НОВЫЕ СРЕДСТВА КИБЕРНЕТИКИ, ИНФОРМАТИКИ, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ И СИСТЕМНОГО АНАЛИЗА

И.Д. ВОЙТОВИЧ, О.А. ПАСТУХ

УДК 004

ФАЗА ВОЛНОВОЙ ФУНКЦИИ КВАНТОВОГО БИТА КАК РЕСУРС ДЛЯ ХРАНЕНИЯ И ПЕРЕДАЧИ ИНФОРМАЦИИ

Аннотация. Рассмотрена фаза волновой функции квантового бита как ресурс для хранения и передачи классической информации. Качественно оценена эффективность такого ресурса. Предложено использование данного ресурса для передачи классической информации по квантовому каналу связи с помощью технологии квантовой телепортации.

Ключевые слова: фаза волновой функции, квантовый бит, квантовая информация, квантовая телепортация, квантовый канал связи, квантовый логический элемент.

ВВЕДЕНИЕ

В последние двадцать лет происходит интенсивное развитие квантового компьютинга: квантовых вычислений, квантовой теории информации и квантовой криптографии. Мотивом этого развития являются технические возможности, которые предоставляют квантовые компьютеры, квантовая память и квантовые каналы передачи информации. А основу развития формируют современные достижения в области физики, информатики, математики и нанотехнологий.

Среди решаемых задач квантовым компьютингом важное место занимают задачи хранения и передачи классической информации посредством квантовых битов. При этом отметим, что в квантовой физике получены новые фундаментальные результаты в формально-математическом представлении состояний квантовых систем [1–8 и др.], их динамики [2, 3] и, в частности, разработаны новые экспериментальные методики для квантовых измерений [1]. Важность этих результатов для квантового компьютинга отмечена в нескольких публикациях, например в работе [7] для квантовых вычислений, в работе [8] для квантовой теории информации. Следует отметить, что основу таких результатов формируют методы томографии (существует томографическая формулировка квантовой физики).

Исходя из основных идей томографической формулировки квантовой физики и результатов, полученных в работах [1–8 и др.], авторы данной статьи усматривают возможность рассмотрения фазы волновой функции квантового бита как ресурса для хранения и передачи классической информации, в частности для передачи классической информации по квантовому каналу связи без шума с помощью технологии квантовой телепортации.

В процессе интуитивно трудного восприятия комплексной волновой функции, которая описывает состояния квантовых систем (в частности, квантовых битов), предпринимались многие попытки для устранения этой проблемы. Для такого устранения выбрано направление, которое заключалось в максимальной адаптации описания состояния квантовой системы с помощью функций распределения вероятностей. Однако это было осуществлено с помощью функций распределения квазивероятностей — функций Вигнера [9], а также подобных им функций. Тем не менее, успех в этом вопросе был решен только частично.

Значительное продвижение в этом направлении осуществляется в последнее время с использованием методов томографии. Именно с помощью этих методов показано, что симпектические томограммы (в частности, оптические томограммы [1], спиновые томограммы [4]) представляют собой семейства функций распределения вероятностей.

Можно с уверенностью утверждать о далеко идущих перспективах такой парадигмы в области квантового компьютинга. Достаточно отметить, что с помощью томографических методов введены (важные для квантовой теории информации) вероятностные характеристики состояний квантовых битов — томографическая энтропия и томографическая информация, тогда как энтропия Шеннона и энтропия фон Неймана для чистых состояний равны нулю.

ЭЛЕМЕНТЫ ФОРМАЛЬНО-МАТЕМАТИЧЕСКОГО АППАРАТА КВАНТОВОЙ ФИЗИКИ И ЕЕ ТОМОГРАФИЧЕСКОЙ ФОРМУЛИРОВКИ В ЧАСТНОСТИ

Известно [10, 11], что состояние квантовой системы описывается волновой функцией $\psi(x)$. (Здесь и далее речь идет об изолированных случаях, а также и неизолированных случаях, только тогда волновая функция понимается как матрица плотности.) Также известно, что волновая функция непосредственно в эксперименте не наблюдается. Измерению подлежат, например, параметр x и распределение вероятностей $|\psi(x)|^2$. Однако в таком измерении отсутствует информация о фазе волновой функции и, как следствие, не определяется квантовое состояние. Поэтому информация о другом параметре p и распределении вероятностей $|\chi(p)|^2$ требует отдельного измерения для каждого показателя.

Измерения параметров, методика которых базируется на методах томографии, дают возможность полностью определить волновую функцию (ее фазу в частности). Вследствие этого нет необходимости проводить измерения других параметров того же квантового состояния, их можно просто вычислить. В этом и состоит суть одного из самых важных фактов томографической формулировки квантовой физики.

Рассмотрим основные формально-математические аспекты томографической формулировки квантовой физики. Покажем связь между волновой функцией ψ и функцией Вигнера W с использованием преобразования Фурье:

$$W(x, p) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \psi(x+\tilde{x}) \cdot \psi^*(x-\tilde{x}) \cdot \exp(i2p\tilde{x})\, d\tilde{x},$$

$$\psi(x+\tilde{x}) \cdot \psi^*(x-\tilde{x}) = \int_{-\infty}^{\infty} W(x, p) \cdot \exp(-i2p\tilde{x})\, dp.$$

Представим преобразование Радона от функции Вигнера

$$R_\theta(x_\theta; W) = \int_{-\infty}^{\infty} W(x_\theta \cos\theta - p_\theta \sin\theta,\ x_\theta \sin\theta + p_\theta \cos\theta)\, dp_\theta,$$

где $x_\theta = x\cos\theta + p\sin\theta,\ p_\theta = -x\sin\theta + p\cos\theta,\ \theta \in [0, 2\pi)$.

Радоновские образы $R_\theta(x_\theta; W)$ как маргинальные проекции функции Вигнера W являются функциями распределения вероятностей $R_\theta(x_\theta; W) = P_\theta(x_\theta; W)$ (симплектическими томограммами). В измерениях квантовых параметров, которые базируются на методах томографии, функции распределения вероятностей $P_\theta(x_\theta; W)$ подлежат прямым наблюдениям. Эти распределения вероятностей $P_\theta(x_\theta; W)$ называют томографическими распределениями вероятностей, а их совокупность — квантовой томограммой.

Полную информацию о квантовом состоянии в виде волновой функции $\psi(x)$ получаем следующим образом. Из наблюдаемых в эксперименте томографических распределений вероятностей $P_\theta(x_\theta; W)$ по определенному алгоритму, который базируется на теореме Радона, реконструируется функция Вигнера $W(x, p)$, $\{P_\theta(x_\theta; W)\} \to W(x, p)$, из которой с помощью преобразования Фурье полностью определяется волновая функция $\psi(x)$, в частности ее фаза $W(x, p) \to \psi(x)$.

Следует отметить, что развитие томографической парадигмы в квантовой физике связано с определенными проблемами, которые отмечены в работе [12], при этом указаны условия, позволяющие избегать таких проблем.

ФАЗА ВОЛНОВОЙ ФУНКЦИИ КВАНТОВОГО БИТА КАК РЕСУРС ДЛЯ ХРАНЕНИЯ И ПЕРЕДАЧИ КЛАССИЧЕСКОЙ ИНФОРМАЦИИ

Томографические экспериментальные методики, как показано выше, дают возможность полностью определять волновую функцию и, в частности, ее фазу. А это значит, что фаза волновой функции может быть тем параметром, значениями которого можно кодировать классическую информацию.

Если непосредственно рассматривать фазу волновой функции квантового бита как ячейку квантовой памяти, то в значениях фазы можно хранить биты информации. А если квантовым битом является, например, фотон, который передается по каналу связи, то с помощью значений фазы его волновой функции можно передавать биты информации. Поэтому важным моментом является описание процесса кодирования битов информации в значения фазы волновой функции квантового бита, что можно решить с помощью квантово-логической программы.

Как известно [13], состояние квантового бита описывается волновой функцией $|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$, где $\alpha = \rho_\alpha \cdot e^{i\varphi_\alpha}$, $\beta = \rho_\beta \cdot e^{i\varphi_\beta}$ — комплексные числа. Тогда фазы $\varphi_\alpha, \varphi_\beta \in [0, 2\pi)$ можно рассматривать как коды значений битов информации.

Если точность томографической реконструкции функции Вигнера и, как следствие, волновой функции, а также ее фазы в частности, дает возможность для параметров φ_α и φ_β разбить интервал $[0, 2\pi)$ на два подынтервала: $[0, \pi)$, $[\pi, 2\pi)$, то кодовыми значениями фаз φ_α, φ_β для логического нуля “0” можно считать $\pi/2 \in [0, \pi)$, а для логической единицы “1” — соответственно $3\pi/2 \in [\pi, 2\pi)$. Таким образом, двухбитовым словам

$$\text{“00”},\ \text{“01”},\ \text{“10”},\ \text{“11”} \tag{1}$$

можно поставить в соответствие слова-коды “$\varphi_\alpha\, \varphi_\beta$”:

$$\text{“}\pi/2\ \ \pi/2\text{”},\ \text{“}\pi/2\ \ 3\pi/2\text{”},\ \text{“}3\pi/2\ \ \pi/2\text{”},\ \text{“}3\pi/2\ \ 3\pi/2\text{”}. \tag{2}$$

Рассмотрим для этого случая квантово-логическую программу кодирования битов информации в значения фазы волновой функции квантового бита.

Пусть начальное состояние квантового бита описывается волновой функцией вида

$$|\psi_{start}\rangle = |0\rangle .$$

Для его преобразования в равновероятную суперпозицию состояний $|0\rangle$ и $|1\rangle$ используется квантово-логический элемент Адамара $\mathbf{H}$, матрица которого имеет вид

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} \end{pmatrix}.$$

Таким образом, получено состояние

$$|\psi\rangle = \mathbf{H}|\psi_{start}\rangle = \mathbf{H}|0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle .$$

Далее осуществляется фазовая модуляция состояния $|\psi\rangle$ значениями (2) кодовых слов "$\varphi_\alpha \varphi_\beta$" битовой информации (1) в результате действия на него квантово-логического элемента Ξ, матрица которого имеет вид

$$\Xi = \begin{pmatrix} \exp(i\varphi_\alpha) & 0 \\ 0 & \exp(i\varphi_\beta) \end{pmatrix}.$$

Таким образом, получено фазомодулированное состояние квантового бита

$$|\psi_{finish}\rangle = \Xi|\psi\rangle = \Xi\left(\frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle\right) = \frac{\exp(i\varphi_\alpha)}{\sqrt{2}}|0\rangle + \frac{\exp(i\varphi_\beta)}{\sqrt{2}}|1\rangle ,$$

которое можно хранить в квантовой памяти или передавать по квантовому каналу связи. В целом

$$|\psi_{finish}\rangle = (\Xi \circ \mathbf{H})|\psi_{start}\rangle ,$$

где символ $\circ$ означает операцию композиции квантово-логических элементов.

Композиция $\Xi \circ \mathbf{H}$ квантово-логических элементов Ξ и $\mathbf{H}$ представляет собой квантово-логическую программу для кодирования битов информации в значения фазы волновой функции квантового бита.

С использованием этой квантово-логической программы двухбитовым словам

"00", "01", "10", "11"

ставятся в соответствие волновые функции

$$|\psi_{00}\rangle = \frac{\exp(i\pi/2)}{\sqrt{2}}|0\rangle + \frac{\exp(i\pi/2)}{\sqrt{2}}|1\rangle , \quad |\psi_{01}\rangle = \frac{\exp(i\pi/2)}{\sqrt{2}}|0\rangle + \frac{\exp(i3\pi/2)}{\sqrt{2}}|1\rangle ,$$

$$|\psi_{10}\rangle = \frac{\exp(i3\pi/2)}{\sqrt{2}}|0\rangle + \frac{\exp(i\pi/2)}{\sqrt{2}}|1\rangle , \quad |\psi_{11}\rangle = \frac{\exp(i3\pi/2)}{\sqrt{2}}|0\rangle + \frac{\exp(i3\pi/2)}{\sqrt{2}}|1\rangle \quad (3)$$

квантового бита, значения фаз которых представлены выше.

Если точность томографической реконструкции функции Вигнера и, как следствие, волновой функции, а также ее фазы в частности дает возможность для параметров φ_α и φ_β разбить интервал $[0, 2\pi)$ на четыре подынтервала: $[0, \pi/2)$, $[\pi/2, \pi)$, $[\pi, 3\pi/2)$, $[3\pi/2, 2\pi)$, то кодовыми значениями фаз $\varphi_\alpha, \varphi_\beta$ для двухбитового слова "00" можно считать $\pi/4 \in [0, \pi/2)$, для "01" — значение $3\pi/4 \in [\pi/2, \pi)$, для "10" — значение $5\pi/4 \in [\pi, 3\pi/2)$, для "11" — значение $7\pi/4 \in [3\pi/2, 2\pi)$.

Таким образом, четырехбитовым словам

"0000", "0001", "0010", … , "1111"

можно поставить в соответствие слова-коды "$\varphi_\alpha \varphi_\beta$":

"$\pi/4\ \ \pi/4$", "$\pi/4\ \ 3\pi/4$", "$\pi/4\ \ 5\pi/4$", … , "$7\pi/4\ \ 7\pi/4$".

Для этого в квантово-логическую программу $\Xi \circ \mathbf{H}$ вместо элементов φ_α и φ_β матрицы квантово-логического элемента Ξ следует подставлять значения соответственно $\pi/4$ и $\pi/4$, $\pi/4$ и $3\pi/4$, $\pi/4$ и $5\pi/4$, … , $7\pi/4$ и $7\pi/4$.

Тогда четырехбитовым словам

$$\text{“0000”},\ \text{“0001”},\ \text{“0010”},\ \ldots,\ \text{“1111”}$$

будут соответствовать волновые функции

$$|\psi_{0000}\rangle = \frac{\exp(i\pi/4)}{\sqrt{2}}|0\rangle + \frac{\exp(i\pi/4)}{\sqrt{2}}|1\rangle,\ |\psi_{0001}\rangle = \frac{\exp(i\pi/4)}{\sqrt{2}}|0\rangle + \frac{\exp(i3\pi/4)}{\sqrt{2}}|1\rangle,$$

$$|\psi_{0010}\rangle = \frac{\exp(i\pi/4)}{\sqrt{2}}|0\rangle + \frac{\exp(i5\pi/4)}{\sqrt{2}}|1\rangle,\ \ldots$$

$$\ldots,\ |\psi_{1111}\rangle = \frac{\exp(i7\pi/4)}{\sqrt{2}}|0\rangle + \frac{\exp(i7\pi/4)}{\sqrt{2}}|1\rangle$$

квантового бита, значения фаз которых представлены выше.

Аналогично можно показать, как кодировать двоичные слова большей длины в значения фазы волновой функции квантового бита. Тогда с помощью квантового бита можно было бы хранить и передавать по каналу связи больше битовой информации. Но фазовый ресурс волновой функции квантового бита ограничен величиной абсолютной ошибки Δ_φ фазы, которая возникает при томографической реконструкции. Очевидно, что чем выше точность томографической реконструкции волновой функции и, в частности, ее фазы, тем больше эффективность фазового ресурса.

На основании конечного значения абсолютной ошибки Δ_φ фазы волновой функции квантового бита следует, что максимальное число

$$N = \frac{[0, 2\pi)}{2\Delta_\varphi}$$

разбиений интервала $[0, 2\pi)$ является конечным. А значит, конечной есть длина двоичных слов, которые можно кодировать в значения фазы волновой функции квантового бита.

Таким образом, фаза волновой функции квантового бита — это ресурс (хотя и ограниченный) для хранения в квантовой памяти и передачи по каналу связи классической информации посредством квантового бита.

ПЕРЕДАЧА КЛАССИЧЕСКОЙ ИНФОРМАЦИИ В ФАЗЕ ВОЛНОВОЙ ФУНКЦИИ КВАНТОВОГО БИТА ПО КВАНТОВОМУ КАНАЛУ СВЯЗИ

Среди новых методов и технологий квантовой теории информации приоритетное место занимают те, которые предназначены для передачи классической информации по квантовым каналам связи без шума. Общая схема организации такой передачи информации приведена на рис. 1.

Эффективность использования квантового канала связи без шума в такой схеме передачи информации зависит от формата квантовой информации, которая поступает на вход канала. В свою очередь, формат квантовой информации зависит от методов кодирования классической информации в квантовую информацию. Защищенность квантового канала связи без шума зависит от технологии, которая используется для передачи по каналу квантовой информации.

Как видно из рис. 1, общая схема передачи классической информации по квантовому каналу связи имеет вид звеньев последовательной цепи. Звено 1 — кодер для кодирования классической информации в квантовую информацию; звено 2 — квантовый канал связи; звено 3 — декодер для декодирования квантовой информации в классическую информацию.

Рассмотрим работу каждого такого звена на примере передачи двоичных последовательностей классической информации (1).

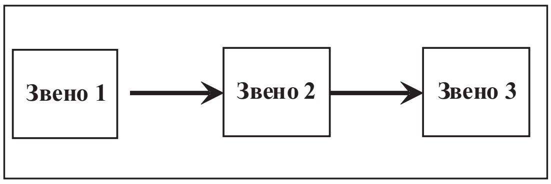

Рис. 1. Общая схема передачи классической информации

Работа звена 1 — преобразование соответствующей классической информации (1) в квантовую информацию (3). Кодирование двоичных последовательностей классической информации в значения фазы волновой функции квантового бита были описаны выше, поэтому перейдем к работе звена 2 последовательной цепи.

Рассмотрим передачу квантовой информации (3): $|\psi_{00}\rangle, |\psi_{01}\rangle, |\psi_{10}\rangle, |\psi_{11}\rangle$ по квантовому каналу связи без шума с помощью технологии квантовой телепортации. Для этого указанную телепортируемую квантовую информацию обозначим как

$$|\psi_{kj}\rangle = \rho_\alpha e^{i\varphi_\alpha}|0\rangle + \rho_\beta e^{i\varphi_\beta}|1\rangle ,$$

где $k, j \in \{0,1\}$, $\rho_\alpha, \rho_\beta \in [0,\ 1]$, $\varphi_\alpha, \varphi_\beta \in [0, 2\pi)$.

Пусть в наличии имеется зацепленная пара квантовых битов в состоянии

$$|\psi_{bell\ \ state}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle) .$$

Один из квантовых битов зацепленной пары находится в точке отправления квантовой информации $|\psi_{kj}\rangle$, а второй — в точке ее приема.

Общее состояние системы — квантового бита в состоянии $|\psi_{kj}\rangle$ и зацепленной пары квантовых битов в состоянии $|\psi_{bell\ \ state}\rangle$, имеет вид

$$|\psi_0\rangle = |\psi_{kj}\rangle \otimes |\psi_{bell\ \ state}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(\rho_\alpha e^{i\varphi_\alpha}|0\rangle\ (|00\rangle + |11\rangle) + \rho_\beta e^{i\varphi_\beta}|1\rangle\ (|00\rangle + |11\rangle)) ,$$

где символ $\otimes$ обозначает тензорное произведение.

Далее последовательно выполняются стандартные действия, которые реализуют процесс телепортации [13]. Действуя квантовым логическим элементом CNOT на состояние ψ_0 [13], преобразовываем его в состояние

$$|\psi_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(\rho_\alpha e^{i\varphi_\alpha}|0\rangle\ (|00\rangle + |11\rangle) + \rho_\beta e^{i\varphi_\beta}|1\rangle\ (|10\rangle + |01\rangle)) ,$$

если квантовый бит в состоянии $|\psi_{kj}\rangle$ есть управляющим, а квантовый бит зацепленной пары в точке отправления квантовой информации — управляемым.

Действуя квантовым логичным элементом Адамара **H** на квантовый бит в состоянии $|\psi_{kj}\rangle$ [13], состояние $|\psi_1\rangle$ преобразуется в состояние $|\psi_2\rangle$:

$$|\psi_2\rangle = \frac{1}{2}(\rho_\alpha e^{i\varphi_\alpha}\ (|0\rangle + |1\rangle)\ (|00\rangle + |11\rangle) + \rho_\beta e^{i\varphi_\beta}\ (|0\rangle - |1\rangle)\ (|10\rangle + |01\rangle)) =$$

$$= \frac{1}{2}(|00\rangle\ (\rho_\alpha e^{i\varphi_\alpha}|0\rangle + \rho_\beta e^{i\varphi_\beta}|1\rangle) + |01\rangle\ (\rho_\beta e^{i\varphi_\beta}|0\rangle + \rho_\alpha e^{i\varphi_\alpha}|1\rangle) +$$

$$+ |10\rangle\ (\rho_\alpha e^{i\varphi_\alpha}|0\rangle - \rho_\beta e^{i\varphi_\beta}|1\rangle) + |11\rangle\ (-\rho_\beta e^{i\varphi_\beta}|0\rangle + \rho_\alpha e^{i\varphi_\alpha}|1\rangle)) .$$

Из выражения $|\psi_2\rangle$ видно, что квантовый бит зацепленной пары в точке приема квантовой информации находится в одном из состояний:

$$|\widetilde{\psi}_1\rangle = \rho_\alpha e^{i\varphi_\alpha}|0\rangle + \rho_\beta e^{i\varphi_\beta}|1\rangle\,,\ |\widetilde{\psi}_2\rangle = \rho_\beta e^{i\varphi_\beta}|0\rangle + \rho_\alpha e^{i\varphi_\alpha}|1\rangle\,,$$

$$|\widetilde{\psi}_3\rangle = \rho_\alpha e^{i\varphi_\alpha}|0\rangle - \rho_\beta e^{i\varphi_\beta}|1\rangle\,,\ |\widetilde{\psi}_4\rangle = -\rho_\beta e^{i\varphi_\beta}|0\rangle + \rho_\alpha e^{i\varphi_\alpha}|1\rangle\,.$$

Каждое состояние следует преобразовать в передаваемое состояние $|\psi_{kj}\rangle =$ $= \rho_\alpha e^{i\varphi_\alpha}|0\rangle + \rho_\beta e^{i\varphi_\beta}|1\rangle$.

Далее результат измерения состояния квантовых битов в точке отправления квантовой информации передается в точку приема квантовой информации по классическому каналу связи.

Если в результате измерения получим $|00\rangle$, то состояние $|\widetilde{\psi}_1\rangle$ квантового бита зацепленной пары в точке приема квантовой информации соответствует телепортируемому квантовому состоянию $|\psi_{kj}\rangle = \rho_\alpha e^{i\varphi_\alpha}|0\rangle + \rho_\beta e^{i\varphi_\beta}|1\rangle$.

Если в результате имеем $|01\rangle$, то на состояние $|\widetilde{\psi}_2\rangle$ квантового бита зацепленной пары в точке приема квантовой информации действует квантовый логический элемент Паули **X** [13] с матрицей вида

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Вследствие этого состояние квантового бита соответствует телепортируемому состоянию

$$\mathbf{X}|\widetilde{\psi}_2\rangle = \mathbf{X}(\rho_\beta e^{i\varphi_\beta}|0\rangle + \rho_\alpha e^{i\varphi_\alpha}|1\rangle) = \rho_\alpha e^{i\varphi_\alpha}|0\rangle + \rho_\beta e^{i\varphi_\beta}|1\rangle = |\psi_{kj}\rangle\,.$$

В случае результата $|10\rangle$ на состояние $|\widetilde{\psi}_3\rangle$ действует квантовый логический элемент Паули **Z** [13], матрица которого имеет вид

$$\mathbf{Z} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Отсюда состояние квантового бита соответствует телепортируемому состоянию:

$$\mathbf{Z}|\widetilde{\psi}_3\rangle = \mathbf{Z}(\rho_\alpha e^{i\varphi_\alpha}|0\rangle - \rho_\beta e^{i\varphi_\beta}|1\rangle) = \rho_\alpha e^{i\varphi_\alpha}|0\rangle + \rho_\beta e^{i\varphi_\beta}|1\rangle = |\psi_{kj}\rangle\,.$$

В случае $|11\rangle$ на состояние $|\widetilde{\psi}_4\rangle$ действуют последовательно квантовые логические элементы Паули **X** и **Z** [13]. Вследствие этого состояние квантового бита зацепленной пары в точке приема квантовой информации соответствует телепортируемому состоянию

$$(\mathbf{Z}\circ\mathbf{X})|\widetilde{\psi}_4\rangle = (\mathbf{Z}\circ\mathbf{X})(-\rho_\beta e^{i\varphi_\beta}|0\rangle + \rho_\alpha e^{i\varphi_\alpha}|1\rangle) = \rho_\alpha e^{i\varphi_\alpha}|0\rangle + \rho_\beta e^{i\varphi_\beta}|1\rangle = |\psi_{kj}\rangle,$$

где символ $\circ$ обозначает операцию композиции квантовых логических элементов.

Таким образом, в точке приема имеется квантовый бит, состояние которого соответствует передаваемой квантовой информации

$$|\psi_{kj}\rangle = \rho_\alpha e^{i\varphi_\alpha}|0\rangle + \rho_\beta e^{i\varphi_\beta}|1\rangle\,,$$

где $k, j \in \{0,1\}$, $\rho_\alpha, \rho_\beta \in [0,\ 1]$, $\varphi_\alpha, \varphi_\beta \in [0, 2\pi)$. Это значит, что выполнена передача квантовой информации $|\psi_{00}\rangle$, $|\psi_{01}\rangle$, $|\psi_{10}\rangle$, $|\psi_{11}\rangle$ по квантовому каналу связи с использованием технологии квантовой телепортации.

Работа звена 3 цепи (см. рис. 1) состоит в декодировании квантовой информации $|\psi_{00}\rangle$, $|\psi_{01}\rangle$, $|\psi_{10}\rangle$, $|\psi_{11}\rangle$ в соответствующие виды классической информации “00”, “01”, “10”, “11”. Основу такого декодирования составляют томографические методы «измерения» состояния квантового бита, которые дают возможность определять значения фазы его волновой функции.

Следует заметить, чем выше точность определения фазы волновой функции с помощью томографических методов, тем длиннее двоичные последовательности классической информации можно кодировать и передавать в фазе волновой функции квантового бита с помощью квантовой телепортации. При этом квантовый канал связи достаточно защищен.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

С учетом характерных свойств томографической формулировки квантовой физики рассмотрена фаза волновой функции квантового бита как ресурс для хранения и передачи информации. Это дает возможность сформировать новые теоретические результаты для эффективного хранения в квантовой памяти и передачи по каналу связи классической информации посредством квантового бита. Неизбежная ошибка Δ_{φ} фазы при томографической реконструкции волновой функции квантового бита ограничивает эффективность фазового ресурса для хранения в квантовой памяти и передачи по каналу связи классической информации посредством квантового бита. Показано, что передача классической информации в фазе волновой функции квантового бита по квантовому каналу связи с помощью технологии квантовой телепортации дает возможность организовать эффективную защиту передаваемой информации.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Bertrand J., Bertrand P. A tomographic approach to Wigner's function // Foundat. Physics. — 1987. — **17**, Issue 4. — P. 397–405.
2. Mancini S., Manko V.I., Tombesi P. Symplectic tomography as classical approach to quantum systems // Phys. Lett. A. — 1996. — **213**, Issue 1–2. — P. 1–6.
3. Mancini S., Manko V. I., Tombesi P. Classical-like description of quantum dynamics by means of symplectic tomography // Foundat. Physics. — 1997. — **27**, Issue 6. — P. 801–824.
4. Манько В.И., Манько О.В. Томография спиновых состояний // Журн. эксперимент. и теорет. физики. — 1997. — **112**, вып. 3(9). — С. 796–804.
5. Андреев В.А., Манько В.И. Томография двухчастичных спиновых состояний // Там же. — 1998. — **114**, вып. 2(8). — С. 437–447.
6. Андреев В.А., Манько В.И., Манько О.В., Щукин Е.В. Томография спиновых состояний, критерий перепутанности и неравенства Белла // Теорет. и мат. физика. — 2006. — **146**, № 1. — С. 172–185.
7. Филиппов С.Н. Квантовые состояния и динамика спиновых систем и электромагнитного поля в представлении томографической вероятности: Дис. ... канд. физ.-мат. наук: 01.04.02. — Долгопрудный, 2012. — 172 с.
8. Амосов Г.Г. Вероятностные и когомологические характеристики квантовых динамических систем: Автореф. дис. ... д-ра физ.-мат. наук: 01.04.02 / Моск. физ.-тех. ин-т (Государственный ун-т). — Долгопрудный, 2008. — 34 с.
9. Wigner E.P. On the quantum correction for thermodynamic equilibrium // Phys. Rev. — 1932. — **40**. — P. 749–759.
10. Вакарчук І.О. Квантова механіка. — Львів: ЛДУ імені І. Франка, 2007. — 848 с.
11. Юхновський І.Р. Основи квантової механіки. — К.: Либідь, 2002. — 392 с.
12. Клебанов Л.Б., Халфин Л.А. Какая информация о волновой функции следует из ее «измерения» с помощью томографического метода восстановления распределения Вигнера // Режим доступа: gdz.sub.uni-goettingen.de/dms/load/img.
13. Нильсен М., Чанг И. Квантовые вычисления и квантовая информация / Под ред. М.Н. Вялого, П.М. Островского. — М.: Мир, 2006. — 822 с.

Поступила 30.08.2013