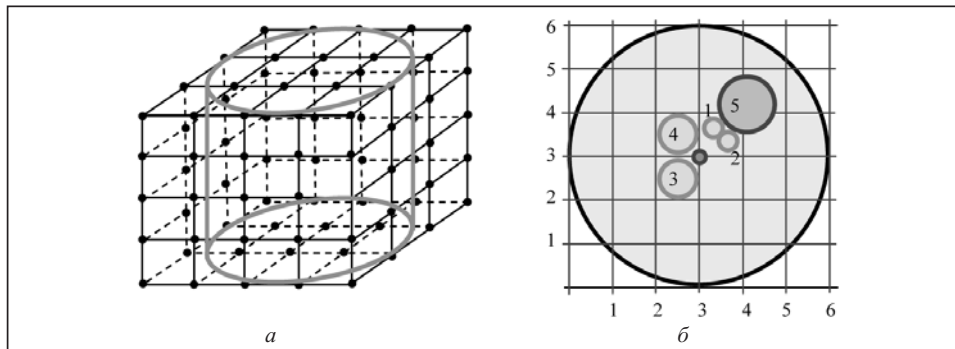


Рис. 1. Гратчаста декомпозиція для покриття циліндричного контейнера: лінійна просторова цілочислова ґратка (а); двовимірна цілочислова ґратка та приклад розміщення кругів (б)

Процес продовжують доти, доки не буде знайдено допустиме розміщення. Для скорочення часу на перевірку умов перекриття куль застосовують ґратчасту декомпозицію.

Розглянемо стратегію ґратчастої декомпозиції, під якою розуміють покриття контейнера лінійною ґраткою та визначення для кожної розміщеної кулі множини комірок ґратки, з якими вона має непорожній перетин. Алгоритм дає змогу для визначення перекриття куль розглядати лише невелику кількість квадратичних обмежень.

Для реалізації цього алгоритму застосовують лінійну просторову цілочислову ґратку, елементами якої є кубоїди (рис. 1, а).

Опишемо тривимірну ґратку за допомогою тензора: A_{ijm} , $i, j = 1, 2, \dots, s$, $m = 1, 2, \dots, t$. Індеси тензора задають певну комірку ґратки.

ґратчасту декомпозицію здійснюють у такий спосіб.

1. Нехай розміщено кулю S_k . Визначають ті комірки ґратки, які мають непорожній перетин з S_k та додають до списків куль, асоційованих з цими комірками, номер кулі k . Отже, кожна комірка має свій список куль $\text{list}(i, j, m)$, $i, j = 1, 2, \dots, s$, $m = 1, 2, \dots, t$.

2. Під час розміщення кулі S_k для перевірки умов неперекриття розглядають лише кулі, номери яких є у списках комірок, з якими S_k має спільні внутрішні точки.

Для наочності розглянемо приклад роботи алгоритму у двовимірному просторі. На рис. 1, б світло-сірим кольором показано розміщені круги S_1, S_2, S_3, S_4 , темно-сірим — розміщуваний круг S_5 . Для розміщення круга S_5 маємо що $\text{list}(4, 4) = \{1, 2\}$, $\text{list}(3, 3) = \{3\}$, $\text{list}(3, 4) = \{4\}$, решта списків є порожніми. Круг S_5 має непорожній перетин з комірками (4, 4), (4, 5), (5, 4) та (5, 5). Об'єднаний список для S_5 містить елементи $\{1, 2\}$. Тому перевіряють лише відношення неперекриття пар кругів S_5 і S_1 та S_5 і S_2 .

ЧИСЛОВЕ МОДЕЛЮВАННЯ

Як вихідні для математичного моделювання вибрано дані петрофізичних досліджень реального природного керна. Вихідні дані щодо фракційного складу та об'ємного вмісту кожної фракції наведено у табл. 1. Основною задачею моделювання є уточнення фракційного складу для виготовлення модельного керна із заданими показниками пористості.

У результаті математичного моделювання запропоновано гранулярну структуру з гарним наближенням результатів математичного моделювання до результатів петрофізичних досліджень. Для моделювання взято значення середніх діаметрів кожної фракції. На рис. 2 наведено візуалізацію результатів математичного моделювання.

Таблиця 1. Вихідні дані фракційного складу та об'ємного вмісту кожної фракції

Склад	Фракція, мм	Вміст, % (петрофізичні дослідження, 1997 р.)	Вміст, % (математичне моделювання)
Гравійна	5.0–1.0		0
Крупнозерниста піщовикова	1.0–0.5	2.0–5.0	3.0
Середньозерниста піщовикова	0.5–0.25	1.0–3.0	2.0
Дрібнозерниста піщовикова	0.25–0.1	36.0–68.0	54.0
Ультрадрібнозерниста піщовикова	0.001–0.005	11.0–19.0	15.0
Алевролітова крупнозерниста	0.1–0.05	3.0–8.0	5.0
Дрібнозерниста алевролітова	0.05–0.01	11.0–18.0	15.0
Пелітова	0.001–0.01	5.0–8.0	6.0

Фрагмент розміщення усіх фракцій показано на рис. 3.

У розглянутому прикладі циліндричний контейнер має параметри $R = 15$, $H = 30$. Параметри ґратки — $s = 10$, $t = 20$. Розміщено 185680 куль, кількість структурних куль $\text{card}(\mathbf{S}_f) = 9284$. Щільність розміщення становить 0.7, а пористість — 0.3.

Час розв'язання задачі з використанням комп'ютера на базі процесора Intel(R) Core(TM) i5-10400F CPU @ 2.90GHz та розміром оперативної пам'яті 8 Гб становить 10 хв. Для пошуку локальних екстремумів задач нелінійного програмування застосовано програму IPOPT [20].

Для того, щоб відпрацювати в лабораторних умовах методи поліпшення керованості хіміко-технологічного процесу технології видобутку вуглеводнів, створено фізичні моделі кернів (рис. 4).

Запропонована методика виготовлення штучного піщовикового керна містить такі основні етапи: підготовка вихідних матеріалів; пресування у прес-формах; сушка та спікання. У розглянутому прикладі (див. табл. 1) основним компонентом модельних кернів є піщовик різних фракцій. Розділення піску на фракції здійснюють ситовим методом. Ультрадисперсні фракції отримано

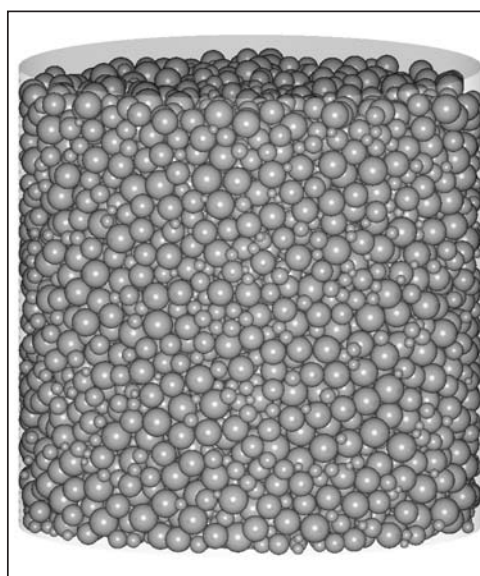


Рис. 2. 3D-візуалізація результатів математичного моделювання

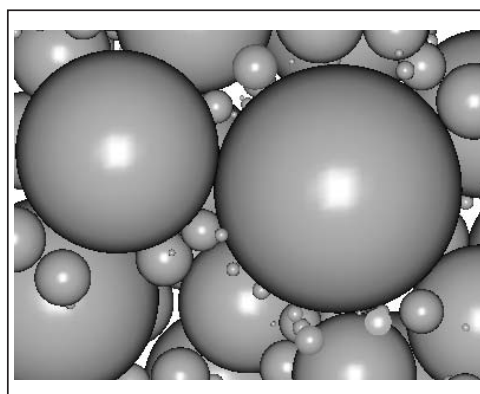


Рис. 3. Фрагмент розміщення усіх фракцій



Рис. 4. Зразки досліджуваних кернів гірської породи

методом кріогенного диспергування з подальшим мікроскопічним дослідженням розмірів частинок. Абсолютна пористість виготовленого керна становить 0.29. Показники абсолютної пористості виготовленого модельного та числового кернів продемонстрували високий ступінь відповідності, що свідчить про можливість вивчення структури порового простору за допомогою запропонованої технології моделювання цифрового керна.

ВИСНОВКИ

Для математичного моделювання структури породи-колектора та обчислення її пористості розроблено математичну модель задачі розміщення куль різних розмірів у циліндричному контейнері. Запропоновано новий алгоритм розв'язання, який ґрунтується на евристичному підході на основі комбінації методу оптимізації за групами змінних та стратегії ґратчастої декомпозиції. Запропонований алгоритм дає змогу суттєво зменшити розмірність задачі за рахунок розгляду куль, які розміщені у сусідніх елементах побудованої ґратки.

Як вихідні дані для математичного моделювання геометричної структури керна використано дані петрофізичних досліджень реального природного керна свердловини. У результаті математичного моделювання побудовано гранулярну структуру з якісним відтворенням абсолютної пористості природного прототипу.

Розвинення запропонованої методології дасть змогу надалі перейти від гранулярної моделі до більш реальної. В ній форма кожного розміщеного мінералу, обломкових часток та цементу буде описана не лише кулями, а максимально наближеними формами, визначеними за результатами досліджень, наприклад, еліпсоїдами. Отже, розроблення методів розв'язання задач пакування еліпсоїдних частинок потребує подальших досліджень із застосуванням засобів моделювання, запропонованих, наприклад, у [21–24], та r -алгоритмів Шора [25, 26] для пошуку локальних екстремумів. Для розв'язання задач великої розмірності можна використовувати евристику Лагранжа [27]. Як альтернативу також можна застосовувати методи декомпозиції або агрегації [28, 29]. Це не лише підвищить ступінь адекватності математичної моделі, але й дасть можливість вивчати структуру порового простору.

Запропонований алгоритм можна застосовувати у задачах дослідження структурних особливостей порошкових матеріалів, використовуваних в адитивному виробництві [30–32].

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Kravchenko O., Velighotskiy D., Avramenko A., Habibullin R. An improved technology of a complex influence on productive layers of oil and gas wells. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2014. Vol. 6, N 5. P. 4–9. <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2014.29316>.
2. Blunt M.J. *Multiphase flow in permeable media: A pore-scale perspective*. Cambridge University Press, 2017. 500 p. <https://doi.org/10.1017/9781316145098>.
3. McPhee C., Reed J., Zubizarreta I. Best practice in coring and core analysis. In: *Core Analysis: A Best Practice Guide*. McPhee C., Reed J., Zubizarreta I. (Eds.). Developments in Petroleum Science. Ch. 1. Elsevier, 2015. Vol. 64 P. 1–15. <https://doi.org/10.1016/B978-0-444-63533-4.00001-9>.

4. Sedaghat M.H., Gerke K., Azizmohammadi S., Matthai S.K. Simulation-based determination of relative permeability in laminated rocks. *Energy Procedia*. 2016. Vol. 97. P. 433–439. <https://doi.org/10.1016/j.egypro.2016.10.041>.
5. Eichheimer P., Thielmann M., Popov A., Golabek G.J., Fujita W., Kottwitz M.O., Kaus B.J.P. Pore-scale permeability prediction for Newtonian and non-Newtonian fluids. *Solid Earth*. 2019. Vol. 10, Iss. 5. P. 1717–1731. <https://doi.org/10.5194/se-10-1717-2019>.
6. Kallrath J. Cutting & packing beyond and within mathematical programming. In: *Business Optimisation Using Mathematical Programming*. International Series in Operations Research & Management Science. Cham: Springer, 2021. Vol. 307. P. 495–526. https://doi.org/10.1007/978-3-030-73237-0_15.
7. Kovalenko A.A., Romanova T.E., Stetsyuk P.I. Balance layout problem for 3D-objects: Mathematical model and solution methods. *Cybernetics and Systems Analysis*. 2015. Vol. 51, N 4. P. 556–565. <https://doi.org/10.1007/s10559-015-9746-5>.
8. Romanova T.E., Stetsyuk P.I., Chugay A.M., Shekhovtsov S.B. Parallel computing technologies for solving optimization problems of geometric design. *Cybernetics and Systems Analysis*. 2019. Vol. 55, N 6. P. 894–904. <https://doi.org/10.1007/s10559-019-00199-4>.
9. Hifi M., M'Hallah R. A literature review on circle and sphere packing problems: Models and methodologies. *Adv. Oper. Res.* 2009. Vol. 2009. Article 150624.
10. Sutou A., Day Y. Global optimization approach to unequal sphere packing problems in 3D. *J. Optim. Theory Appl.* 2002. Vol. 114, Iss. 3. P. 671–694.
11. Mueller G.E. Numerically packing spheres in cylinders. *Powder Technol.* 2005. Vol. 159, Iss. 2. P. 105–110.
12. Yamada S., Kanno J., Miyauchi M. Multi-sized sphere packing in containers: optimization formula for obtaining the highest density with two different sized spheres. *IPJS Online Trans.* 2011. Vol. 4. P. 126–133.
13. Burtseva L., Pestryakov A., Romero R., Valdez B., Petranovskii V. Some aspects of computer approaches to simulation of bimodal sphere packing in material engineering. *Adv. Mater. Res.* 2014. Vol. 1040. P. 585–591.
14. Halkarni S.S., Sridharan A., Prabhu S.V. Experimental investigation on effect of random packing with uniform sized spheres inside concentric tube heat exchangers on heat transfer coefficient and using water as working medium. *Int. J. Therm. Sci.* 2018. Vol. 133. P. 341–356.
15. Amore P. Circle packing in regular polygons. *Physics of Fluids*. 2023. Vol. 35, Iss. 2. Article 027130.
16. Romanova T.E., Stetsyuk P.I., Fischer A., Yaskov G.M. Proportional packing of circles in a circular container. *Cybernetics and Systems Analysis*. 2023. Vol. 59, N 1. P. 82–89. <https://doi.org/10.1007/s10559-023-00544-8>.
17. Fischer A., Litvinchev I., Romanova T., Stetsyuk P., Yaskov G. Quasi-packing different spheres with ratio conditions in a spherical container. *Mathematics*. 2023. Vol. 11, N 9. 2033. <https://doi.org/10.3390/math11092033>.
18. Bertsekas D.P. *Nonlinear programming*, 2nd ed. Belmont, MA: Athena Scientific, 1999. 791 p.
19. Yaskov G., Chugay A. Packing equal spheres by means of the block coordinate descent method. *Proc. The Third International Workshop CMIS-2020* (April 27 – May 1 2020, Zaporizhzhia, Ukraine). Zaporizhzhia, 2020. Vol. 2608. P. 156–168. URL: <https://ceur-ws.org/Vol-2608/paper13.pdf>.
20. Wachter A., Biegler L.T. On the implementation of an interior-point filter line-search algorithm for large-scale nonlinear programming. *Mathematical Programming*. 2006. Vol. 106, Iss. 1. P. 25–57. <https://doi.org/10.1007/s10107-004-0559-y>.
21. Romanova T., Litvinchev I., Pankratov A. Packing ellipsoids in an optimized cylinder. *European Journal of Operational Research*. 2020. Vol. 285, Iss. 2. P. 429–443. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2020.01.051>.

22. Stoyan Y.G., Romanova T.E., Pankratov O.V., Stetsyuk P.I., Maximov S.V. Sparse balanced layout of ellipsoids. *Cybernetics and Systems Analysis*. 2021. Vol. 57, N. 6. P. 864–873. <https://doi.org/10.1007/s10559-021-00412-3>.
23. Kallrath J. Packing ellipsoids into volume-minimizing rectangular boxes. *Journal of Global Optimization*. 2017. Vol. 67, Iss. 1–2. P. 151–185. <https://doi.org/10.1007/s10898-015-0348-6>.
24. Kampas F.J., Pintér J.D., Castillo I. Packing ovals in optimized regular polygons. *Journal of Global Optimization*. 2020. Vol. 77, Iss. 1. P. 175–196. <https://doi.org/10.1007/s10898-019-00824-8>.
25. Sergienko I.V., Stetsyuk P.I. On N.Z. Shor's three scientific ideas. *Cybernetics and Systems Analysis*. 2012. Vol. 48, N 1. P. 2–16. <https://doi.org/10.1007/s10559-012-9387-x>.
26. Stetsyuk P.I. Theory and software implementations of Shor's r -algorithms. *Cybernetics and Systems Analysis*. 2017. Vol. 53, N 5. P. 692–703. <https://doi.org/10.1007/s10559-017-9971-1>.
27. Litvinchev I., Mata M., Rangel S., Saucedo J. Lagrangian heuristic for a class of the generalized assignment problems. *Computers & Mathematics with Applications*. 2010. Vol. 60, Iss. 4. P. 1115–1123. <https://doi.org/10.1016/j.camwa.2010.03.070>.
28. Litvinchev I.S. Decomposition-aggregation method for convex programming problems. *Optimization*. 1991. Vol. 22, Iss. 1. P. 47–56. <https://doi.org/10.1080/02331939108843642>.
29. Litvinchev I.S., Rangel S. Localization of the optimal solution and a posteriori bounds for aggregation. *Computers & Operations Research*. 1999. Vol. 26, Iss. 10–11. P. 967–988. [http://dx.doi.org/10.1016/S0305-0548\(99\)00027-1](http://dx.doi.org/10.1016/S0305-0548(99)00027-1).
30. Duriagina Z., Lemishka I., Litvinchev I., Marmolejo J.A., Pankratov A., Romanova T., Yaskov G. Optimized filling of a given cuboid with spherical powders for additive manufacturing. *Journal of the Operations Research Society of China*. 2021. Vol. 9, Iss. 4. P. 853–868. <https://doi.org/10.1007/s40305-020-00314-9>.
31. Michaelis A., Scheithauer U., Moritz T., Weingarten S., Abel J., Schwarzer E., Kunz W. Advanced manufacturing for advanced ceramics. *Procedia CIRP*. 2020. Vol. 95. P. 18–22.
32. Abel J., Scheithauer U., Janics T., Hampel S., Cano S., Müller-Köhn A., Günther A., Kukla C., Moritz T. Fused filament fabrication (FFF) of metal-ceramic components. *J. Vis. Exp.* 2019. Article 143.

**Yu. Stoyan, T. Romanova, O. Kravchenko, G. Yaskov,
A. Chuhai, D. Veligotskyi**

DIGITAL MODEL OF NATURAL CORES USING GEOMETRIC DESIGN

Abstract. The article aims to create a digital model of rock-collector cores using the problem of packing spherical particles in a cylindrical container. A new approach to the mathematical modeling of the rock-collector structure is proposed. The computation of its porosity is provided. A mathematical model of the problem of placing the maximum number of spheres with different diameters in a cylindrical container is presented. A solution algorithm is developed based on the optimization by groups of variables and a lattice decomposition strategy. The results of experimental petrophysical studies of real well cores are used as input data. The modeling results provide a good approximation of the absolute porosity of the natural prototype. The application of this approach will help improve hydrocarbon extraction technologies and increase their efficiency.

Keywords: geometric design, digital model, kern, packing, spheres, nonlinear optimization.

Надійшла до редакції 12.06.2023