

## ВЫДЕЛЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИХ ПРИЗНАКОВ ИЗОБРАЖЕНИЙ С ПОМОЩЬЮ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ РАДОНА И ВОЗМОЖНОСТЬ ЕГО АППАРАТНОЙ РЕАЛИЗАЦИИ В КЛЕТОЧНЫХ АВТОМАТАХ

**Ключевые слова:** изображение, распознавание, преобразование Радона, клеточный автомат, процессорный элемент.

### ВВЕДЕНИЕ

Метод восстановления (реконструкции) многомерных функций по их интегральным характеристикам, т.е. метод решения обратной задачи интегральной геометрии был предложен И. Радоном в 1917 г. [1, 2].

Принцип преобразования Радона (ПР) лежит в основе многих средств обработки информации, наиболее известные из них: томография в медицине, обработка изображений, сейсмологические исследования.

Широкое применение этот метод нашел в компьютерной томографии [3]. При просвечивании объекта интенсивность луча на выходе равна интегралу функции распределения плотности вещества вдоль траектории луча. Таким образом, регистрируемое излучение, вычисленное под разными углами, позволяет с помощью ПР воссоздать изображение поперечного среза.

ПР и его модификации успешно используются в цифровой обработке изображений, а именно при определении параметров различных кривых и их идентификации, будь то прямая линия, рукописный шрифт или фотография лица человека [4–6].

### ЛИНЕЙНОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ РАДОНА

Рассмотрение ПР целесообразно начать с простого случая функции двух переменных, поскольку именно этот случай наиболее практически важный.

Линейное ПР  $R(k, b)$  непрерывной функции  $f(x, y)$  вычисляется интегрированием (суммированием) значений  $f$  вдоль наклонной линии, как показано на рис. 1.

В этом случае

$$R(k, b) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x, kx + b) dx. \quad (1)$$

Используя  $\delta$ -функцию Дирака, ПР запишем

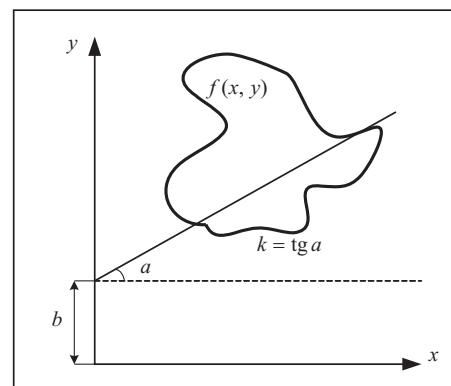


Рис. 1

$$R(k, b) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) \delta(y - kx - b) dx dy. \quad (2)$$

Преобразование (1), или  $(k, b)$ -преобразование обладает свойствами, важными для работы с изображениями, такими как линейность, сдвиг, масштабирование.

Свойство линейности можно сформулировать таким образом: ПР взвешенной суммы функций равно взвешенной сумме преобразований каждой функции:

$$R\left\{\sum_i w_i f_i(x, y)\right\} = \sum_i w_i R\{f_i(x, y)\}. \quad (3)$$

С помощью сдвига и масштабирования показано, как вычисляется  $(k, b)$ -преобразование при изменении аргументов интегрируемой функции:

$$R\{f(x - \tilde{x}, y - \tilde{y})\} = R(k, b - \tilde{y} + k\tilde{x}), \quad (4)$$

$$R\left\{f\left(\frac{x}{n}, \frac{y}{m}\right)\right\} = nR\left(\frac{kn}{m}, \frac{b}{m}\right). \quad (5)$$

Рассмотрим примеры. В случае представления любой точки в виде произведения двух  $\delta$ -функций:

$$f(x, y) = \delta(x)\delta(y),$$

получим ПР для точки  $R(k, b) = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(x)\delta(kx + b)dx = \delta(b)$ .

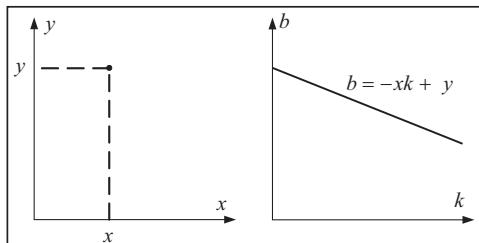


Рис. 2

Пользуясь свойством сдвига, получим  $f(\tilde{x}, \tilde{y}) = \delta(x - \tilde{x})\delta(y - \tilde{y})$ .  
ПР в этом случае запишем

$$R(k, b) = \delta(b - \tilde{y} + k\tilde{x}).$$

Таким образом, ПР для отдельной точки имеет вид прямой (рис. 2).

Следует отметить, что любая функция может быть представлена в виде взвешенной суммы (интеграла) множества точек.

Так, для прямой линии (рис. 3), заданной уравнением  $y = kx + b$ , получим

$$f(x, y) = \delta(y - \tilde{k}x - \tilde{b}).$$

Для этого случая ПР опишется моделью

$$R(k, b) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \delta(y - \tilde{k}x - \tilde{b}) \delta(y - kx - b) dx dy = \int_{-\infty}^{\infty} \delta((k - \tilde{k})x + b - \tilde{b}) dx.$$

#### НОРМАЛЬНОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ РАДОНА

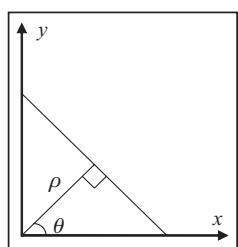


Рис. 4

Нормальное уравнение прямой (рис. 4) имеет вид  $\rho = x \cos \theta + y \sin \theta$ .

Аналогичным образом ПР можно вычислить по формуле

$$R(\rho, \theta) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) \delta(\rho - x \cos \theta - y \sin \theta) dx dy.$$

## ДИСКРЕТНОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ РАДОНА

Для вычислений ПР на цифровых ЭВМ необходимо провести дискретизацию. Простейший способ — линейная выборка значений  $x$  и  $y$ :

$$x = x_m = x_{\min} + m\Delta x, \quad m = \overline{0, M-1},$$

$$y = y_n = y_{\min} + n\Delta y, \quad n = \overline{0, N-1}.$$

В этом случае ПР аппроксимируется простым суммированием:

$$R(k_t, b_h) \approx \Delta x \sum_{m=0}^{M-1} f(x_m, k_t x + b_h).$$

Поскольку  $y$  — целое число, возникает проблема интерполяции его значений:

$$y_n \neq b_t x_m + t_h.$$

Интерполяция ближайшего соседства и линейная интерполяция являются простейшими методами.

## ПРЕОБРАЗОВАНИЕ РАДОНА КАК СРЕДСТВО ВЫДЕЛЕНИЯ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИХ ПРИЗНАКОВ ИЗОБРАЖЕНИЯ

Физический смысл ПР для двумерного бинарного изображения состоит в нахождении суммы пикселов, которые формируют данное изображение, вдоль прямой в определенном направлении (по которому проводятся преобразования). Результатами таких преобразований будут массивы значений. На рис. 5 приведен пример ПР для углов  $0^\circ$  и  $90^\circ$ : исходя из физического смысла, массивы исходных данных формируются как суммы пикселов в строках (для  $0^\circ$ ) и в столбцах (для  $90^\circ$ ).

ПР можно использовать для выделения характеристических признаков изображений (как бинарных, так и многоградационных), которые можно будет использовать в алгоритмах распознавания и идентификации образов.

В компьютерной томографии ПР выполняется по всем направлениям круга ( $2\pi$ ), так как основная задача в медицине — восстановление начального изображения (т.е. внутренней структуры тканей, органов и т.п.). Но для выделения характеристических признаков при обработке цифровых изображений такая избыточность излишня, поскольку в большинстве случаев достаточно применять преобразование только по небольшому набору определенных направлений. При этом достаточно избирать углы не всего круга  $2\pi$ , а рассматривать лишь сектор в  $180^\circ$  ( $\pi$ ), так как для любого угла  $\alpha$  его результирующий массив будет зеркальным отображением массива для угла  $\alpha + 180^\circ$ . Это хорошо видно на рис. 5: для углов  $0^\circ$  и  $180^\circ$  получим «зеркальные» результаты, как и для углов  $90^\circ$  и  $270^\circ$ .

Так, если выполнять преобразование с шагом (дискретом) в  $10^\circ$ , то получим 18 числовых массивов ( $180^\circ : 10^\circ = 18$ ), совокупность которых и будет определять присущий только данному изображению характеристический признак. На практике даже этих 18 массивов будет более чем достаточно, и для минимизации затрат на их вычисление и хранение можно уменьшить их количество от трех до шести, т.е. шаг (дискрет) направлений будет  $60^\circ$ — $30^\circ$  соответственно.

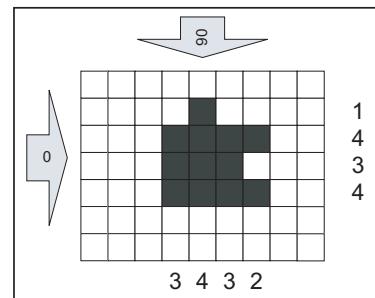


Рис. 5

## АППАРАТНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ РАДОНА В ОДНОРОДНЫХ КЛЕТОЧНЫХ СРЕДАХ

Среда, которой является клеточный автомат (КА), имеет широкие возможности для моделирования совокупности взаимосвязанных однородных объектов: физических процессов в физике частиц и ядерной физике, движения потоков жидкости, взаимодействующих клеточных систем в биологии и медицине, использование моделей на основе клеточных автоматов в нанотехнологиях и т.п. Кроме того, клеточные автоматы по определению являются параллельными структурами и поэтому используются для решения проблем моделирования дискретных параллельных процессов, для создания параллельных алгоритмов обработки информации и представляют интерес как основа вычислительной техники с высокопараллельной архитектурой [7].

В КА, который имеет гексагональное покрытие (КАГП), можно выделить шесть «врожденных» естественных направлений, образованных геометрическими особенностями данной структуры [7–11]. На рис. 6 изображен фрагмент такой клеточной среды (КС). Стрелками указаны направления, соответствующие углам  $0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ$  и  $150^\circ$ . Пунктирной стрелкой указано направление  $180^\circ$ , «зеркальное» к направлению  $0^\circ$ .

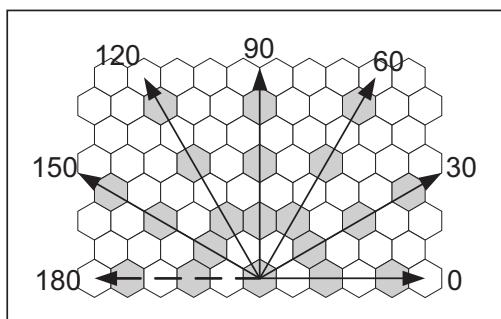


Рис. 6

Эту особенность гексагональной решетки предлагается использовать для построения клеточных автоматов, которые смогут аппаратно выполнять ПР с дискретом углов в  $30^\circ$  (шесть направлений) или  $60^\circ$  (три направления), причем количество направлений может избираться в зависимости от характера и типа диапазона входных изображений, характеристические признаки которых нужно будет выделять.

Даже если будут встречаться такие группы изображений, для которых недостаточно шести направлений, можно будет использовать две и больше клеточных сред, которые повернуты одна относительно другой на угол  $\beta$  по оси, перпендикулярной плоскости КС:

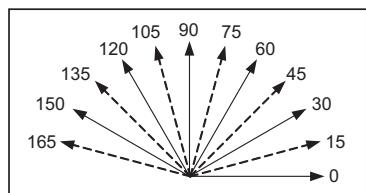


Рис. 7

$$\angle \beta = 30/n,$$

где  $n$  — количество клеточных сред, каждое из которых выполняет ПР по шести направлениям.

Для двух КС  $\angle \beta = 15^\circ$  получим 12 направлений с дискретом в  $15^\circ$  (рис. 7), сплошными стрелками показаны направления первой КС, пунктирными — направления второй КС, которая повернута относительно первой на угол  $15^\circ$ .

## ПРОГРАММНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КАГП ПРЕОБРАЗОВАНИЯ РАДОНА

Для проверки работоспособности КС, которая смогла бы выделять характеристические признаки методом ПР, написана программа, моделирующая работу такой КС, и для наглядности представлены графические результаты работы.

На рис. 8, *a* показано три изображения цифры 9, слева — эталонное, по центру — незначительно искаженное, справа — искаженное с разрывами по кон-

туру. На рис. 8, б показано четыре разных изображения цифры 2: эталонное, утолщенное, тонкое, рукописное. Под каждой цифрой приведены результаты ПР по шести направлениям.

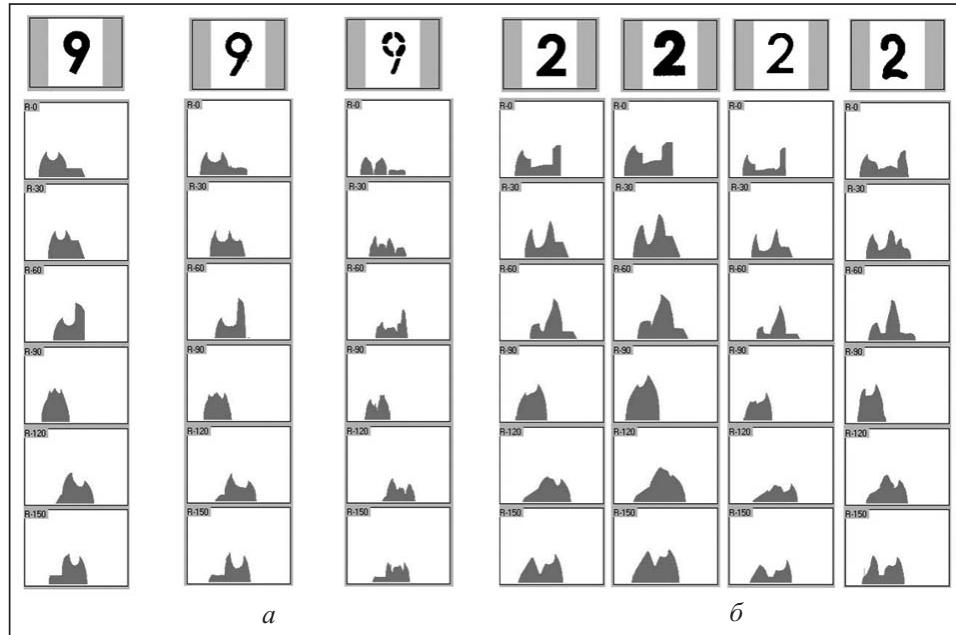


Рис. 8

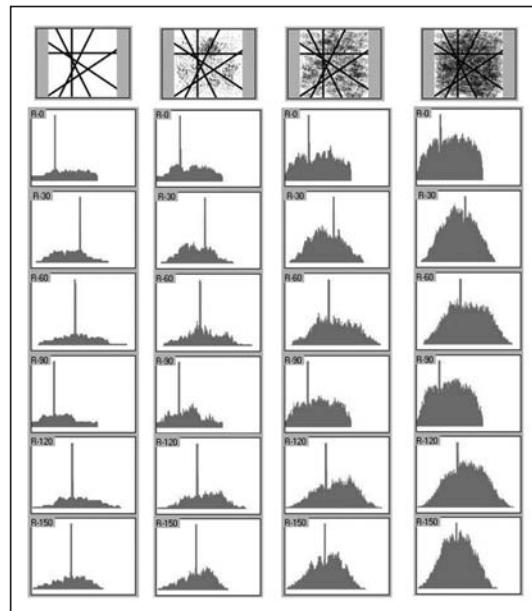


Рис. 9

достигалась при соотношении сигнал/шум от 0,9 дБ и выше, а для изображений символов — от 1,8 дБ.

Другая сфера применения ПР — поиск прямых линий на изображении, причем входящее изображение может иметь значительную степень зашумленности и искажений. На рис. 9 приведен пример поиска прямых. На входящем изображении имеем шесть прямых линий с углами наклона  $0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ$  и  $150^\circ$ , причем слева направо — четыре изображения с разной степенью зашумленности.

Как видно, каждое ПР «нашло» «свою» прямую с углом наклона, соответствующим именно этому направлению преобразования. Исследовались изображения различной зашумленности. Достоверность определения прямых линий

#### СХЕМОТЕХНИЧЕСКАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ КАГП НА ПЛИС ПРЕОБРАЗОВАНИЯ РАДОНА

На базе положительных результатов, полученных программным моделированием, было разработано устройство, аппаратно реализующее ПР. Устройство состоит из

самого КАГП, блока управления (БУ) и шести массивов регистров для сохранения результатов работы (рис. 10).

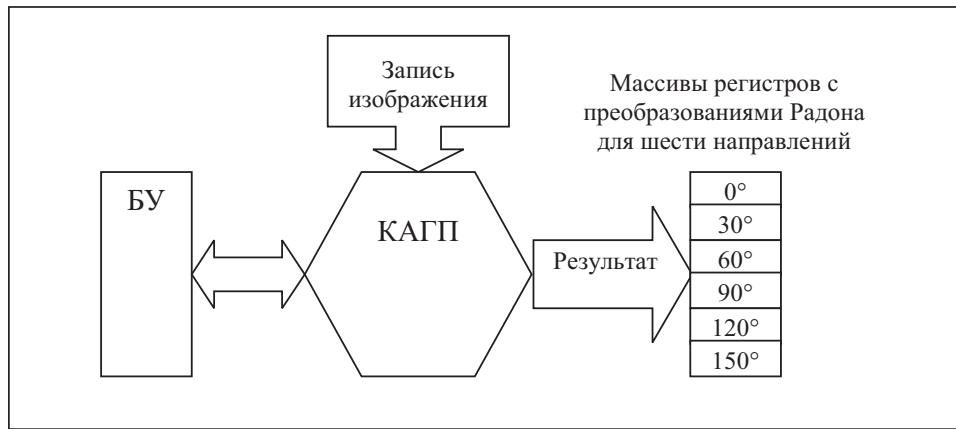


Рис. 10

Устройство промоделировано в Active-HDL — среде разработки, моделирования и верификации проектов для ПЛИС фирмы Aldec.

На рис. 11, *a* изображена схема процессорного элемента (ПЭ) — структурной и функциональной единицы для построения КАГП (рис. 11, *б*).

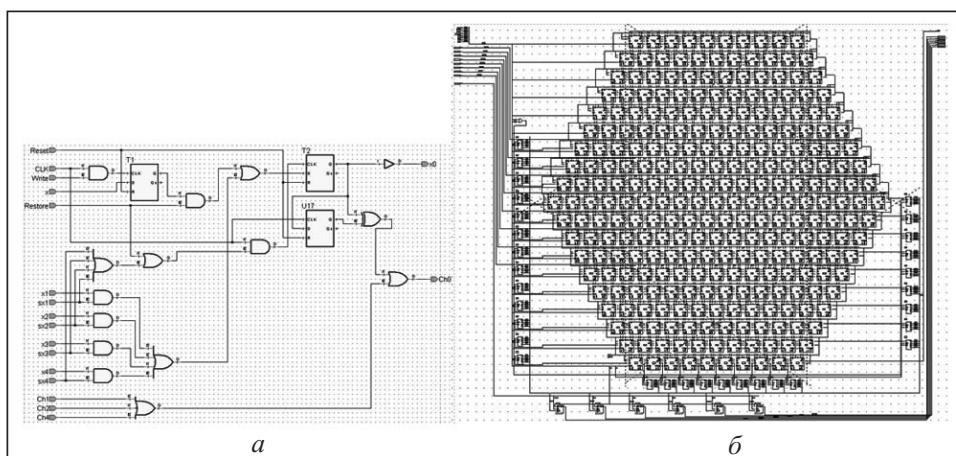


Рис. 11

Результаты работы устройства — это шесть массивов чисел. Для лучшего восприятия и наглядности они, как и результаты работы программного моделирования КАГП, представлены в графическом виде.

На рис. 12 приведен результат обработки тестового изображения треугольника: подаваемое на обработку программе для моделирования алгоритма ПР (*а*), подаваемое на обработку КАГП в Active-HDL (*б*), сравнение результатов работы программного моделирования и моделирования синтезированного устройства: программная обработка (*в*), аппаратная обработка (*г*).

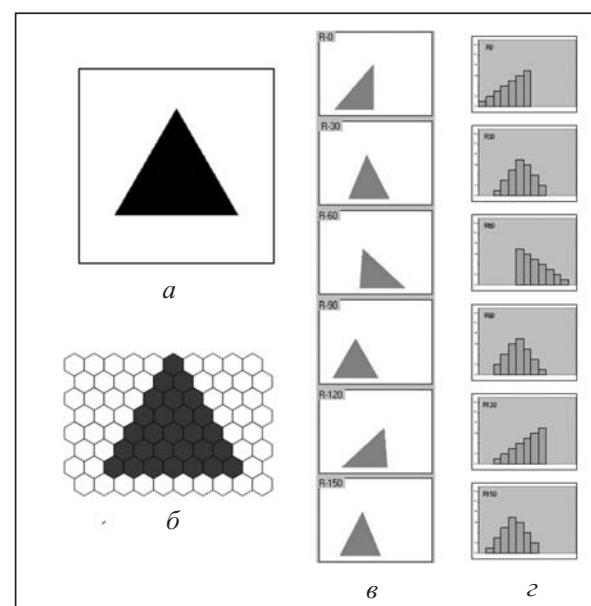
Как видим, каждое преобразование дает одинаковые результаты. Незначительные расхождения объясняются относительно небольшой разрешающей способностью Alcive-HDL модели клеточной среды (активная зона для нанесения изображения —  $10 \times 8$  пикселов) и незначительными отличиями исходных изображений.

Быстродействие работы устройства в единицах времени (с) зависит от быстродействия логических элементов, на которых реализовано устройство. Для данной реализации быстродействие оценивалось по максимально возможному количеству тактов синхроимпульсов (длительность такта зависит от времени срабатывания одной клетки КС), которое ограничивается размером изображения и КС. Если частота, на которой работает КАГП, будет хотя бы 1 МГц, то длительность синхроимпульса составит  $10^{-6}$  с, а время выделения всех проекций Радона равно 0,0184326 (чистое время выделения самих проекций без учета времени, уходящего на запись изображений в КС), с учетом осуществления всех сдвигов изображения по шести направлениям.

Для наглядности оценка КС по быстродействию представлена табл. 1 для различных размеров изображений и разного диапазона частот.

**Таблица 1**

Ширина изображения	Размер изображения	Максимальное количество тактов (сдвигов) на выполнение		Максимальное время выделения шести ПР при разной частоте (МГц) КС, с				
		одного ПР	шести ПР	0,1	1	10	100	1000
320	0,10	480	2880	0,0288	0,00288	0,000288	0,0000288	0,00000288
640	0,41	960	5760	0,0576	0,00576	0,000576	0,0000576	0,00000576
800	0,64	1200	7200	0,072	0,0072	0,00072	0,000072	0,0000072
1024	1,05	1536	9216	0,09216	0,009216	0,0009216	0,00009216	0,000009216
2048	4,19	3072	18432	0,18432	0,018432	0,0018432	0,00018432	0,000018432
4096	16,77	6144	36864	0,36864	0,036864	0,0036864	0,00036864	0,000036864
8192	67,10	12288	73728	0,73728	0,073728	0,0073728	0,00073728	0,000073728
16384	268,42	24576	147456	1,47456	0,147456	0,0147456	0,00147456	0,000147456
32768	1073,71	49152	294912	2,94912	0,294912	0,0294912	0,00294912	0,000294912



*Rис. 12*

Из таблицы видно, что даже при значительном увеличении размеров изображения быстродействие остается на уровне, обеспечивающем работу устройства в режиме реального времени. Ширина изображения определяется шириной рабочей области ПЭ в пикселях, а размер изображения — количеством ПЭ  $\times 10^6$  в мегапикселях.

Разработанный КАГП эффективно реализуется на ПЛИС, имеющих высокую надежность функционирования, которая определяется количеством часов

безотказной работы (для микросхем фирмы Xilinx такое время составляет от 40 млн до 200 млн ч).

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате проведенных исследований, разработанных аппаратных структур и программных моделей получены практически аналогичные результаты по обработке изображений с применением ПР. Использование ПР для построения КА с гексагональным покрытием позволило повысить точность определения прямых линий и описания сложных изображений за счет увеличения количества направлений сдвига и получения соответствующих проекций. Данный подход позволил использовать клеточные автоматы для работы в режиме реального времени, для решения задач распознавания или идентификации изображений объектов, а также для нахождения прямых линий и отрезков на изображениях.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Radon J. Über die Bestimmung von Funktionen durch ihre Integralwerte längs gewisser Mannigfaltigkeiten // Berichte Sächsische Akademie der Wissenschaften, Mathematisch-Physikalische Klasse, Leipzig. — 1917. — **69**. — P. 262–277.
2. Хелгасон С. Преобразование Радона.: Пер. с англ. — М.: Мир, 1983. — 152 с.
3. Гузман И. С. Математические задачи компьютерной томографии // Соросовский образовательный журнал. — 2001. — **7**, № 5. — С. 117–121.
4. Toft P. The Radon transform: Theory and implementation // PhD thesis, Dept. of Math. Modelling Section for Digital Signal Processing, Technical Univ. of Denmark, 1996. — 408 p.
5. Кобасяр М.І., Русин Б.П. Детектування кривих з бінарних зображень за допомогою перетворення Радона // Вісн. Нац. ун-ту «Львівська політехніка». Сер. Радіоелектроніка та телекомуникації. — 2001. — № 428. — С. 6–9.
6. Барапов В.Г., Храмов А.Г. Дискретное веерное преобразование Радона в задаче выделения центров ветвей сетчатых структур // Компьютерная оптика. — 2003. — № 23. — С. 44–47.
7. Аладьев В.З., Бойко В.К., Ровба Е.А. Классические однородные структуры. Теория и приложения. — Гродно: ГрГУ, 2008. — 486 с.
8. Тоффоли Т., Марголос Н. Машины клеточных автоматов. — М.: Мир, 1991. — 280 с.
9. Белан С.Н. Специализированные клеточные структуры для контурного анализа изображений // Кибернетика и системный анализ. — 2011. — № 5. — С. 33–44.
10. Mertoguno S., Boubakis N.G. Adigital retina-like low-level vision processor // IEEE Transact. on Systems, Man. and Cybernetics. Part B: Cybernetics. — 2003. — **33**, N 5. — P. 782–788.
11. Kari J. Theory of cellular automata: A survey // Theoretical Comput. Sci. — 2005. — **334**. — P. 3–33.

Поступила 05.02.2012