

## КІБЕРНЕТИКА

## CYBERNETICS

УДК 159.93

**Проблемні питання щодо будови та функціонування сітківки ока людини: кібернетичний підхід / В.П. Боюн //** Кібернетика та системний аналіз. 2023. Том 59, № 1. С. 3–20.

**Анотація.** Проведено аналіз проблемних питань організації сітківки ока людини з погляду кібернетики. Зокрема, сформульовано гіпотези відносно умов концентричної організації рецептивних полів, виділення інформативних ознак, можливостей перебудови рецептивних полів та їхніх обмежень, передавання інформації через гангліозні клітини з прив'язкою її до місцеположення на сітківці, а також щодо особливостей роботи зорової системи в різних режимах. Визначено умови коректного функціонування on- і off-центрів рецептивних полів на базі біполарів з колбочкою як центральної зони збудження та оточуючих паличок як зони гальмування, організованої за допомогою горизонтальних клітин для on-центра, і навпаки — для off-центра. Обґрунтовано умови виділення інформативних ознак на базі on- і off-центрів у вигляді точкових значень перепадів яскравості між сусіднimi елементами. Обґрунтовано жорстку організацію рецептивних полів гангліозних клітин та обмежені можливості її перебудови. Запропоновано гіпотезу щодо організації передачі інформації про перепади яскравості з біполарів через гангліозні клітини під керуванням амакрінових клітин з прив'язкою до місцеположення на сітківці. Сформульовано гіпотезу про неперервне сприйняття зображення рецепторами сітківки та дискретне сприйняття інформації мозком. Розглянуто особливості роботи зорової системи в режимах споглядання, пошуку об'єкта в зображені, відстеження його та детального розглядання і розпізнавання.

**Ключові слова:** периферична сітківка, центральна ямка, палички і колбочки, горизонтальні, біполярні, амакрінові і гангліозні клітини (нейрони), on- і off-центри, рецептивні поля, концентрична організація, нейромережа, інформативні ознаки, передача інформації, режими функціонування зорової системи.

**The issues regarding the organization of the human retina: A cybernetic approach / V.P. Boyun //** Kibernetika ta Systemnyi Analiz. 2023. Vol. 59, N 1. P. 3–20.

**Abstract.** The issues in the organization of the human retina are analyzed from the point of view of cybernetics. In particular, hypotheses are formulated regarding the conditions of the concentric organization of receptive fields, the extraction of informative features, the possibilities of restructuring the receptive fields and their limitations, the transmission of information through ganglion cells with its binding to the location on the retina, as well as regarding the peculiarities of the visual system in different modes. The conditions for the correct operation of on- and off-centers of receptive fields based on bipolars with a cone as the central zone of excitation and the surrounding rods as an inhibition zone, organized with the help of horizontal cells for the on-center, and vice versa — for the off-center, are determined. The conditions for the extraction of informative features based on on- and off-centers in the form of point values of brightness differences between neighboring elements are substantiated. The rigid organization of the receptive fields of ganglion cells and the limited possibilities of its reconstruction are substantiated. A hypothesis on the organization of the transmission of information about brightness differences from bipolar cells through ganglion cells under the control of amacrine cells with reference to the location on the retina is proposed. A hypothesis on the continuous perception of the image by the retina receptors and the discrete perception of information by the brain is formulated. The features of the visual system in the modes of contemplation, searching for an object in an image, tracking it, and detailed examination and recognition are considered.

**Keywords:** peripheral retina, fovea, rods and cones, horizontal, bipolar, amacrine and ganglion cells (neurons), on- and off-centers, receptive fields, concentric organization, neural network, informative features, information transmission, modes of functioning of the visual system.

УДК 621.391:519.2:519.7

**Krip: високошвидкісний апаратно-орієнтований потоковий шифр, побудований на основі неавтономного нелінійного реєстру зсуву / Л.В. Ковальчук, І.В. Коряков, А.М. Олексійчук //** Кібернетика та системний аналіз. 2023. Том 59, № 1. С. 21–32.

**Анотація.** Запропоновано алгоритм потокового шифрування, побудований на основі неавтономного нелінійного реєстру зсуву довжини 2 над алфавітом потужності  $2^{256}$ . Цей реєстр функціонує аналогічно шифру Фейстеля з раундовою функцією, що використовується в алгоритмі шифрування Kalyuna. Показано, що за стійкості на рівні  $2^{256}$  шифр Krip забезпечує чотирикратний виграш у швидкодії порівняно з прийнятим стандартом потокового шифрування України та майже двадцятикратний порівняно з сучасним алгоритмом шифрування Espresso.

**Ключові слова:** потоковий алгоритм шифрування, схема Фейстеля, нелінійний реєстр зсуву, генератор псевдовипадкових послідовностей, алгебраїчні атаки, кореляційні атаки, Stremok, Espresso, Krip.

**Krip: High-speed hardware-oriented stream cipher based on non-autonomous non-linear shift register / L.V. Kovalchuk, I.V. Koriakov, A.N. Alekseychuk //** Кібернетика та Системний аналіз. 2023. Vol. 59, N 1. P. 21–32.

**Abstract.** A stream cipher based on a non-autonomous non-linear shift register of length 2 over the alphabet of  $2^{256}$  symbols is proposed. This register works like a Feistel cipher with a round function, used in cipher Kalyna. It is shown that under the security level  $2^{256}$  the cipher Krip is four times faster than the current National Encryption Ukrainian Standard and is almost 20 times faster than the modern stream cipher Espresso.

**Keywords:** stream cipher, Feistel scheme, non-linear shift register, generator of pseudorandom sequences, algebraic attacks, correlation attacks, Strumok, Espresso.

---

УДК: 004.274

**Подвійнє кодування станів у мікропрограмних автоматах Мура / О.О. Баркалов, Л.О. Тітаренко, А.В. Басєв, О.В. Матвієнко //** Кібернетика та системний аналіз. 2023. Том 59, № 1. С. 33–45.

**Анотація.** Запропоновано метод зменшення апаратурних витрат у схемі автомата Мура, що реалізується в базисі EMB і LUT. Метод ґрунтуються на розбитті множини станів на класи, кожен з яких відповідає одному блоку логічних елементів. При цьому кожний стан має два коди. Такий підхід приводить до трирівневої схеми автомата Мура. Розглянуто приклад синтезу схеми МПА Мура з використанням запропонованого методу. Розглянуто умови його застосування. Дослідження на базі стандартних автоматів показали, що запропонований метод дає змогу зменшити апаратурні витрати в порівнянні з іншими методами.

**Ключові слова:** автомат Мура, синтез, EMB, LUT, структурна декомпозиція, розбиття.

---

**Twofold state assignment for Moore finite state machines / A.A. Barkalov, L.A. Titarenko, A.V. Baev, A.V. Matviienko //** Кібернетика та Системний аналіз. 2023. Vol. 59, N 1. P. 33–45.

**Abstract.** A method is proposed for reducing hardware in circuits of Moore finite-state machines (FSMs) implemented with EMB and LUTs. The method divides a set of states into classes, each corresponding to one block of logical elements. Moreover, each state has two codes. This approach leads to the three-level circuit of the Moore FSM. An example of the Moore FSM synthesis using the proposed method and the application conditions for this method are considered. Studies based on standard benchmark FSMs have shown that the proposed method reduces the hardware amount compared to other known solutions.

**Keywords:** Moore FSM, synthesis, EMB, LUT, structural decomposition, partition.

---

УДК 519.681.5

**Паралельні алгоритми цифрової фільтрації даних / М.С. Яджак //** Кібернетика та системний аналіз. 2023. Том 59, № 1. С. 46–56.

**Анотація.** Запропоновано паралельні алгоритми розв'язання задач цифрової фільтрації різної розмірності на сучасних обчислювальних засобах універсального призначення. Одержано теоретичні оцінки складності та прискорення, які підтверджують високу ефективність цих алгоритмів. Вдійснено програмну реалізацію деяких із запропонованих паралельних алгоритмів на комп'ютерах із багатоядерним процесором і одержано реальні оцінки прискорення, які добре узгоджуються із теоретичними.

**Ключові слова:** цифрова фільтрація, паралельний алгоритм, прискорення обчислень, обмежений паралізм, еквівалентність алгоритмів, обчислювальна система.

---

**Parallel algorithms of digital data filtering / M.S. Yadzhak //** Кібернетика та Системний аналіз. 2023. Vol. 59, N 1. P. 46–56.

**Abstract.** The paper proposes parallel algorithms for solving digital filtering problems of different dimensions using modern universal computing systems. Theoretical estimates of the complexity and speed-up are obtained, which confirm the high efficiency of these algorithms. The software implementation of some of the proposed parallel algorithms using computers with a multi-core processor is carried out, and real estimates of the speed-up are obtained, which agree well with the theoretical ones.

**Keywords:** digital filtering, parallel algorithm, speed up of computations, limited parallelism, equivalence of algorithms, computing system.

---

УДК 004.42

**Побудова узагальнених суфіксних дерев на розподілених паралельних платформах / А.М. Глибовець, В.О. Діденко //** Кібернетика та системний аналіз. 2023. Том 59, № 1. С. 57–70.

**Анотація.** Запропоновано алгоритм побудови узагальнених суфіксних дерев з використанням розподілених паралельних платформ, який є оптимальним як з погляду часової складності, так і використання пам'яті. Розподілений підхід до побудови дає змогу працювати з великими алфавітами та дуже довгими рядками. Алгоритм є ефективним щодо масштабованості на розподілених паралельних платформах і підтримує суфіксне індексування для різноманітних довгих рядків, починаючи від одного довгого рядка до кількох довгих рядків різної довжини.

**Ключові слова:** суфіксне дерево, узагальнене суфіксне дерево, ERa, алгоритм, паралельна побудова суфіксного дерева.

**Abstract.** This paper proposes an algorithm for constructing generalized suffix trees using distributed parallel platforms, which is optimal from the point of both time complexity and memory consumption. The distributed construction approach allows operating with large alphabets and very long strings. The algorithm is efficient for scalability on distributed parallel platforms. It supports indexing suffixes for various long strings, ranging from a single long string to multiple long strings of varying lengths.

**Keywords:** suffix tree, generalized suffix tree, ERA, algorithm, parallel construction of a suffix tree.

---

## СИСТЕМНИЙ АНАЛІЗ

## SYSTEMS ANALYSIS

УДК 51.092

**Становлення та розвиток наукової школи математичної теорії фільтрації. До 100-річчя з дня народження академіка / І.І. Ляшко, В.В. Сергієнко, О.М. Хіміч, Д.А. Клюшин, В.І. Ляшко, С.І. Ляшко, В.В. Семенов //** Кібернетика та системний аналіз. 2023. Том 59, № 1. С. 71–81.

**Анотація.** В огляді висвітлено основні етапи становлення та розвитку київською школи математичної теорії фільтрації. Основна увага приділена науковим ідеям та результатам її лідера — видатного українського вченого академіка НАН України Івана Івановича Ляшка. Журнал «Кібернетика та системний аналіз» систематично публікує роботи учнів І.І. Ляшка, у яких його ідеї і здобутки отримали подальший розвиток.

**Ключові слова:** теорія фільтрації, прикладна математика, обчислювальна математика, кібернетика, системи з розподіленими параметрами.

---

**Formation and development of the scientific school of the mathematical theory of filtration. To the 100th anniversary of the birth of I.I. Lyashko / I.V. Sergienko, O.M. Khimich, D.A. Klyushin, V.I. Lyashko, S.I. Lyashko, V.V. Semenov //** Kibernetika ta Systemnyi Analiz. 2023. Vol. 59, N 1. P. 71–81.

**Abstract.** The review describes the main stages of the formation and development of the Kyiv School of the mathematical filtration theory. The main attention is paid to the scientific ideas and results of its leader, an outstanding Ukrainian scientist, Academician of the National Academy of Sciences of Ukraine, Ivan Ivanovich Lyashko.

**Keywords:** theory of filtration, applied mathematics, computational mathematics, cybernetics, systems with distributed parameters, mmimg problem, AMPL, Gurobi, CPLEX, optimal set partition, p-median, k-means, material and technical support.

---

УДК 519.872

**Знаходження градієнта ймовірності відмови системи рангової структури методом прискореного моделювання / М.Ю. Кузінцов, І.М. Кузінцов, А.А. Шумська //** Кібернетика та системний аналіз. 2023. Том 59, № 1. С. 82–94.

**Анотація.** Розглянуто модель відновлюваної резервованої системи рангової структури, функціонування якої з погляду надійності визначається розподілами загального вигляду. Для знаходження градієнта ймовірності відмови системи у заданому проміжку часу запропоновано метод прискореного моделювання. Наведено числовий приклад, що ілюструє використання цього методу для оцінювання впливу швидкостей відновлення елементів різного типу на надійність всієї системи в цілому.

**Ключові слова:** надійність, резервована система з відновленням, ранг, моделювання із забороною, градієнт, незміщена оцінка, дисперсія.

---

**Evaluation of the gradient of the probability of failure of a rank structure system by the fast simulation method / M.Yu. Kuznetsov, I.M. Kuznetsov, A.A. Shumska //** Kibernetika ta Systemnyi Analiz. 2023. Vol. 59, N 1. P. 82–94.

**Abstract.** A model of a redundant repairable system of the rank structure is considered. Its time operation is determined by distributions of a general form. In order to evaluate the gradient of the probability of system failure in a given time interval, a fast simulation method is proposed. A numerical example illustrates the application of this method to assess how the repair rates of different components types affect the reliability of the entire system as a whole.

**Keywords:** reliability, redundant repairable system, rank, simulation with prohibition, gradient, estimate, variance.

УДК 519.85

**Пропорційне пакування кругів у круговому контейнері / Т.Є. Романова, П.І. Стєсюк, А. Фішер, Г.М. Яськов // Кібернетика та системний аналіз. 2023. Том 59, № 1. С. 95–103.**

**Анотація.** Розглянуто задачу пакування кругів заданих типів у круговому контейнері. Кругам дозволено перетинати межу контейнера у заздалегідь визначеному колі, який залежить від типу кругів (умова псевдовключення). Сім'я кругів розміщується у контейнері за умови неперетину кругів, псевдовключення та дотримання заданих пропорцій типів кругів (умова пропорційності) задля максимізації загальної кількості кругів. Побудовано математичну модель як задачу змішаного ціличислового нелінійного програмування. Запропоновано евристичний алгоритм, який застосовує задачу нелінійного програмування для пакування заданої кількості кругів у круговому контейнері, максимізуючи змінні радіуси кругів. Наведено результати обчислювальних експериментів.

**Ключові слова:** пропорційне пакування, круги, круговий контейнер, псевдовключення, оптимізація

---

**Proportion packing of circles in a circular container / T.E. Romanova, P.I. Stetsyuk, A. Fischer, G.M. Yaskov // Kibernetika ta Systemnyi Analiz. 2023. Vol. 59, N 1. P. 95–103.**

**Abstract.** The paper considers the optimization problem of packing circles into a larger fixed circular container with non-standard placement conditions. A family of circles is assigned to a given set of circle types. Proportions of the different types of circles appearing in the packing are defined. The circles are allowed predefined overhanding of the container boundary. The problem is aimed to arrange as much non-overlapping circles in the container as possible subject to the proportion and pseudo-containment conditions. A mathematical model as a mixed integer nonlinear mathematical programming problem (MINLP) is constructed and a solution algorithm is proposed. It reduces the MINLP to a sequence of nonlinear programming problems for packing of circles with variable metrical characteristics meeting the proportion conditions in a given circular container. The computational results are provided.

**Keywords:** proportional packing, circles, circular container, pseudo-containment, optimization.

---

УДК 519.21

**Поліедральна когерентна міра ризику та робастна за розподілом оптимізація портфеля / В.С. Кирилюк // Кібернетика та системний аналіз. 2023. Том 59, № 1. С. 104–115.**

**Анотація.** Розглянуто поліедральні когерентні міри ризику та їхні конструкції найгіршого випадку за множиною неоднозначності. Для випадку дискретного розподілу та поліедральної множини неоднозначності обчислення таких мір ризику зводиться до задач лінійного програмування. Вивчено задачі робастної за розподілом оптимізації портфеля за співвідношенням винагорода–ризик з використанням конструкцій найгіршого випадку за поліедральною множиною неоднозначності для цих мір ризику та середнього доходу. Ці задачі зведені до відповідних задач лінійного програмування.

**Ключові слова:** когерентна міра ризику, поліедральна когерентна міра ризику, Conditional Value-at-Risk (CVaR), множина неоднозначності, робастна за розподілом оптимізація, оптимізований еквівалент візначеності, оптимізація портфеля, міра відхилення.

---

**Polyhedral coherent risk measure and distributionally robust portfolio optimization / V.S. Kirilyuk // Kibernetika ta Systemnyi Analiz. 2023. Vol. 59, N 1. P. 104–115.**

**Abstract.** Polyhedral coherent risk measures and their worst-case constructions on an ambiguity set are considered. For the case of a discrete distribution and a polyhedral ambiguity set calculating such risk measures is reduced to linear programming problems. The distributionally robust portfolio optimization problems based on the reward-risk ratio using worst-case constructions on the polyhedral ambiguity set for these risk measures and average return are analyzed. They are reduced to the appropriate linear programming problems.

**Keywords:** coherent risk measure, polyhedral coherent risk measure, conditional value-at-risk, ambiguity set, distributionally robust optimization, optimized certainty equivalent, portfolio optimization, deviation measure.

---

UDC 519.9

**Розроблення моделі модулювального дзеркала, закріпленого на активних опорах: стохастична модель / Г.М. Зражевський, В.Ф. Зражевська, О.М. Голодіков // Кібернетика та системний аналіз. 2023. Том 59, № 1. С. 116–123.**

**Анотація.** Запропоновано стохастичну версію моделі модулювального дзеркала, закріпленого на активних опорах за припущення, що на поверхні дзеркала можуть бути дефекти з випадковими параметрами. Задача полягає в пошуку таких сил керування, які б забезпечили найкраще наближення заданої форми та фази коливань однорідного дзеркала, а також враховували дефекти з випадковими геометричними та механічними характеристиками. Зроблено припущення, що система працює неадекватно (тобто «відмовляє»), якщо фаза або амплітуда відхиляється від заданих значень на величину, більшу за певний заданий поріг. Під час мінімізації ризику цього відхилення використано bPOE (міра ризику).

**Ключові слова:** ризик, CVaR, bPOE, структурна надійність, модуляція дзеркала, амплітуда і фаза коливань, оптимізація.

---

**Abstract.** The paper proposes a stochastic version of the problem of modulating a mirror fixed on active supports. It is assumed that the mirror has several defects of elliptical form with stochastic parameters. The problem is to find the control forces that provide the best approximation of a given shape and phase of the mirror oscillation taking into consideration defects with undefined geometric and mechanical characteristics. It is supposed that the system works inappropriately (i.e., “fails”) if the phase or amplitude deviates from the target more than some specified threshold. To minimize the risk of such deviation, we use Buffered Probability of Exceedance (bPOE) as a measure of risk.

**Keywords:** risk; CVaR; bPOE; structural reliability; modulating a mirror; amplitude and phase of oscillation; optimization.

---

УДК 514.18: 519.8

**Концепція моделювання задач розміщення та покриття з використанням сучасних пакетів обчислювальної геометрії / С.В. Яковлев // Кібернетика та системний аналіз. 2023. Том 59, № 1. С. 124–138.**

**Анотація.** Розглянуто клас геометричних задач розміщення та покриття. Запропоновано нову концепцію їхнього математичного моделювання з використанням спеціального класу функцій. Для розв’язування задач використано спеціальні бібліотеки програм обчислювальної геометрії, які не потребують аналітичного вигляду функцій, що описують умови розміщення та покриття, але дають змогу здійснювати їхню перевірку. Обґрунтовано скорочення обчислювальних витрат, що розширяє можливості ефективного застосування методів локальної та глобальної оптимізації. Наведено результати розв’язування тестових задач максимального покриття прямокутної області сукупністю еліпсів заданих розмірів та задачу розміщення еліпсів у прямокутнику мінімальної площини.

**Ключові слова:** задачі розміщення та покриття, математичне моделювання, пакети обчислювальної геометрії, оптимізація.

---

**The concept of simulation packing and covering problems using modern computational geometry software / S.V. Yakovlev // Kibernetika ta Systemnyi Analiz. 2023. Vol. 59, N 1. P. 124–138.**

**Abstract.** A class of geometric packing and covering problems is considered. A new concept of mathematical modeling using a special class of functions is proposed. To solve the problems, special libraries of computational geometry programs are used. They do not require an analytical view of the functions that describe the packing and covering conditions but allow their verification. The reduction of the computing costs is substantiated, which expands the possibilities of the efficient application of local and global optimization methods. The results of solving the test problems of the maximum coverage of a rectangular area with a set of ellipses of given sizes and the problem of placing ellipses in a rectangle of minimum area are given.

**Keywords:** packing and covering problems, mathematical modeling, computational geometry software, optimization.

---

УДК 533.6.013.42

**Особливості застосування методу скінчених різниць для розв’язання нелінійних задач динаміки розподілених систем у потоці / Ю.І. Калюх, О.М. Трофимчук // Кібернетика та системний аналіз. 2023. Том 59, № 1. С. 139–155.**

**Анотація.** Розглянуто особливості застосування методу скінчених різниць (МСР) для розв’язання нелінійних динамічних задач розподілених систем (РС) у потоці. Показано, що основними обмеженнями застосування МСР для чисельного моделювання поширення та відбиття хвиль у РС є особливості визначальних квазілінійних рівнянь. Вони зумовлюють необхідність одночасного обчислення змінних, що відповідають швидкоплинним та повільним хвильовим процесам. Для таких систем рівнянь використовують термін «сингулярно збурена система рівнянь». Ці збурення є наслідком значної різниці у швидкостях поширення поздовжніх, конфігураційних, згинальних і крутильних хвиль у РС на фізичному рівні. З огляду на це потрібно застосовувати спеціальні покрокові за часом методи регуляризації та фільтрації чисельних результатів. Це накладає певні обмеження на можливість моделювання реальних процесів та на точність отриманих результатів і змушує застосовувати неявні різницеві схеми та високо-частотну фільтрацію. Для розв’язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь з урахуванням поганої обумовленості матриці конвективних членів експериментальним обчисленням було обрано метод регуляризації. Результати з необхідним ступенем точності можна отримати, використовуючи різницеву схему Кранка–Нікольсон навіть на грубих сітках і втрати часу при цьому будуть мінімальними. Інша ситуація спостерігається у разі порівняння результатів на грубій і більш дрібній сітках для різницевої схеми Ейлера. Непереборні помилки від похибок апроксимації відсутніх граничних умов призводять до ще більших похибок.

**Ключові слова:** метод скінчених різниць, розподілені системи, нелінійність, сингулярність, високо-частотна фільтрація.

---

**Peculiarities of applying the finite-difference method for calculation of nonlinear problems of the dynamics of distributed systems in a flow / I. Kaliukh, O. Trofymchuk, O. Lebid // Kibernetika ta Systemnyi Analiz. 2023. Vol. 59, N 1. P. 139–155.**

**Abstract.** Peculiarities of application of the finite-difference method (FDM) for calculation of nonlinear dynamic problems of distributed systems (DS) in a flow are considered. The main limitations for the application of the FDM for numerical modeling of wave propagation and reflection in DS are the features of the defining quasilinear equations. They are associated with the need to simultaneously calculate the variables responsible for transient and slow wave processes. The term “singularly perturbed system of equations” is used for such systems of equations. These perturbations are the result of a significant difference in the propagation velocities of longitudinal, configurational, bending, and torsional waves in the DS at the physical level, etc. Therefore, it is necessary to use special step-by-step methods of regularization and filtering of the numerical results. It imposes certain constraints on the ability to model real processes and the accuracy of the results and forces the use of implicit difference schemes and high-frequency filtering. When solving the system of linear algebraic equations, taking into account the poor conditioning of the matrix of convective terms, the method of regularization was chosen by experimental calculation. Calculations according to the Crank–Nicholson difference scheme, even using coarse grids, can give results with the required degree of accuracy. And the cost of time will be minimal. Another picture is observed when comparing the results on coarse and fine grids for the Euler difference scheme. Irresistible mistakes brought in by errors in approximating the missing boundary conditions lead to greater differences.

**Keywords:** finite difference method, distributed systems, nonlinearity, singularity, high frequency filtering.

УДК 519.6

**Узагальнення моделі інфекційного захворювання з урахуванням дифузійних збурень, логістичної динаміки та біостимуляції / С.В. Барановський, А.Я. Бомба // Кібернетика та системний аналіз. 2023. Том 59, № 1. С. 156–168.**

**Анотація.** Узагальнено математичну модель біинфекції для умов зосередженого автоматизованого керування з урахуванням дифузійних збурень, біостимуляції та логістичної динаміки вірусних елементів і антитіл. Розв’язання вихідної сингулярно збуреної задачі із запізненнями представлено у вигляді адаптованої у відповідний спосіб покрокової чисельно-асимптотичної процедури наближення. Представлено результати комп’ютерних експериментів, які демонструють особливості впливу біостимуляції та імунотерапії на розвиток хронічного захворювання у разі врахування дифузійного «розсіювання» та логістичної популяційної динаміки вірусів і антитіл. Також показано, що в умовах дифузійного «розсіювання» застосування лише біостимуляції є недостатнім для отримання бажаного лікувального ефекту у стаціонарному стані. Наголошено, що у практичних ситуаціях під час прийняття рішень щодо лікування хронічних захворювань доцільним є застосування дискретної процедури адаптивного автоматичного керування імунною реакцією з комплексним використанням біостимуляції та імунотерапії.

**Ключові слова:** модель інфекційного захворювання, біостимуляція, динамічні системи із запізненням, асимптотичні методи, сингулярно збурені задачі, зосереджені впливи, логістична динаміка.

**Generalizing the infectious disease model taking into account diffusion perturbations, logistics dynamics, and biostimulation / S.V. Baranovsky, A.Ya. Bomba // Kibernetika ta Systemnyi Analiz. 2023. Vol. 59, N 1. P. 156–168.**

**Abstract.** A mathematical model of biinfestation is generalized for the conditions of concentrated automated control, taking into account diffusion perturbations, biostimulation, and logistic dynamics of viral elements and antibodies. The solution of the original singularly perturbed problem with a delay is presented as an appropriately adapted stepwise numerically asymptotic approximation procedure. The results of the computer experiments are presented. They demonstrate the peculiarities of the influence of biostimulation and immunotherapy on the development of a chronic disease, taking into account the diffuse “scattering” and logistic population dynamics of viruses and antibodies. It is shown that under conditions of diffusion “scattering,” only biostimulation is not sufficient to obtain the desired therapeutic effect in a stationary state. It is emphasized that in practical situations of making a decision regarding the treatment of chronic diseases, it is advisable to use a discrete procedure of adaptive automatic control of the immune response with the complex use of biostimulation and immunotherapy.

**Keywords:** infectious disease model, biostimulation, dynamic systems with delay, asymptotic methods, singularly perturbed problems, concentrated influences, logistics dynamics.

УДК 519.65

**Чебишовське наближення функцій багатьох змінних раціональним виразом з умовою / П.С. Малачівський, Л.С. Мельничок, Я.В. Пізюр // Кібернетика та системний аналіз. 2023. Том 59, № 1. С. 169–179.**

**Анотація.** Запропоновано метод побудови чебишовського наближення функцій багатьох змінних раціональним виразом з інтерполяційною умовою. Ідея методу ґрунтється на побудові граничного середньостепеневого наближення раціональним виразом з інтерполяційною умовою у нормі простору  $L^p$  для  $p \rightarrow \infty$ . Для побудови такого наближення використано ітераційну схему на основі методу найменших квадратів з двома змінними ваговими функціями. Одна вагова функція забезпечує побудову середньостепеневого наближення з умовою, а друга — уточнення параметрів раціонального виразу за схемою його лінеаризації. Збіжність методу забезпечує оригінальний спосіб послідовного уточнення значень вагових функцій, який враховує результати наближення на попередніх ітераціях. Наведено результати тестових прикладів, що підтверджують швидку збіжність запропонованого методу побудови чебишовського наближення раціональним виразом з умовою.

**Ключові слова:** чебишовське наближення раціональним виразом, чебишовське наближення з умовою, функції багатьох змінних, середньостепеневе наближення, метод найменших квадратів, змінна вагова функція.

---

**Chebyshev approximation of multivariable functions by the rational expression with the condition / P.S. Malachivskyy, L.S. Melnychok, Ya.V. Pizyur // Kibernetika ta Systemnyi Analiz. 2023. Vol. 59, N 1. P. 169–179.**

**Abstract.** A method for constructing the Chebyshev approximation by the rational expression of the multivariable functions with the interpolation condition is proposed. The idea of the method is based on the construction of the ultimate mean-power approximation by a rational expression with the interpolation condition in the norm of space  $L^p$  at  $p \rightarrow \infty$ . To construct such an approximation, an iterative scheme based on the least squares method with two variable weight functions is used. One weight function provides the construction of a mean-power approximation with the interpolation condition, and the second — the specification of the parameters of a rational expression according to the scheme of its linearization. The convergence of the method provides an original way of sequential refinement of the values of weight functions, which takes into account the results of the approximation of previous iterations. The results of test examples confirm the rapid convergence of the proposed method of constructing the Chebyshev approximation by a rational expression with a condition.

**Keywords:** Chebyshev approximation by the rational expression, Chebyshev approximation with the condition, multivariable functions, mean-power approximation, least squares method, variable weight function.

---

УДК 519.8

**Апроксимативні характеристики узагальнених операторів Пуассона на класах Зигмунда / О.Г. Ханін, Б.М. Борсук // Кібернетика та системний аналіз. 2023. Том 59, № 1. С. 180–190.**

**Анотація.** Досліджено апроксимативні характеристики узагальнених операторів Пуассона на класах функцій Зигмунда  $Z^\alpha$  для подальшого їхнього застосування в теорії оптимальних рішень. Класи функцій Зигмунда  $Z^\alpha$  сьогодні все частіше використовують в оптимізаційних методах, що зумовлює актуальність розв'язуваної задачі. Отримано оцінку верхньої межі відхилення функцій класу Зигмунда  $Z^\alpha$  від їхніх узагальнених операторів Пуассона в рівномірній метриці. Узагальнені оператори Пуассона як розв'язки відповідних диференціальних рівнянь в частинних похідних еліптичного типу є лінійними додатними операторами, а тому вони реалізують найкраще асимптотичне наближення функцій класу  $Z^\alpha$ . Тобто маємо конкретну реалізацію оптимізаційних задач методами теорії наближень.

**Ключові слова:** оптимізаційні властивості функцій, апроксимативні характеристики, лінійні додатні оператори, класи Зигмунда.

---

**Approximate characteristics of generalized Poisson operators on the Zygmund classes / O.G. Khanin, B.M. Borsuk // Kibernetika ta Systemnyi Analiz. 2023. Vol. 59, N 1. P. 180–190.**

**Abstract.** The paper analyzes the approximate characteristics of generalized Poisson operators on the classes of Zygmund  $Z^\alpha$ , with the aim of their further application in the theory of optimal solutions. Classes of Zygmund  $Z^\alpha$  are increasingly used in optimization methods, emphasizing the relevance of the problem. The estimation of the upper bound of the deviation of the functions of Zygmund class  $Z^\alpha$  from their generalized Poisson operators in the uniform metric is obtained. Generalized Poisson operators as solutions of the corresponding elliptic partial differential equations are positive linear operators and, therefore, they realize asymptotic approximation of the class functions  $Z^\alpha$  in the best way. That is, we have the specific implementation of the optimization problems using the methods of approximation theory.

**Keywords:** functions optimization properties, approximate characteristics, linear positive operators, Zygmund class.

---

УДК 517.11+519.92+519.246+519.711

**Прогнозування нечітких часових рядів на підставі концепції найближчих нечітких множин і тензорних моделей / Ю.М. Мінаєв, О.Ю. Філімонова, Ю.І. Мінаєва // Кібернетика та системний аналіз. 2023. Том 59, № 1. С. 191–204.**

**Анотація.** Розглянуто метод прогнозування нечітких часових рядів з представленням стандартної нечіткої множини у вигляді тензора, отриманого як результат тензорного добутку компонент, формування тензорної послідовності, останній елемент якої (прогнозована нечітка множина) обчислюється як неповний тензор (з відсутніми елементами). Сингулярна декомпозиція відновленого тензора дає змогу отримати підмножину впорядкованих пар, найближчу (у розумінні Ф-норми) до прогнозованої нечіткої множини. Наведено приклад прогнозування нечіткого часового ряду.

**Ключові слова:** нечітка множина, тензор, пропущені дані, сингулярна декомпозиція, Ф-норма.

---

**Forecasting of fuzzy time series based on the concept of nearest fsand tensor models of time series / Yu.M. Minaev, O.Yu. Filimonova, Yu.I. Minaeva // Kibernetika ta Systemnyi Analiz. 2023. Vol. 59, N 1. P. 191–204.**

**Abstract.** Forecasting of fuzzy time series is considered by presenting a standard fuzzy set in the form of a tensor obtained as a result of the tensor product of components, forming a tensor sequence whose last element (the predicted fuzzy set) is calculated as an incomplete tensor (with missing elements). Singular value decomposition of the restored tensor allows obtaining a subset of ordered pairs that is closest (in terms of the F-norm) to the predicted fuzzy set. An example of predicting a fuzzy time series is given.

**Keywords:** fuzzy set, tensor, missing data, singular value decomposition, F-norm.

---