

УДК 519.854.6: 004.023

А.Н. ТРОФИМЧУК, В.А. ВАСЯНИН

---

**МЕТОДИКА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ОПТИМИЗАЦИИ УПАКОВОК  
ДЛЯ УПРАВЛЕНИЯ ПЕРСПЕКТИВНЫМ РАЗВИТИЕМ УЗЛОВ  
КОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ**

**Аннотация.** Предложена методика решения задачи оптимизации упаковок для получения исходных данных, необходимых при построении математических моделей перспективного развития узлов многопродуктовых коммуникационных сетей с дискретными потоками. Приведены результаты числового моделирования решения задачи на конкретном примере для пяти этапов развития сети при прогнозировании увеличения суммарных узловых потоков. Показано, что при перегрузке узлов сети ввиду краткосрочных колебаний потоков или отказе нескольких узлов для оперативного перераспределения потоков всегда может быть использовано централизованное решение задачи оптимизации упаковок для всей сети.

**Ключевые слова:** многопродуктовые сети, дискретные мелкопартионные потоки, модели перспективного развития.

**ВВЕДЕНИЕ**

Важнейшими задачами, относящимися к области математического обеспечения автоматизированной системы управления процессами обработки и распределения мелкопартионных потоков в многопродуктовой иерархической сети, являются прогнозирование и оптимизация поэтапного развития ее инфраструктуры [1]. При этом необходимо учитывать все возможности качественного организационно-технического совершенствования сети при наличии ограничений на капитальные вложения (инвестиции) и возможности их освоения. По существу, решение этих задач определяет планы ввода в действие производственных мощностей, основных фондов элементов сети (узловых предприятий и линий связи транспортной сети, узлов и каналов связи сети передачи данных) и тру-

довых ресурсов по этапам развития. Как правило, перспективные планы развития строятся на несколько лет (от трех до десяти), в качестве этапа планирования (дискреты времени планирования) принимается один год. Результаты решения таких крупноаггрегированных задач — распределение капитальных вложений и других материальных ресурсов по этапам внедрения, должны (или могут) использоваться при построении более детализированных моделей на каждом этапе. Так, например, для транспортных сетей необходимо разделить всю сумму капитальных вложений этапа на приобретение, модернизацию и ввод в действие сортировочного оборудования (дополнительных линий сортировки), оборудования для погрузки–выгрузки грузов в узловых предприятиях, транспортных средств для существующих и новых маршрутов перевозки. Для сетей передачи данных следует разделить финансовые ресурсы этапа на модернизацию и переоборудование между узлами (коммутаторами, маршрутизаторами) и каналами связи.

В каждом конкретном случае выбор длительности этапа перспективного прогнозирования является самостоятельной задачей и зависит от скорости внедрения и освоения новой техники и информационных технологий в сетевых инфраструктурах различных отраслей в хозяйственной сфере. Устойчивость функционирования сетевых структур на протяжении этапов планирования при колебаниях нагрузок в узлах и линиях связи сети, возникновении отказов и воздействии случайных факторов должна обеспечиваться задачами оперативного управления.

В настоящей работе предлагается методика получения исходных данных для построения динамической модели поэтапного развития узлов сети, в основу которой заложено решение задачи оптимизации упаковок. Показано также, каким образом можно использовать эту задачу для оперативного перераспределения потоков в случае превышения пропускных способностей узлов (т.е. когда в узлах образуются очереди) или отказов сортировочного оборудования в одном или нескольких узлах.

## ОСНОВНЫЕ ПОСТУЛАТЫ

Рассмотрим основные постулаты построения математической модели перспективного развития многопродуктовой коммуникационной сети с дискретными потоками.

1. При прогнозировании исходных данных и параметров сети (исходящих потоков, стоимостных характеристик процессов обработки и передачи потоков и т.д.) для поэтапного ее развития используются современные модели и методы математического моделирования на основе временных рядов данных. К ним относятся метод группового учета аргументов (МГУА), методы авторегрессии, нечеткие нейросети, байесовские модели и сети, позволяющие получить высококачественные прогнозы для линейных, нелинейных, стационарных и нестационарных процессов [2]. Большинство перечисленных моделей и методов реализованы в многочисленных пакетах программ обработки статистических и экспериментальных данных и поддержки принятия решений в технических, социально-экономических, финансовых и других сферах, таких как NeuroShell2, ModelQest, ASPN, KnowledgeMiner, MatLab и др.

2. На каждом этапе развития реализуются все многопродуктовые потоки в сети, т.е. все потоки доставляются от отправителей (источников) до получателей (стоков). Перед отправкой получателю мелкопартионные дискретные потоки упаковываются в транспортные блоки, причем в один транспортный блок могут попасть потоки с разными адресами назначения. В случае возникновения перегрузок в сети и невозможности стабилизации ее функционирования за счет оперативного перераспределения потоков увеличение производительности узлов и ввод новых линий связи осуществляется за счет внутренних резервов и запасов сетевой инфраструктуры.

3. Структура модели развития сети должна обеспечивать возможность ее декомпозиции на более простые подмодели, с помощью которых можно снизить общую размерность задачи и на каждом этапе развития выполнять поочередную оптимизацию по отдельным группам переменных исходной модели. Здесь подразумевается, что при проектировании развития сети на каждом этапе имеется возможность обоснованного разделения общей задачи на задачу оптимизации узловой структуры сети и задачу оптимизации маршрутов транспортировки потоков. В работе [3] доказано, что выбор структуры многопродуктовой сети с мелкопартионными потоками не зависит от пропускных способностей ее дуг. Доказательство подтверждено результатами экспериментальных расчетов. Показано, что исходная модель может быть заменена на более простую, в которой не учитываются ограничения на пропускные способности дуг сети и на среднее время задержки потоков. Использование более простой модели позволяет при решении задачи выбора структуры сети отказаться от решения трех других задач: балансировки матрицы межузловых потоков, выбора пропускных способностей дуг и маршрутизации потоков, которые могут быть решены независимо после процесса оптимизации узловой структуры сети. Для задачи перспективного развития это означает, что распределение финансовых и трудовых ресурсов на каждом этапе можно выполнять независимо для узлов сети и для линий связи, решая соответственно задачи оптимизации структуры сети и маршрутизации потоков.

В случае оптимизации структуры сети передачи данных должны учитывать капитальные затраты на приобретение нового и модернизацию существующего коммутационного оборудования (аппаратных шлюзов, коммутаторов, маршрутизаторов, концентраторов, мостов, повторителей, сетевых адаптеров и пр.), а также эксплуатационные расходы, связанные с текущим обслуживанием и ремонтом этого оборудования. При оптимизации структуры транспортной сети необходимо учитывать капитальные затраты на приобретение нового и модернизацию существующего оборудования, устанавливаемого в узлах сети для непрерывной автоматизированной сортировки и накопления грузов по адресам назначения, оборудования для погрузки–выгрузки грузов и эксплуатационные расходы, связанные с обслуживанием и ремонтом.

При маршрутизации потоков в сети передачи данных должны учитываться капитальные затраты на приобретение новых и модернизацию существующих каналов связи и эксплуатационные расходы, связанные с арендной платой за каналы связи. Для транспортных потоков капитальные затраты зависят от рабочего парка транспортных средств (с различной грузоподъемностью) и контейнеров, необходимых для обеспечения нормального функционирования сети перевозок, а также от рабочего парка автопогрузчиков и, возможно, для крупных узлов — количества автоматизированных контейнерных терминалов, осуществляющих сортировку и группирование исходящих, входящих и транзитных контейнеров по маршрутам следования транспортных средств. Эксплуатационные затраты состоят из нескольких компонентов и включают расходы, связанные с движением (механической работой по транспортировке грузов); объемами обрабатываемых и перевозимых грузов; расстоянием перевозок; временем доставки грузов получателю; обслуживанием и ремонтом контейнерных терминалов, рабочего парка транспортных средств, контейнеров и автопогрузчиков.

В любом случае необходимо учитывать эксплуатационные затраты в узлах сети и на линиях связи на содержание штата административно-управленческого, инженерно-технического и рабочего персонала; внедрение и освоение новых информационных технологий и средств автоматизации и механизации производства; различные организационные мероприятия и др.

4. В процессе развития сети на отдельных этапах допускается переход ее некоторых элементов (узлов и линий связи) на более низкие уровни состояния, т.е. возможно понижение уровня технической оснащенности элементов сети. При этом если сеть выдерживает среднетекущие нагрузки и имеет место экономия от

приведенных затрат (относительно эксплуатационных затрат), получаемая за счет оптимизации процессов обработки и транспортировки (передачи) потоков, то нет необходимости на данном этапе привлекать дополнительные вложения материальных ресурсов в развитие сети. Однако реализация выделенных на данном этапе ресурсов для проведения реконструктивных мероприятий позволяет дополнительно снизить эксплуатационные затраты на обработку и транспортировку потоков. Так, например, увеличение производительности узлов и грузоподъемности транспортных средств приводит к уменьшению удельной стоимости обработки и перевозки единицы потока. Поэтому при наличии нескольких последовательных этапов, на которых сеть выдерживает прогнозируемую нагрузку, необходимо решать дополнительную задачу, что является более выгодным: пропустить вложение материальных ресурсов на этих этапах и затем на последующих этапах при увеличении нагрузок и прогнозируемой девальвации ресурсов; использовать доступные ресурсы этапа и обеспечить снижение эксплуатационных затрат на последующих этапах.

5. Капитальные вложения и другие ресурсные ограничения в стоимостной форме должны входить как в целевую функцию, так и в систему ограничений. При этом критерием оптимальности может быть минимум приведенных затрат на развитие сети или максимум экономической эффективности (прибыли) на конец периода планирования. Такие условия необходимы и достаточны (при адекватности используемых функций затрат) для соизмеримости и сравнения результатов, полученных при численном моделировании задачи перспективного развития и фактических данных о функционировании физической сети на каждом этапе ее развития.

6. Для задач перспективного развития должны быть построены дисконтированные по времени (т.е. с учетом коэффициента приведения разновременных затрат — нормативного коэффициента эффективности капитальных вложений) детерминированные и стохастические модели. В условиях нестабильной экономики Украины в переходной период, обусловленных прежде всего технологической отсталостью, колебанием цен на энергоносители и другие материальные ресурсы, непрерывным изменением налогового законодательства, недостоверными статистическими данными и другими случайными факторами, особо важное внимание следует уделить стохастическим динамическим моделям развития сети, в которых в явном виде присутствуют одна или несколько случайных переменных, негативно влияющих на протекание процесса развития. Стохастические модели позволяют получить вероятностные распределения капитальных затрат и других ресурсов по этапам развития и оценить степень риска их вложения.

#### **МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ. МЕТОДИКА ПОЛУЧЕНИЯ ИСХОДНЫХ ДАННЫХ**

В работе [3] показано, что при выборе структуры многопродуктовой сети с мелкопартионными потоками можно пренебречь пропускными способностями ее дуг. Приведен алгоритм выбора оптимальной структуры сети, на каждой итерации которого решается задача оптимизации упаковок. В процессе решения задачи определяется не только структура сети, но и оптимальная схема сортировки исходящих потоков в выбранной структуре. Если при этом используются функции приведенных затрат, адекватные процессам сортировки, то для узлов сети можно получить достаточно реальную оценку их величины. Поэтому для расчета затрат на функционирование узлов сети, осуществляющих сортировку потоков для каждого периода планирования, можно использовать модель задачи оптимизации упаковок и прогнозируемые потоки.

Пусть  $G(N, P)$  — иерархическая магистральная многопродуктовая сеть с множеством узлов  $N$ ,  $n = |N|$ ,  $N = N_1 \cup N_2 \cup N_3$ , где  $N_1, N_2, N_3$  — множества узлов первого, второго и третьего типов соответственно, и множеством неориентированных топологических дуг  $P$ ,  $p = |P|$ , где  $\cup$  — знак объединения множеств,  $|\cdot|$  — знак мощности множества. Узлы сети соответствуют пунктам от-

правления, получения, сортировки и перегрузки (перекоммутации) потоков требований — грузов или информационных сообщений. Все потоки требований перед отправкой запаковываются в транспортные блоки (виртуальные или физические контейнеры), причем в общий транспортный блок могут быть упакованы потоки с разными адресами назначения. Узлы второго и третьего типов могут отправлять потоки требований, адресованные за зону своего обслуживания, только через узлы первого типа, лежащие на границе их зон и имеющие наивысший ранг. Аналогично в узлах первого типа обрабатываются и поступающие от узлов из других зон обслуживания входящие потоки в узлы второго и третьего типов, находящиеся в зоне обслуживания этих узлов первого типа. В узлах второго и третьего типов запрещена сортировка транзитных потоков, и они могут отличаться между собой функциональными возможностями, уровнем технической оснащенности, числом обслуживающего персонала и пр. Так, например, в узлах третьего типа, в отличие от узлов второго типа, может быть запрещена обработка транзитных потоков транспортных блоков. Зоны обслуживания и типы узлов определяются при решении задачи выбора структуры сети. Под топологической дугой понимается физический отрезок линии связи: железнодорожной или автомобильной дороги, кабеля сети передачи данных, телефонного кабеля и т.д., соединяющий два любых узла из множества  $N$  так, чтобы между рассматриваемыми узлами на данном отрезке отсутствовали узлы из  $N$ .

На сети задана целочисленная матрица межузловых магистральных потоков требований  $A = \{a_{ij}\}_{n \times n}$ , которые должны одновременно передаваться от отправителей  $i$ ,  $i = \overline{1, n}$ , к получателям  $j$ ,  $j = \overline{1, n}$ , в некоторых транспортных блоках (контейнерах) объема  $\omega \gg a_{ij}$  с заданной периодичностью. При этом предполагается, что каждый поток может быть упакован в транспортный блок только целиком.

Пусть далее:

- $S$  — множество пар индексов потоков  $(i, j)$ ;

•  $X = \{x_{ij}\}_{n \times n}$ ,  $U = \{u_{ij}\}_{n \times n}$  — матрицы потоков, элементы которых  $x_{ij}$  и  $u_{ij}$  являются переменными и определяют соответственно величину потока (количество единиц потока) из  $i$  в  $j$  в исходных единицах и транспортных блоках. Первоначально все  $x_{ij} = a_{ij}$ , а  $u_{ij} = \left\lceil \frac{x_{ij}}{\omega} \right\rceil$ ,  $ij \in S$ , где символ  $\lceil \cdot \rceil$  означает округление

числа до большего целого. В процессе решения задачи потоки  $x_{kl}$ ,  $kl \in S$ , могут итеративно сливаться с другими потоками. При этом выполняются следующие операции преобразования:  $x_{ki} = x_{ki} + x_{kl}$ ,  $x_{il} = x_{il} + x_{kl}$ ,  $x_{kl} = 0$ ,  $u_{ki} = \left\lceil \frac{x_{ki}}{\omega} \right\rceil$ ,

$u_{il} = \left\lceil \frac{x_{il}}{\omega} \right\rceil$ ,  $u_{kl} = 0$ , где  $i$  — узел, через который выполняется слияние потока  $x_{kl}$

с потоками  $x_{ki}$  и  $x_{il}$ ;

•  $q_{\text{вн}}^i$  — число внутренних направлений сортировки на абонентские узлы, обслуживаемые узлом  $i \in N$ ; считается, что число таких узлов известно и относительно постоянно. Абонентские узлы создают магистральные потоки  $a_{ij}$  и внутренние потоки  $a_{ii}$  между ними в зоне обслуживания  $i$ -го узла;

- $d_{ij}$  — расстояния между  $i$  и  $j$  для всех  $ij \in S$ ;

•  $y_{kl}^i$ ,  $i = \overline{1, n}$ ,  $kl \in S$ , — переменные, определяющие количество единиц исходных потоков  $a_{kl}$ , проходящих дополнительную сортировку в узле  $i$ . Отметим, что транзитная сортировка исходных потоков разрешена только в узлах первого типа. Так как по условию задачи дробление исходных потоков запрещено, т.е. они запаковываются в транспортный блок только целиком, то

$$y_{kl}^i = \begin{cases} a_{kl}, & \text{если в узле } i, i \neq k \neq l, \text{ дополнительная сортировка} \\ & \text{исходного потока } a_{kl} \text{ производится,} \\ 0, & \text{в противном случае;} \end{cases}$$

•  $t_{ij}, T_{ij}, ij \in S$ , — расчетное и заданное время на доставку исходных потоков  $a_{ij}$  из  $i$  в  $j$ ;

•  $h_i, i=1, n$ , — максимальная пропускная способность  $i$ -го узла в исходных единицах потока. Пропускная способность задается для транзитных потоков, так как исходящие и входящие потоки для каждого узла должны быть обработаны безусловно;

•  $\nu_{ij}, ij \in S, \nu_{\max}$  — число сливий потока  $a_{ij}$  с другими потоками и максимально допустимое число сливий соответственно;

•  $C_{\text{tp}}^{ij}$  — функция удельной стоимости передачи потока объема  $u_{ij}$  на расстояние  $d_{ij}$  от грузоподъемности транспортных средств или пропускной способности каналов связи в транспортных блоках  $w_\xi \in \{w_1, w_2, \dots, w_\alpha\}$ ,  $\xi=1, \alpha$ . В работах [3, 4] показано, что в качестве такой функции при решении задачи оптимизации структуры сети можно принять функцию вида  $C_{\text{tp}}^{ij}(u_{ij}, d_{ij}) = u_{ij} (k_1^\xi + k_2^\xi d_{ij}) / w_\xi$  для всех  $ij \in S$ , где  $k_1^\xi, k_2^\xi$  — заданные коэффициенты, причем величина  $w_\xi$  может быть выбрана произвольно;

•  $C_{\text{сорт.}}^i$  — нелинейная функция затрат на сортировку исходных потоков в узле  $i$ ;

•  $C_{\text{конт.}}^i$  — нелинейная функция затрат на обработку транспортных блоков (контейнеров) в узле  $i$ .

Требуется найти минимум среднегодовых приведенных затрат на транспортировку, сортировку и обработку потоков

$$\sum_{ij \in S} C_{\text{tp}}^{ij}(u_{ij}, d_{ij}) + \sum_{i=1}^n C_{\text{сорт.}}^i(a_i, q_i) + \sum_{i=1}^n C_{\text{конт.}}^i(u_i), \quad (1)$$

где

$$a_i = a_{ii} + \sum_{j=1, j \neq i}^n (a_{ij} + a_{ji}) + y_i, \quad y_i = \sum_{kl \in S} y_{kl}^i, \quad i = \overline{1, n},$$

$$q_i = q_{\text{вн}}^i + \sum_{j=1}^n \delta_{ij}, \quad \delta_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если } u_{ij} \neq 0, \\ 0, & \text{если } u_{ij} = 0, \quad i = \overline{1, n}, \end{cases}$$

$$u_i = \sum_{j=1, j \neq i}^n (u_{ij} + u_{ji}), \quad i = \overline{1, n},$$

при ограничениях

$$y_i \leq h_i, \quad i = \overline{1, n}, \quad (2)$$

$$t_{ij} \leq T_{ij}, \quad ij \in S, \quad (3)$$

$$\nu_{ij} \leq \nu_{\max}, \quad ij \in S, \quad (4)$$

$$x_{ij}, u_{ij} — целые неотрицательные числа. \quad (5)$$

Первая составляющая функционала (1) определяет транспортные затраты, вторая — затраты на сортировку, а третья — затраты на обработку транспортных блоков (контейнеров). Условия (2) представляют собой ограничения на пропускные способности узлов, (3) — время доставки исходных потоков адресату, (4) — число сливий исходных потоков с другими потоками.

Для решения задачи (1)–(5) разработаны приближенные и эвристические алгоритмы и программы, которые вошли в пакет прикладных программ [5].

Приведем методику получения исходных данных для построения динамической модели поэтапного развития узлов сети, которая включает следующие шаги.

**Шаг 1.** Для заданного числа этапов развития сети определить прогнозируемые показатели: величину магистральных межузловых потоков; стоимостные характеристики процессов обработки и передачи потоков; значения других параметров, влияющих на эксплуатационные затраты в сети (например, прогнозируемое снижение трудовых затрат при дальнейшей автоматизации и механизации производства).

**Шаг 2.** Для каждого этапа развития сети по прогнозируемым данным решить задачу оптимизации ее структуры, получить схему сортировки исходящих потоков и распределение по узлам затрат на сортировку потоков и затрат на погрузку–выгрузку исходящих и входящих транспортных блоков. Одновременно определить и необходимые приведенные затраты на функционирование узлов на период завершения планирования (вторая составляющая функционала (1) и частично третья — без учета затрат на транзитную перегрузку транспортных блоков). При решении задачи оптимизации структуры сети не следует учитывать ограничения на пропускные способности узлов (2). Ограничения (3) и (4) могут также не учитываться, однако по требованию проектировщика транспортной сети или администратора сети передачи данных они могут быть заданы директивно.

Методику планируется использовать для построения детерминированных и стохастических моделей задач перспективного развития узлов сети при заданных величинах инвестиций по этапам развития и при их ограниченном объеме на конечный период планирования.

### ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

Для проведения экспериментов выбрана сгенерированная датчиком псевдослучайных чисел транспортная сеть с числом узлов  $n=12$  и числом исходящих дуг из каждого узла (валентностью узлов)  $\text{val}=5$ . Длины дуг  $d_{kl}$ ,  $kl \in P$ , генерировались в пределах от 80 до 300 км; объем транспортного блока  $\omega$  принимался равным 40 единицам грузов; грузоподъемность транспортных средств составляет  $W=20$  транспортных блоков (параметр  $w_\xi$  в модели); время на обработку (сортировку) исходных потоков в узлах сети — 1 сутки; время на транзитную перегрузку транспортных блоков в узлах сети — 0,5 суток; средняя скорость движения транспортных средств — 80 км/час; пропускные способности узлов по обработке транзита  $h_i$ ,  $i=1, n$ , принимались равными 500 единицам исходных потоков в сутки для всех узлов сети; максимальное время доставки исходных потоков получателю —  $T_{ij}=10$  суток для всех  $ij \in S$ ; максимальное число слияний исходных потоков  $v_{\max}$  не ограничивалось; средняя задержка транспортных блоков в сети составляет

$$t_{\text{cp}} = 1/u_{\Sigma} \sum_{kl \in P} f_{kl} / (w_{kl} - f_{kl}) \leq T_{\max}, \quad u_{\Sigma} = \sum_{ij \in S, i \neq j} u_{ij}, \quad f_{kl} = \sum_{ij \in S} u_{ij}^{kl},$$

где  $u_{ij}^{kl}$  — поток транспортных блоков из  $i$  в  $j$ , проходящий по дуге  $kl$ ,  $w_{kl} \in \{w_1, w_2, \dots, w_{\alpha}\}$ , рассчитывалась, а их максимальная задержка  $T_{\max}$  не ограничивалась. Исходящие потоки из каждого узла сети также задавались датчиком псевдослучайных чисел при изменении величины начальных потоков от одного до девяти для узлов первого типа и от одного до пяти для узлов второго и третьего типов. В качестве функций затрат использовался конкретный вид формул в условных единицах стоимости из работы [3]. Для расчета времени доставки исходных потоков конечному получателю применялись формулы, приведенные в работе [4].

Начальная структура сети генерировалась так, чтобы каждый узел третьего типа был связан в своей зоне обслуживания только со смежными узлами первого типа. Это ограничение позволяет для любой сети с заданными параметрами  $n$  и  $\text{val}$  сгенерировать строго определенное число узлов третьего типа и придать структуре сети более правдоподобный вид. Для сети с  $n=12$  и  $\text{val}=5$  было сгенерировано три узла третьего типа.

В начале эксперимента была выполнена оптимизация структуры сети для пяти этапов ее развития при прогнозируемом пропорциональном увеличении исходящих потоков соответственно в 1, 2, 5, 10 и 15 раз. На всех этапах развития в структуру сети не было включено ни одного узла второго или третьего типа. Основные результаты расчетов приведены в табл. 1. Здесь  $FS$  — число слияний потоков, при котором получено оптимальное решение;  $KF$  — коэффициент прогнозирования потоков;  $K_{cp}$  — средний коэффициент загрузки транспортного блока в сети;  $Q_{cp}$  — среднее число магистральных направлений сортировки в узле сети;  $K_{opt}$  — число транспортных блоков, необходимых для единовременного отправления всех потоков в сети;  $t_{cp}$  — средняя задержка транспортных блоков в сети;  $\text{MIN } F$ ,  $\text{MAX } F$  — минимальный и максимальный потоки по дуге сети в транспортных блоках;  $C_{\text{сум}}$ ,  $C_{\text{tp}}$ ,  $C_{\text{конт}}$ ,  $C_{\text{сорт}}$ ,  $EF$  — соответственно суммарные среднегодовые приведенные затраты, затраты на транспортировку и погрузку–выгрузку транспортных блоков, затраты на сортировку потоков и эффект от оптимизации для этапов развития сети (в усл. ед.);  $T_{\min}$ ,  $T_{\max}$ ,  $T_{cp}$  — минимальное, максимальное и среднее время (в сутках) доставки исходных потоков получателю. Из табл. 1 видно, что оптимальные решения на этапах развития сети (в усл. ед.) достигаются при различных значениях параметра  $FS$ . С ростом потоков увеличиваются значения параметров  $K_{cp}$  и  $Q_{cp}$ , а эффект от оптимизации  $EF$  уменьшается. На этапе 5 при максимальных потоках превышена общая грузоподъемность транспортных средств на некоторых дугах сети —  $\text{MAX } F = 21$ ,  $t_{cp} = \text{Infinit}$ . На всех этапах среднее время доставки грузов получателю  $T_{cp}$  остается достаточно стабильным и изменяется в пределах от 2,67 до 3,44 суток.

Таблица 1

Наименование показателей	Значение показателей					
	до оптимизации		после оптимизации			
	Этап 1 $FS = 0$ , $KF = 1$	Этап 1 $FS = 5$ , $KF = 1$	Этап 2 $FS = 2$ , $KF = 2$	Этап 3 $FS = 3$ , $KF = 5$	Этап 4 $FS = 3$ , $KF = 10$	Этап 5 $FS = 2$ , $KF = 15$
$K_{cp}$	0,123	0,697	0,770	0,864	0,909	0,908
$Q_{cp}$	11	3	5	7	8	8
$K_{opt}$	132	43	64	114	197	289
$t_{cp}$	0,09861	0,06951	0,07331	0,08862	0,12952	Infinit
$\text{MIN } F$	1	1	1	1	1	2
$\text{MAX } F$	8	4	4	8	14	21
$C_{\text{сум}}$	294960	138648	238527	501541	884816	1218380
$C_{\text{tp}}$	183241	47273,7	73668,1	143571	260340	386276
$C_{\text{сорт}}$	69384,8	77517,4	144283	321395	561343	739539
$C_{\text{конт}}$	42334,4	13856,8	20576,3	36574,9	63132,4	92569,5
$EF$	—	156312	122755	67284,9	58130,8	62496,2
$T_{\min}$	—	2,04219	2,04219	2,04219	2,04219	2,04219
$T_{\max}$	10	6,36667	5,43177	6,44844	4,47031	5,05469
$T_{cp}$	—	3,44410	3,06218	2,81955	2,66823	2,71471

В табл. 2 и 3 приведены затраты на сортировку потоков и погрузку–выгрузку транспортных блоков в узлах сети по этапам развития, а на рис. 1, 2 и 3 показаны гистограммы изменения потоков и затрат. Полученные данные можно использовать для предварительного пропорционального распределения выделенных капитальных вложений между этапами развития и внутри этапов между узлами сети.

**Таблица 2**

Номер узла	Затраты ( усл. ед.) на сортировку потоков в узлах сети по этапам развития					
	до оптимизации		после оптимизации			
	Этап 1 $FS = 0,$ $KF = 1$	Этап 1 $FS = 5,$ $KF = 1$	Этап 2 $FS = 2,$ $KF = 2$	Этап 3 $FS = 3,$ $KF = 5$	Этап 4 $FS = 3,$ $KF = 10$	Этап 5 $FS = 2,$ $KF = 15$
1	5461,63	6243,24	11158,6	26430,9	49073,0	68855,3
2	5782,31	6728,17	12585,9	26853,2	47156,8	58727,2
3	5762,71	6397,51	12974,2	25979,9	43122,7	52924,5
4	5296,10	5610,44	10513,1	24138,9	42324,3	56422,3
5	5824,40	5795,71	11399,2	25672,2	45122,2	59006,2
6	5597,95	5680,08	10923,6	26059,9	47716,2	65868,3
7	5654,64	6093,26	12324,3	27444,7	47672,3	65195,6
8	6576,34	10190,5	16228,2	32467,7	52704,8	67589,8
9	5514,47	5650,97	10860,7	25434,3	45759,3	62227,9
10	5487,39	5576,86	10916,9	24842,9	41857,9	57600,1
11	5939,96	6033,54	11681,5	26952,7	49571,6	64078,9
12	6486,88	7517,12	12716,7	29117,6	49262,0	61043,2
<b>Сумма затрат</b>	<b>69384,78</b>	<b>77517,4</b>	<b>144282,9</b>	<b>321394,9</b>	<b>561343,1</b>	<b>739539,3</b>

**Таблица 3**

Номер узла	Затраты ( усл. ед.) на погрузку–выгрузку транспортных блоков в узлах сети по этапам развития					
	до оптимизации		после оптимизации			
	Этап 1 $FS = 0,$ $KF = 1$	Этап 1 $FS = 5,$ $KF = 1$	Этап 2 $FS = 2,$ $KF = 2$	Этап 3 $FS = 3,$ $KF = 5$	Этап 4 $FS = 3,$ $KF = 10$	Этап 5 $FS = 2,$ $KF = 15$
1	3527,86	1288,07	1448,05	3047,91	5767,65	8807,35
2	3527,86	1288,07	1928,01	3047,91	5927,63	7207,51
3	3527,86	1448,05	2247,98	3207,89	4807,74	6727,56
4	3527,86	808,097	1128,08	2247,98	4007,82	6247,60
5	3527,86	808,097	1288,07	2567,95	4967,73	7687,46
6	3527,86	648,102	1128,08	2407,97	4807,74	7047,52
7	3527,86	1128,08	2088,00	3687,85	5927,63	8807,35
8	3527,86	2727,94	3207,89	4487,77	5447,68	7527,48
9	3527,86	968,088	1608,04	2887,92	5127,71	8327,40
10	3527,86	808,097	1608,04	2727,94	4807,74	7527,48
11	3527,86	648,102	1448,05	3047,91	6087,62	9127,32
12	3527,86	1288,07	1448,05	3207,89	5447,68	7527,48
<b>Сумма затрат</b>	<b>42334,32</b>	<b>13856,863</b>	<b>20576,34</b>	<b>36574,89</b>	<b>63132,37</b>	<b>92569,51</b>

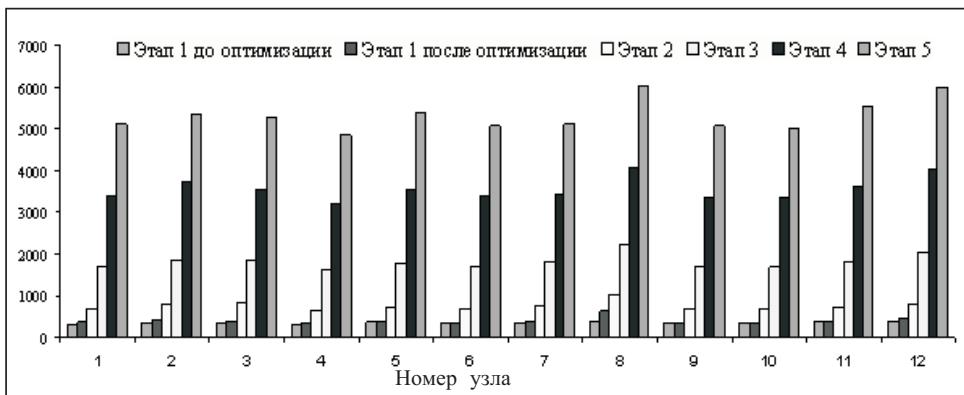


Рис. 1. Величина потока в узлах по этапам развития сети

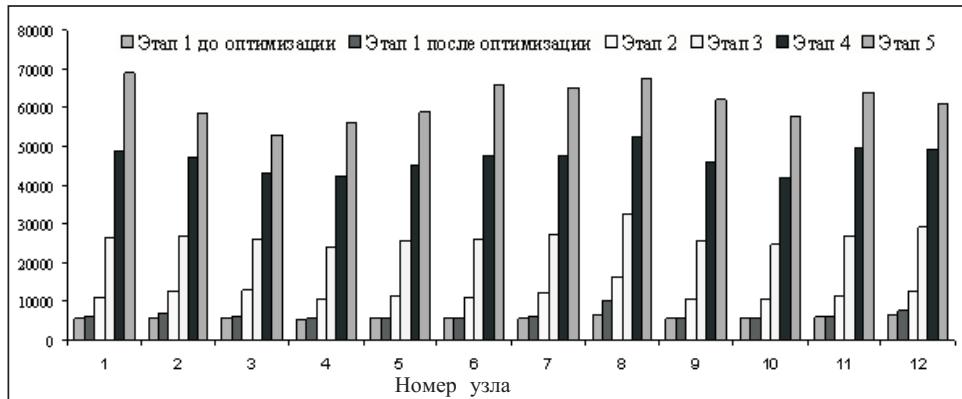


Рис. 2. Гистограмма распределения затрат на сортировку потоков сети по этапам развития

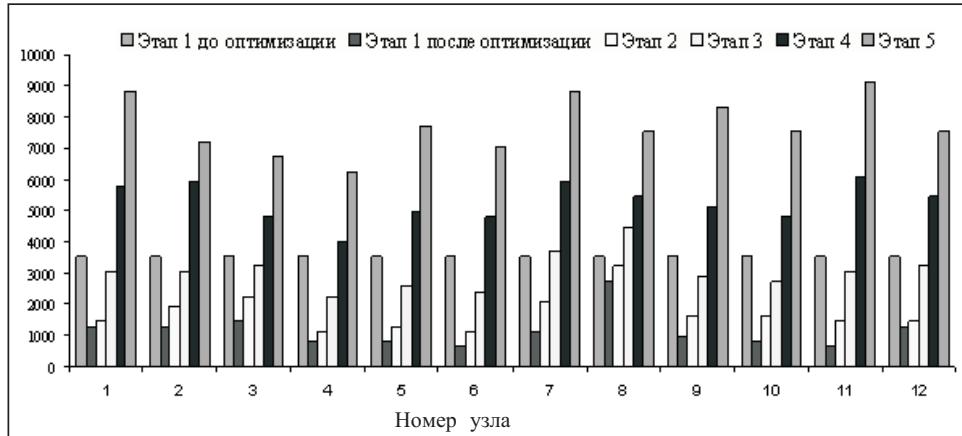


Рис. 3. Гистограмма распределения затрат на погрузку–выгрузку транспортных блоков в узлах сети по этапам развития

Во второй части эксперимента была исследована возможность использования решения задачи оптимизации упаковок для оперативного перераспределения потоков в случае вынужденного ограничения пропускной способности узлов и при отказе сортировочного оборудования в отдельных узлах сети. Для большей наглядности результатов эксперимента была выбрана сеть с числом узлов  $n = 300$ , числом исходящих дуг из каждого узла  $val = 3$ . Изначально для сети было сгенерировано 107 узлов третьего типа. Объем транспортного блока  $\omega$  остался прежним, равным 40 единицам грузов, а общая грузоподъемность транспортных средств на дугах сети и максимальное время доставки исходных потоков получателю были соответственно увеличены до  $W = 6600$  транспортных блоков и  $T_{ij} = 15$  суток. После оптимизации структуры сети в нее было включено 175 узлов первого типа и 125 узлов второго типа. Первоначально пропускные способности узлов по обработке транзита  $h_i$ ,  $i=1, n$ , принимались равными 5000 единиц исходных потоков в сутки для всех узлов сети. В результате решения задачи было определено, что в 27 узлах сети объемы транзита превышают 3000 единиц — условную границу вынужденного диспетчерского ограничения. Поэтому эта же задача была решена для ограничений на пропускные способности  $h_i = 3000$  и потоки в сети были перераспределены без нарушения вновь введенных ограничений. Основные результаты решения задачи при  $h_i = 5000$ ,  $h_i = 3000$  и  $N_2 = 125$  приведены во втором и третьем столбцах табл. 4 (затраты даны в млн усл. ед.). Из таблицы видно, что оптимальные решения в обоих случаях были достигнуты при  $FS = 2$ , при перераспределении потоков несколько

уменьшился средний коэффициент загрузки транспортного блока  $K_{\text{ср}}$ , увеличилось среднее число магистральных направлений сортировки  $Q_{\text{ср}}$  и незначительно снизился эффект от оптимизации  $EF$ . Малое значение транспортных затрат ( $C_{\text{тр}}$ ) по сравнению с затратами на сортировку потоков ( $C_{\text{сорт}}$ ) и погрузку–выгрузку транспортных блоков ( $C_{\text{конт}}$ ) объясняется тем, что при решении задачи была сильно завышена общая грузоподъемность транспортных средств на дугах сети (до  $W = 6600$ ), вследствие чего значительно уменьшилась удельная стоимость перевозки одного транспортного блока. В процессе решения программой было определено, что параметр  $W$  можно уменьшить до значения 2351.

**Т а б л и ц а 4**

Наименование показателей	Значение показателей после оптимизации при		
	$h_i = 5000, N_2 = 125$	$h_i = 3000, N_2 = 125$	$h_i = 5000, N_2 = 125, N_3 = 3$
$K_{\text{ср}}$	0,684	0,656	0,680
$Q_{\text{ср}}$	33	38	33
$K_{\text{опт}}$	22666	23123	22678
$FS$	2	2	2
$C_{\text{сум}}$	24,305	24,385	24,325
$C_{\text{тр}}$	0,222	0,242	0,222
$C_{\text{сорт}}$	16,828	16,742	16,844
$C_{\text{конт}}$	7,255	7,401	7,259
$EF$	3,892	3,812	3,686
$T_{\min}$	2,04167	2,04167	2,04167
$T_{\max}$	12,08542	12,08542	12,08542
$T_{\text{ср}}$	7,86221	7,83251	7,86885

**Т а б л и ц а 5**

Наименования показателей параметров	Значение показателей в узлах					
	243		277		287	
	исправен	аварийный режим	исправен	аварийный режим	исправен	аварийный режим
Общий поток	3102	2737	3450	2795	3355	2793
Внутриузловой поток	241	241	299	299	296	296
Исходящий поток	1264	1264	1272	1272	1270	1270
Входящий поток	1232	1232	1224	1224	1227	1227
Транзитный поток	365	0	655	0	562	0
Ограничения на пропускную способность узлов	5000	0	5000	0	5000	0
Коэффициент загрузки транспортного блока	0,630	0,656	0,673	0,343	0,721	0,542
Число направлений магистральных направлений сортировки	38	5	43	8	43	8
Число направлений сортировки на абонентские узлы	27	27	21	21	13	13
Общее число направлений сортировки	65	32	64	29	56	21
Затраты на сортировку потоков в у.е.	48199,5	39901,3	53032,0	40014,2	51045,4	37659,3
Затраты на погрузку–выгрузку транспортных блоков в у.е.	18245,4	10887,2	20006,3	11847,1	19686,3	11687,1

Далее предполагалось, что в сети произошел отказ трех узлов с номерами 243, 277 и 287. В результате отказа они получили статус узлов третьего типа и перешли в аварийный режим работы. После решения задачи потоки в сети были полностью перераспределены и нагрузка на выведенные из строя узлы сводилась к минимуму, так как исходящий поток из внутренней зоны этих узлов следует сортировать только по пяти и восьми магистральным направлениям. Входящий поток может быть отсортирован на абонентские узлы вышедших из строя узлов в смежных узлах первого типа. В табл. 4 (четвертый столбец) и табл. 5 приведены результаты решения задачи при перераспределении потоков. Оптимальное решение найдено при  $FS = 2$ . Значения результирующих показателей в сети почти не изменились, а уменьшение коэффициента загрузки транспортного блока в узлах 277 и 287 произошло ввиду того, что во внутреннюю зону этих узлов попали соответственно пять и три магистральных узла второго типа, объемы сортировки потоков на которые незначительны.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Задача оптимизации упаковок может успешно применяться для получения исходных данных при построении динамической модели поэтапного развития узлов сети. При этом для этапов развития сети необходимо использовать современные модели и методы математического моделирования и прогнозирования на основе временных рядов данных, такие как метод группового учета аргументов, методы авторегрессии, нечеткие нейросети, байесовские модели и сети.

В условиях нестабильной экономики Украины в переходной период для задач перспективного развития многопродуктовых коммуникационных сетей с дискретными мелкопартионными потоками должны быть построены дисконтированные по времени детерминированные и стохастические модели. Особое внимание следует уделить построению стохастических динамических моделей развития сети, позволяющих получить вероятностные распределения капитальных затрат и других ресурсов по этапам развития и оценить степень риска их вложения.

Оперативное перераспределение потоков в случаях директивного ограничения пропускных способностей узлов и отказа отдельных узлов может быть выполнено путем решения задачи оптимизации упаковок при изменении соответствующих параметров задачи — установки новых ограничений и понижения ранга отказавших узлов.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Васягин В. А., Трофимчук А. Н. Автоматизация процессов принятия решений в многопродуктовых коммуникационных сетях с мелкопартионными дискретными потоками // Екологічна безпека та природокористування. — 2010. — Вип. 5. — С. 172–213.
2. Довгий С. О., Бідюк П. І., Трофимчук О. М., Савенков О. І. Методи прогнозування в системах підтримки прийняття рішень. — К.: Азимут-Україна, 2011. — 608 с.
3. Васягин В. А., Трофимчук А. Н. Задача выбора иерархической структуры многопродуктовой коммуникационной сети с мелкопартионными дискретными потоками // Екологічна безпека та природокористування. — 2012. — Вип. 10. — С. 182–204.
4. Васягин В. А., Трофимчук А. Н. Выбор пропускных способностей дуг при оптимизации упаковок мелкопартионных потоков в многопродуктовых коммуникационных сетях // Там же. — 2012. — Вип. 9. — С. 181–200.
5. Свідоцтво про реєстрацію авторського права на твір «Пакет програм для рішення задач оптимізації розподілу дискретних потоків у богатопродуктових мережах» / Заявник і власник В.А. Васягин; А. с. від 23.07.2002 № 5978, Україна, Міністерство освіти і науки України, Державний департамент інтелектуальної власності; заявка від 06.06.02 № 5772 про реєстрацію авторського права на твір.

Поступила 30.01.2013