УДК 510.23+510.25+510.54+512.567

В.И. ШИНКАРЕНКО, В.М. ИЛЬМАН

КОНСТРУКТИВНО-ПРОДУКЦИОННЫЕ СТРУКТУРЫ И ИХ ГРАММАТИЧЕСКИЕ ИНТЕРПРЕТАЦИИ. II. УТОЧНЯЮЩИЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ[1]

Аннотация. Предложены методы уточняющих преобразований: специализации, интерпретации, конкретизации и реализации обобщенной конструктивно-продукционной структуры. Показано применение методов для построения грамматических конструктивно-продукционных структур — аналогов известных грамматик, их модификаций и грамматико-подобных систем. На их основе проанализированы и обобщены различные типы формальных грамматик.

Ключевые слова: конструктивизм, формальные грамматики, конструктивно-продукционная структура, специализация, интерпретация, конкретизация.

ВВЕДЕНИЕ

В первой части настоящей статьи обобщены возможности различных модификаций формальных грамматик, предложен аппарат конструктивно-продукционных структур [1]. В настоящей части представлены различные подходы и методы выполнения уточняющих преобразований обобщенной конструктивно-продукционной структуры (ОКПС).

Будем рассматривать грамматические конструктивно-продукционные структуры (ГКПС), имеющие аналоги в виде классических грамматик, их модификаций и грамматико-подобных средств, широко применяемых в прикладном программировании. При таком подходе появляется возможность выявления и изучения закономерностей в конструкциях различной природы с разной интерпретацией связей, разработки новых методов решения задач распознавания образов-конструкций.

Выполненные обобщения предоставляют новые возможности по «гибридизации» известных средств и вскрывают ряд существующих проблем. В частности, это проблема неоднозначности интерпретации, т.е. связывания операций сигнатуры с несколькими алгоритмами. С одной стороны такая неоднозначность нежелательна, а с другой появляются новые возможности конструирования.

Для каждого типа рассмотренных грамматик [2–11] предложены обобщенные грамматические структуры с конструктивной аксиоматикой. Вводя инструктивные ограничения и дополнения в аксиоматики обобщенных структур и задавая конкретные продукции подстановок, удается получить конструктивные грамматические структуры для классов грамматик. При этом сохраняется определенная аналогия между конструктивно-продукционными структурами и грамматиками. Здесь аналогия перенимает идеологию вывода определенных формальных языков.

СПЕЦИАЛИЗАЦИЯ ГРАММАТИЧЕСКИХ КОНСТРУКТИВНО-ПРОДУКЦИОННЫХ СТРУКТУР

Специализация ОКПС может проводиться для различных предметных областей биологии, механики, музыки и пр. Рассмотрим две наиболее существенные и распространенные в прикладном программировании специализации: мультисимвольную и графическую.

Мультисимвольные грамматические структуры. Грамматики с символьными терминалами имеют широкое прикладное применение. В частности, они незаменимы для представления и анализа синтаксиса языков программирования.

Определение 1. Формальной мультисимвольной грамматической структурой назовем специализированную ОКПС

$$C = \langle M, \Sigma, \Lambda \rangle_S \mapsto C_{MS} = \langle M_{MS}, \Sigma_{MS}, \Lambda_{MS} \rangle, \qquad (1)$$

[1] Начало см. в № 5, 2014

где $\Lambda_{MS} = \Lambda \bigcup \Lambda_1$, $\Lambda_1 = \{M_{MS} \supset S_0, \Sigma_{MS} = \Xi \bigcup \Phi, \Xi = \{\otimes\}$, $T = S_0$, $\forall s \in T : \lrcorner s = s\}$, $S_0 = \{{}_{w_i}s_i\}$, ${}_{w_i}s_i$ — символ с атрибутами w_i, $\otimes$ — единственная операция связывания — операция конкатенации форм (символов и строк).

Для интерпретации конструктивно-продукционной структуры воспользуемся понятием алгоритмической структуры [12].

Базовую алгоритмическую структуру для интерпретации C_{MS} представим в виде

$$C_{A,MS} = \langle M_{A,MS}, V_{A,MS}, \Sigma_{A,MS}, \Lambda_{A,MS} \rangle, \tag{2}$$

где $M_{A,MS}$ — неоднородный носитель, $V_{A,MS}$ — множество образующих алгоритмов, базовых (элементарных) для некоторого исполнителя, $\Sigma_{A,MS}$ — сигнатура и $\Lambda_{A,MS}$ — аксиоматика.

Аксиоматика алгоритмической структуры $\Lambda_{A,MS}$ представлена в [12]. Носитель включает символы ($M_{A,MS} \supset S_0$) и все конструкции из них, построенные конструируемыми алгоритмами алгоритмической структуры $\Omega(C_{A,MS})$, а также множества допустимых значений атрибутов. Рассмотрим множество базовых $V_{A,MS} \supset \{A_1^0|_{A_i,A_j}^{A_i \cdot A_j}, A_2^0|_{Z_1,Z_2,A_i}^{:A_i}, A_3^0|_{l_i,l_j}^{l_i \otimes l_j}\}$ и сконструированных $\{A_4|_{f_h,f_q,f_i}^{f_j}$, $A_5|_{f_i,\Psi}^{f_j}, A_6|_{f_i,\Psi}^{f_j}\} \bigcup V_W \subset \Omega(C_{A,MS})$ алгоритмов:

- $A_1^0|_{A_i,A_j}^{A_i \cdot A_j}$ — алгоритм выполнения операции композиции алгоритмов ($A|_X^Y$ — алгоритм над данными из входного множества X со значениями из множества Y, A^0 — образующий алгоритм), $\forall A_i, A_j \in \Omega(C_{A,MS})$, $A_i \cdot A_j$ — последовательное выполнение алгоритма A_j после алгоритма A_i;
- $A_2^0|_{Z_1,Z_2,A_i}^{:A_i}$ — алгоритм условного выполнения, который заключается в выполнении алгоритма A_i при условии $Z_1 \supseteq Z_2$;
- $A_3^0|_{l_i,l_j}^{l_i \otimes l_j}$ — алгоритм конкатенации форм $l_i, l_j \in F^*$, $l_k \in F^*$, если $\forall l_i, l_j \in F^*$: $l_k = l_i \otimes l_j$, $F^* \supset S_0$;
- $A_4|_{l_h,l_q,f_i}^{f_j}$ — алгоритм выполнения операции подстановки, $f_i, f_j \in F$, $l_h, l_q \in F^*$, спецификация которого задана определением 10 аксиоматики ОКПС [1];
- $A_5|_{f_i,\Psi}^{f_j}$, $A_6|_{f_i,\Psi}^{f_j}$ — алгоритмы выполнения операций частичного и полного вывода, $f_i, f_j \in F$, их спецификации заданы определением 11 и 12 аксиоматики ОКПС;
- $A_i|_{X_i}^{Y_i} \in V_W$ — множество алгоритмов, реализующих операции Φ над атрибутами.

Алгоритмы $A_4|_{l_h,l_q,f_i}^{f_j}$, $A_5|_{f_i,\Psi}^{f_j}$, $A_6|_{f_i,\Psi}^{f_j}$, конструируемые на основе других базовых алгоритмов (БАС) или базовые (образующие).

Здесь и далее будем придерживаться обозначений форм $l \in F^*$, сентенциальных форм $f \in F$ и др., см. [1].

Запишем интерпретацию мультисимвольной ГКПС:

$$\langle\langle C_{MS} = \langle M_{MS}, \Sigma_{MS}, \Lambda_{MS} \rangle, C_{A,MS} = \langle M_{A,MS}, V_{A,MS}, \Sigma_{A,MS}, \Lambda_{A,MS} \rangle\rangle_I \mapsto$$

$$_I \mapsto_{I,C_{A,MS}} C_{MS} = \langle M_{MS}, \Sigma_{MS}, \overline{\Lambda}_{MS} \rangle, \tag{3}$$

где $\overline{\Lambda}_{MS} = \Lambda_{MS} \bigcup \Lambda_2 \bigcup \Lambda_3$,

$$\Lambda_2 = \{(A_3^0|_{l_i, l_j}^{l_i \otimes l_j} \lrcorner \otimes), (A_4|_{l_h, l_q, f_i}^{f_j} \lrcorner \Rightarrow), (A_5|_{f_i, \Psi}^{f_j} \lrcorner | \Rightarrow), (A_6|_{f_i, \Psi}^{f_j} \lrcorner \| \Rightarrow)\},$$

$$\Lambda_3 = \{\forall \circ_i \in \Phi : \exists (A_i|_{X_i}^{Y_i} \lrcorner \circ_i), A_i|_{X_i}^{Y_i} \in \Omega(C_{A, MS})\}.$$

Традиционные грамматики имеют устоявшуюся терминологию. Конструкции принято называть цепочками; свободные множества форм и конструкций — свободным языком, определенным на множестве терминалов и нетерминалов или только терминалов соответственно.

Мультисимвольные грамматические структуры — обобщающие аналоги классических грамматик — наиболее значимые частные случаи мультисимвольных грамматических структур, полученных путем дальнейшей специализации.

Определение 2. Специализацией классической мультисимвольной ГКПС C_{KMS} назовем

$$C_{MS} = \langle M_{MS}, \Sigma_{MS}, \Lambda_{MS} \rangle_S \mapsto C_{KMS} =$$
$$= \langle M_{MS}, \Sigma_{MS}, \Lambda_{KMS} \rangle, \Lambda_{KMS} = \Lambda_{MS} \cup \Lambda_4. \qquad (4)$$

Частичная аксиоматика Λ_4 включает приведенные ниже инструктивные дополнения:

1) элементы носителя не имеют атрибутов, кроме обязательных, поэтому $\psi_r : \langle s_r, \varepsilon \rangle \in \Psi$;

2) признак окончания вывода: результат операции частичного вывода является конструкцией.

3) правила продукций содержат только одно отношение подстановки.

Для интерпретации C_{KMS} воспользуемся БАС $C'_{A, MS}$ такой же, как $C_{A, MS}$, с изменениями: $V_W = \varnothing$ и спецификация алгоритма $A_6|_{f_i, \Psi}^{f_j}$ включает второе дополнение частичной аксиоматики Λ_4.

Интерпретацию C_{KMS} запишем в виде

$$\langle\langle C_{KMS} = \langle M_{MS}, \Sigma_{MS}, \Lambda_{KMS} \rangle, \; C'_{A, MS} = \langle M_{A, MS}, V_{A, MS}, \Sigma_{A, MS}, \Lambda_{A, MS} \rangle\rangle_I \mapsto$$
$$_I \mapsto_{I, C'_{A,MS}} C_{KMS} = \langle M_{MS}, \Sigma_{MS}, \overline{\Lambda}_{KMS} \rangle, \; \overline{\Lambda}_{KMS} = \Lambda_{KMS} \cup \Lambda_2. \qquad (5)$$

Представленные C_{MS} и C_{KMS} являются абстрактными структурами. Покажем на примере конкретную структуру как одну из реализаций C_{KMS}, которая определяет формальный язык, их цепочки построены конкатенацией символов 0, 1 и 2 с ограничениями: в начале, конце и внутри цепочки должен быть одиночный символ 2, последовательности 0 и 1 произвольным образом чередуются и число рядом стоящих символов 0 всегда четное:

$$_{I, C'_{A,MS}} C_{KMS} = \langle M_{MS}, \Sigma_{MS}, \overline{\Lambda}_{KMS} \rangle_K \mapsto C_{KKMS} =$$
$$= \langle M_{MS}, \Sigma_{MS}, \Lambda_{KKMS} \rangle_R \mapsto \Omega(C_{KKMS}),$$
$$\Lambda_{KKMS} = \overline{\Lambda}_{KMS} \cup \{T = \{0, 1, 2\}, \; N = \{\sigma, \lambda\}, \; U = \{\sigma\},$$
$$\Psi = \{\sigma \to 2\lambda 2\lambda 2, \; \lambda \to 00\lambda, \; \lambda \to 1\lambda, \; \lambda \to \varepsilon\}\}.$$

Пример реализации — множество цепочек $\overline{\Omega}(C_{KKMS}) = \{222, 200212, 2212\}$.

Графические грамматические структуры. Графические грамматики имеют прямое отношение к предметной области отображения и распознавания графических объектов (образов). Поскольку таких объектов со своими особенностями очень много, то определить графическую грамматику в общем довольно сложно. Однако для таких грамматик характерно, что имена символов терминального алфавита связаны с некоторыми графическими образами, конструкции которых изображаются на бумаге, дисплее или ином физическом или виртуальном носителе графической информации.

Рассмотрим особенности нескольких графических специализаций и интерпретаций КПС.

Графические грамматические структуры — аналоги языка PDL. Picture Description Language (PDL) [4] (грамматика Шоу) предназначена для описания геометрических фигур, траекторий движения и др. Элементарными графическими образами являются любые фигуры с приписанными им свойствами головной и хвостовой точек. Построение изображения выполняется совмещением головных и/или хвостовых точек. Особенность PDL — наличие аппарата приоритетов операций связывания, который реализован с использованием круглых скобок.

Определение 3. Специализацией ГКПС, аналога PDL, будет следующая структура:

$$C = \langle M, \Sigma, \Lambda \rangle_S \mapsto C_{PDL} = \langle M_{PDL}, \Sigma_{PDL}, \Lambda_{PDL} \rangle,$$

где $\Lambda_{PDL} = \Lambda \cup \Lambda_5 \cup \Lambda_6$, $\Lambda_5 = \{M_{PDL} \supset T \cup N, T = T_1, N = N_1, \ \Xi = \{+, \times, -, *, \sim, /, (\, , \,)\}, \Phi = \varnothing\}$.

Частичная аксиоматика Λ_6 включает следующие конструктивные дополнения.

• Терминалы $T_1 = \{_{\dlsh t_i, b_i, e_i} t_i\}$, $\dlsh t_i$ — элементарные изображения с головной (b_i) и хвостовой (e_i) точками.

• Нетерминалы $N_1 = \{_{\dlsh \beta_i, b_i, e_i} \beta_i\}$, $\dlsh \beta_i$ — составные изображения с головной (b_i) и хвостовой (e_i) точками. Набор атрибутов нетерминалов β_i может иметь значение ε.

• Правила вывода таких структур заданы в виде $\psi_r : \langle s_r, \varepsilon \rangle \in \Psi$.

Для интерпретации структуры C_{PDL} определим базовую алгоритмическую структуру

$$C_{A,PDL} = \langle M_{A,PDL}, V_{A,PDL}, \Sigma_{A,PDL}, \Lambda_{A,PDL} \rangle,$$

где $M_{A,PDL} \supset T_1 \cup N_1$, $V_{A,PDL} = \{A_1^0|_{A_i, A_j}^{A_i \cdot A_j}, A_2^0|_{Z_1, Z_2, A_i}^{:A_i}\}$, $\Sigma_{A,PDL} = \Sigma_{A,MS}$; $\Lambda_{A,PDL} = \Lambda_{A,MS}$.

БАС определяет множество сконструированных алгоритмов $\{A_k|_{{}_\Delta l_i, {}_\Delta l_j}^{\dlsh({}_\Delta l_i \otimes_{k-2} {}_\Delta l_j)}$, $k = 3 \ldots 8$, $A_k|_{{}_\Delta l_i, {}_\Delta l_j}^{b, e \dlsh({}_\Delta l_i \otimes_{k-8} {}_\Delta l_j)}$, $k = 9 \ldots 14$, $A_{15}|_{w_i l_i}^{w_i l_i}$, $A_{16}|_{w_i l_i}^{w_i l_i}$, $A_{17}|_{w_h l_h, w_q l_q, w_l l}^{w_h}$, $A_{18}|_{f_i, \Psi}^{f_j}$, $A_{19}|_{f_i, \Psi}^{f_j}\} \subset \Omega(C_{A,PDL})$. Здесь $\otimes_k$ — одна из операций связывания со списка $[+, \times, -, *, \sim, /]$.

$A_1^0|_{A_i, A_j}^{A_i \cdot A_j}$, $A_2^0|_{Z_1, Z_2, A_i}^{:A_i}$ — такие же, как и в мультисимвольных алгоритмических структурах. Рассмотрим, как специфицируются алгоритмы $A_3 \ldots A_{19}$.

• $A_3, \ldots, A_8$ — алгоритмы формирования новой графической конструкции и отображения ее на физическом носителе информации:

A_3 — алгоритм формирования и изображения новой графическая конструкции таким образом, чтобы хвостовая точка конструкции ${}_\Delta l_j$ совместилась с головной точкой ${}_\Delta l_i$;

A_4 — такой же, как A_3, но совмещаются хвостовые точки ${}_\Delta l_j$ и ${}_\Delta l_i$;

A_5 — такой же, как A_3, но совмещаются головные точки ${}_\Delta l_j$ и ${}_\Delta l_i$;

A_6 — такой же, как A_3, но совмещаются головные и хвостовые точки ${}_\Delta l_j$ и ${}_\Delta l_i$;

A_7 — меняет местами головную и хвостовую точки ${}_\Delta l_i$;

A_8 — изображает ${}_\Delta l_j$ без привязки к ${}_\Delta l_i$ (в новом месте).

• $A_9, \ldots, A_{14}$ определяют значения атрибутов b_i и e_i сформированной конструкции ${}_\Delta l_i \otimes {}_\Delta l_j$ при выполнении соответствующих операций связывания алгоритмами $A_3, \ldots, A_8$.

• A_{15} начинает формирование новой подформы.

• A_{16} заканчивает формирование подформы, представляя ее как новый непоименованный элемент конструирования.

• A_{17} аналогичен алгоритму A_4 алгоритмической структуры $C_{A,MS}$ с дополнениями: перед подстановкой выполняются все операции связывания в порядке записи слева направо, учитывая скобки, замена выполняется как в форме с именами элементов, так и в изображении.

• A_{18} и A_{19} аналогичны алгоритмам A_5 и A_6 алгоритмической структуры $C_{A,MS}$ (по спецификации, но с другими формами).

Определение 4. Интерпретация структуры-аналога PDL имеет вид

$$\langle\langle {}_S C_{PDL} = \langle M_{PDL}, \Sigma_{PDL}, \Lambda_{PDL}\rangle, C_{A,PDL} = \langle M_{A,PDL}, V_{A,PDL}, \Sigma_{A,PDL}, \Lambda_{A,PDL}\rangle\rangle_I \mapsto$$

$$_I \mapsto_{S,I,C_{A,PDL}} C_{PDL} = \langle M_{PDL}, \Sigma_{PDL}, \overline{\Lambda}_{PDL}\rangle,$$

где $\overline{\Lambda}_{A,PDL} = \Lambda_{PDL} \cup \Lambda_7$, $\Lambda_7 = \{(\widetilde{A}_3 \hookleftarrow +),\ (\widetilde{A}_4 \hookleftarrow \times),\ (\widetilde{A}_5 \hookleftarrow -),\ (\widetilde{A}_6 \hookleftarrow *),\ (\widetilde{A}_7 \hookleftarrow \sim),$ $(\widetilde{A}_8 \hookleftarrow /),\quad (A_{15} \hookleftarrow (),\quad (A_{16} \hookleftarrow)),\quad (A_{17} = |_{f_h, f_q, f_i}^{f_j} \hookleftarrow \Rightarrow),\quad (A_{18} = |_{f_i, \Psi}^{f_j} \hookleftarrow | \Rightarrow),\quad (A_{19} =$ $= |_{f_i, \Psi}^{f_j} \hookleftarrow || \Rightarrow)\}$, $\widetilde{A}_i = A_i |_{{}_\Delta l_i, {}_\Delta l_j}^{{}_\Delta l_i \otimes_i {}_\Delta l_j} \cdot A_{i+6} |_{{}_\Delta l_i, {}_\Delta l_j}^{(b,e) \hookleftarrow ({}_\Delta l_i \otimes_i {}_\Delta l_j)}$.

В приведенной интерпретации имеется две особенности: совмещение операций связывания элементов с операциями над атрибутами и управление последовательностью связывания.

Возможности PDL специализации ГКПС аналогичны PDL грамматикам и наглядно продемонстрированы в [4], где приведены две конкретизации и реализации PDL: по представлению траекторий элементарных частиц в детекторной камере и прописных букв английского алфавита.

Подструктурой специализации и интерпретации PDL структуры являются структурные аналоги грамматик Лендли [4]. В этом случае ограничиваются единственной операцией связывания: головная точка одной конструкции совмещается с хвостовой точкой другой.

Специализации ГКПС не ограничиваются рассмотренными мультисимвольными и графическими. В грамматико-алгоритмических КПС носителем является набор базовых или образующих алгоритмов. Сформированные конструкции — сконструированные алгоритмы. Так, в [13, 14] грамматико-алгоритмические КПС позволили выполнить формальное представление бесконечного множества алгоритмов сортировки, в [14, 15] — алгоритмов сжатия данных, что послужило элементной базой для адаптации соответствующих алгоритмов.

Заметим, что носитель может включать конструкции, сформированные другой ГКПС. При разработке трансляторов с помощью одной ГКПС формируются лексемы программы, а другой — синтаксические конструкции (операторы, инструкции, команды и др.).

АТРИБУТИВНОЕ СВЯЗЫВАНИЕ КОНСТРУКЦИЙ РАЗЛИЧНОЙ ПРИРОДЫ

В рассмотренных ранее графических ГКПС в результате прямого вывода формировалось две конструкции: цепочки символьных терминалов и соответствующее им изображение. Механизм построения этих конструкций основан на особенностях операций связывания, которые выполняются одновременно на именах и их графических значениях. В этом случае конструкция в виде цепочек символов является вспомогательным и необязательным дополнением к изображению.

Другие возможности появляются при одновременном формировании конструкций операциями связывания и атрибутикой. С этой точки зрения ГКПС является средством установления однозначного соответствия между конструкциями двух и более множеств различной семантики. Покажем это на примере из [16].

Пусть имеются две базовые алгоритмические структуры. Первая — $C''_{A,MS} = \langle M_{A,MS}, V_{A,MS}, \Sigma_{A,MS}, \Lambda''_{A,MS}\rangle$ такая, что $\Lambda''_{A,MS} = \Lambda_{A,MS} \cup \{V_W = \varnothing\}$. Вторая — $C_{A,R} = \langle M_{A,R}, V_{A,R}, \Sigma_{A,R}, \Lambda_{A,R}\rangle$ — базовая алгоритмическая структура, модель робота, где $M_{A,R}$ включает множество целых чисел, $V_{A,R}$ — множество базовых алгоритмов (манипуляций), которые способен выполнять робот, $\Sigma_{A,R} = \{:=, +\}$; $V_{A,R} = \{A_1^0 |_{A_i, A_j}^{A_i \cdot A_j}, A_2^0 |_{Z_1, Z_2, A_i}^{:A_i}, A_7^0 |_a^b, A_8^0 |_{a,b}^c, A_9^0 |_{dx}^{\Re}, A_{10}^0 |_{dy}^{\Re}\}$, где

$A_1^0|_{A_i,A_j}^{A_i \cdot A_j}$, $A_2^0|_{Z_1,Z_2,A_i}^{:A_i}$ — специфицированные, как в алгоритмической структуре $C_{A,MS}$; $A_7^0|_a^b$ — алгоритм, реализующий присваивания $b:=a$; $A_8^0|_{a,b}^c$ — сложение $c:=a+b$; $A_9^0|_{dx}^{\Re}$ — алгоритм, реализующий перемещение робота влево, вправо (в зависимости от знака dx) на dx шагов, алгоритм $A_{10}^0|_{dy}^{\Re}$ — то же вперед, назад. Здесь $\Re$ — множество допустимых перемещений робота: вперед, назад, влево и вправо. Аксиоматика $\Lambda_{A,R} = \Lambda_{A,MS}$.

Определим модификацию классической ГКПС:

$$C'_{KMS} = \langle M_{KMS}, \Sigma_{KMS}, \Lambda'_{KMS} \rangle,$$

где $\Lambda'_{KMS} = \Lambda_{MS} + \Lambda_8$, Λ_8 включает дополнения 1 и 2 частичной аксиоматики Λ_4.

Мультисимвольную ГКПС C'_{KMS} интерпретируем двумя алгоритмическими структурами, сначала $C''_{A,MS}$:

$$\langle C'_{KMS} = \langle M_{KMS}, \Sigma_{KMS}, \Lambda'_{KMS} \rangle, C''_{A,MS} = \langle M_{A,MS}, V_{A,MS}, \Sigma_{A,MS}, \Lambda''_{A,MS} \rangle\rangle\ {}_I\!\mapsto$$

$$_I\!\mapsto\ {}_{I,C'_{A,MS}}C'_{KMS} = \langle M_{KMS}, \Sigma_{KMS}, \overline{\Lambda}'_{KMS} \rangle,$$

где

$$\overline{\Lambda}'_{KMS} = \Lambda_{MS} \cup \Lambda_9,$$

$$\Lambda_9 = \{(A_3|_{f_i^*, f_j^*}^{f_i^* \otimes f_j^*} \lrcorner \otimes), (A_4|_{f_h, f_q, f_i}^{f_j} \lrcorner \Rightarrow), (A_5|_{f_i, \Psi}^{f_j} \lrcorner|\Rightarrow), (A_6|_{f_i, \Psi}^{f_j} \lrcorner||\Rightarrow)\},$$

а затем — структурой $C_{A,R}$:

$$\langle {}_{I,C'_{A,MS}}C'_{KMS} = \langle M_{KMS}, \Sigma_{KMS}, \overline{\Lambda}'_{KMS} \rangle,\ C_{A,R} = \langle M_{A,R}, V_{A,R}, \Sigma_{A,R}, \Lambda_{A,R} \rangle\rangle\ {}_I\!\mapsto$$

$$_I\!\mapsto\ {}_{I,C'_{A,MS},C_{A,R}}C_{RMS} = \langle M_{RMS}, \Sigma_{RMS}, \Lambda_{RMS} \rangle,$$

где $\Lambda_{RMS} = \overline{\Lambda}_{MS} \cup \Lambda_{10}$, $\Lambda_{10} = \{(A_7^0|_a^b \lrcorner :=); (A_8^0|_{a,b}^c \cdot A_9^0|_{dx}^{\Re} \cdot A_{10}^0|_{dy}^{\Re} \lrcorner +)\}$.

Задать конкретизированную структуру можно, например, следующим образом:

$$_{I,C'_{A,MS},C_{A,R}}C_{RMS}\ {}_K\!\mapsto\ {}_{K,I,C'_{A,MS},C_{A,R}}C_{KRMS} = \langle M_{RMS}, \Sigma_{RMS}, \Lambda_{KRMS} \rangle,$$

где $\Lambda_{RKMS} = \Lambda_{RMS} \cup \{T = \{begin, end, forward, back, right, left\};\quad N = \{\sigma, \lambda\};$

$U = \{\sigma\};\ \Psi = \{\sigma \to begin\ \lambda, \langle x \lrcorner \lambda := 0, y \lrcorner \lambda := 0, dx \lrcorner \lambda := 0, dy \lrcorner \lambda := 0 \rangle,$

$\lambda \to forward\ \lambda,\ \langle dy \lrcorner \lambda := 1, (y \lrcorner \lambda) := (y \lrcorner \lambda) + dy, dy \lrcorner \lambda := 0 \rangle,$

$\lambda \to back\ \lambda,\ \langle dy \lrcorner \lambda := -1, (y \lrcorner \lambda) := (y \lrcorner \lambda) + dy, dy \lrcorner \lambda := 0 \rangle,$

$\lambda \to right\ \lambda,\ \langle dx \lrcorner \lambda := 1, (x \lrcorner \lambda) := (x \lrcorner \lambda) + dx, dx \lrcorner \lambda := 0 \rangle,$

$\lambda \to left\ \lambda,\ \langle dx \lrcorner \lambda := -1, (x \lrcorner \lambda) := (x \lrcorner \lambda) + dx, dx \lrcorner \lambda := 0 \rangle,$

$\lambda \to end, \varepsilon\}.$

Реализациями структуры $_{K,I,C'_{A,MS},C_{A,R}}C_{KRMS}$ являются конструкции в виде последовательности инструкций роботу и соответствующего ей конструктивного процесса перемещения робота. Конструкция и процесс сформированы различными исполнительными механизмами со своей базовой алгоритмикой.

Аналогично можно структурно задать соответствия между арифметическими выражениями и процессом их вычислений, программами на алгоритмическом языке и в машинных кодах, программной и конструктивным процессом ее выполнения и др.

АТРИБУТИВНЫЕ ОПЕРАЦИИ ПОДСТАНОВКИ

Конструкции, порождаемые ГКПС, имеют набор атрибутов, значение которых можно определить на основе анализа конструкции либо процесса их формирования. Так, для символьных строк длина строки, количество повторяющихся подстрок, длина максимальной подстроки и другие определяются по самой конструкции — строке. Атрибуты, связанные со временем, сложностью формирования и т.п., могут быть определены только в процессе формирования.

Для определения последних в ГКПС может использоваться атрибутика отношений и операций подстановки.

В качестве примера рассмотрим стохастические ГКПС. Известные стохастические грамматики определяются как и классические мультисимвольные, в которых отношения подстановки имеют вид [4, 5]

$$x_i \xrightarrow{p_{ij}} y_{ij}, \ j=1,\dots,n_i, \ i=1,\dots,k,$$

где $x_i \in (T \cup N)^* N (T \cup N)^*$, $y_{ij} \in (T \cup N)^*$, $(T \cup N)^*$ — свободный язык на множестве терминалов и нетерминалов, p_{ij} — вероятность, удовлетворяющая условиям $0 \le p_{ij} \le 1$ и $\sum_{j=1}^{n_i} p_{ij} = 1$, n_i — количество правил с левой частью x_i. Если вероятностные условия не выполняются, то говорят о взвешенных правилах и взвешенных грамматиках.

В результате вывода формируется цепочка с вероятностью, равной произведению вероятностей всех подстановок, примененных при ее выводе. Вероятность принадлежности цепочки языку равна сумме вероятностей всех ее выводов.

Определение 5. Специализацию стохастической ГКПС C_{SMS} определим на основе мультисимвольных ГКПС:

$$C_{KMS} = \langle M_{MS}, \Sigma_{MS}, \Lambda_{KMS} \rangle_S \mapsto C_{SMS} = \langle M_{SMS}, \Sigma_{SMS}, \Lambda_{SMS} \rangle,$$

где $\Lambda_{SMS} = \Lambda_{KMS} \cup \Lambda_{11} \cup \Lambda_{12}, \Lambda_{11} = \{M_{SMS} \supset M_{MS}, \Sigma_{SMS} = \Sigma_{SMS}, \Phi = \{+, \times\}\}$.

Частичная аксиоматика Λ_{12} включает следующие инструктивные дополнения:

- все формы имеют атрибут — значение вероятности $p \lrcorner l \in F^*$;
- вначале принимается $p \lrcorner \sigma = 1$ для $\forall \sigma \in U$;
- правила подстановки имеют вид $\langle l_i \, {}_p\!\!\rightarrow l_j, \varepsilon \rangle \in \Psi$;
- операция подстановки ${}_{p_l^*}l^*\,{}_p \Rightarrow ({}_{p_h}l_h, {}_{p_q}l_q, {}_{p_l}l)$ с отношением подстановки ${}_p({}_{p_h}l_h, {}_{p_q}l_q)$ дополняется операцией умножения атрибутов $p_l^* \lrcorner l^* = p_l^* \lrcorner l^* \times p$;
- операция полного вывода, в отличие от ОКПС, изменяется таким образом, что конструкция формируется всеми возможными способами и дополняется операцией + над атрибутами, которая суммирует вероятности всех формирований конструкции.

Пусть имеется базовая алгоритмическая структура

$$C_{A,SMS} = \langle M_{A,MS}, V_{A,MS}, \Sigma_{A,MS}, \Lambda_{A,MS} \rangle$$

и $\Omega(C_{A,SMS})$ содержит сконструированные алгоритмы $\{A_4|_{f_h, f_q, f_i}^{f_j}, A_5|_{f_i,\Psi}^{f_j}, A_6|_{f_i,\Psi}^{f_j}\}$ и $\{A_7|_{p_l^* \lrcorner l^*, p}^{p_l^* \lrcorner l^*}, A_8|_{\omega(C_{SMS})}^{\Delta,p}l\}$. Здесь $\omega(C_{SMS}) \subset \Omega(C_{SMS}) : (\forall\, {}_{\Delta,p_i}l_i, {}_{\Delta,p_j}l_j, l_i = l_j = l) \,\&\, (\neg\exists\, {}_{\Delta,p_i}l_i \notin \omega(C_{SMS}) : \sigma || \Rightarrow {}_{\Delta,p_i}l_i)$. Спецификации сконструированных алгоритмов: $A_4 \ldots A_6$, как и в алгоритмической структуре $C_{A,MS}$ (2) с инструктивными дополнениями Λ_{12}; A_7 — алгоритм умножения; A_8 суммирует вероятности всех формирований конструкции ${}_{\Delta,p}l$.

Определение 6. Интерпретация стохастической ГКПС задается как

$$C_{SMS} = \langle M_{SMS}, \Sigma_{SMS}, \Lambda_{SMS} \rangle,\ C_{A,SMS} = \langle M_{A,MS}, V_{A,MS}, \Sigma_{A,MS}, \Lambda_{A,MS} \rangle\rangle\ {}_I \mapsto$$

$$_I \mapsto {}_{I, C_{A,SMS}} C'_{SMS} = \langle M_{SMS}, \Sigma_{SMS}, \Lambda'_{SMS} \rangle,$$

где $\Lambda'_{SMS} = \Lambda'_{KMS} \cup \Lambda_{13}$, $\Lambda_{13} = \{(A_3^0|_{l_i, l_j}^{l_i \otimes l_j} \lrcorner \otimes), (A_4|_{l_h, l_q, f_i}^{f_j} \lrcorner \Rightarrow), (A_5|_{f_i, \Psi}^{f_j} \lrcorner | \Rightarrow),$ $(A_6|_{f_i, \Psi}^{f_j} \lrcorner || \Rightarrow), (A_7|_{p_l^* \lrcorner l^*, p}^{p_l^* \lrcorner l^*} \lrcorner \times), (A_8|_{\omega(C_{SMS})}^{\Delta, p\, l} \lrcorner +)\}$.

В общем случае атрибутика операций подстановки позволяет определять накопительные характеристики конструкций: общий вес, длину конструкций и их частей, время выполнения конструктивных процессов, в том числе компьютерных программ и их составляющих.

ГРАММАТИЧЕСКИЕ СТРУКТУРЫ С УПРАВЛЯЕМЫМ ВЫВОДОМ

Множество конструкций, заданное средствами грамматических структур с управляемым выводом, ограничивается не только строением образующих элементов, но и порядком их формирования. Рассмотрим несколько известных подходов к управлению выводом применительно к мультисимвольным специализациям ГКПС.

Программные грамматические структуры обобщают программные грамматики. При разработке трансляторов программные грамматики позволяют не только определять контекстно-свободные синтаксические конструкции языков программирования, но и контекстные условия [8], сделать это с помощью классических грамматик невозможно.

Программная грамматика G_p задается пятеркой $G_P = \langle T, N, \Psi, J, \sigma \rangle$, в которой T и N — терминальный и нетерминальный конечные алфавиты, $\Psi = \{\psi_i\}$ — множество продукций, J — множество меток, σ — начальный символ. Продукцией множества Ψ есть тройка, состоящая из помеченного отношения подстановки и двух множеств: $q : x \to y, E_Y, E_N$. Если выполнение правила с меткой $q \in J$ допустимо, и оно применяется, допустимыми (разрешенными к применению) становятся правила с метками, заданными множеством E_Y, а если не применяется, — то множеством E_N.

Другая особенность программных грамматик — аппарат модифицированных нетерминалов, который применяется для выполнения проверок некоторых соответствий в конструкциях на «дальних расстояниях».

В программных грамматических структурах возможность модификации нетерминалов естественным образом решается наличием у нетерминала атрибута, отражающего модификацию. При этом не требуется ввода дополнительных операций над атрибутами. Все нетерминалы с различными атрибутами модификаций должны рассматриваться как уникальный нетерминал.

ГКПС, аналогичную программным грамматикам, построим с помощью вторичной специализации мультисимвольной ГКПС и соответствующей интерпретации.

Определение 7. Определим специализацию программной ГКПС:

$$C'_{KMS} = \langle M'_{KMS}, \Sigma'_{KMS}, \Lambda'_{KMS} \rangle\ {}_S \mapsto C_{PMS} = \langle M_{PMS}, \Sigma_{PMS}, \Lambda_{PMS} \rangle,$$

где $\Lambda_{PMS} = \Lambda'_{KMS} \cup \{M_{PMS} = M'_{KMS}, \Sigma_{PMS} = \Sigma'_{KMS} \cup \{\circ\}\} \cup \Lambda_{14}$, Λ_{14} — частичная аксиоматика, определяющая атрибутику отношений подстановки, особенности правил подстановки и операции над атрибутами (следующие инструктивные дополнения).

1. Правила продукций программных грамматических структур заданы в виде $\psi_r : \langle s_r, g_r \rangle$, $s_r = {}_{d_r, k_r, E_r^+, E_r^-} \to (l_{r,h}, l_{r,q})$, где d_r — атрибут, обозначающий доступность правила, k_r — атрибут-метка правила, E_r^+, E_r^- — множества меток при применении и неприменении данного правила.

2. Если $l_{r,h} = \sigma, \sigma \in U$, то вначале принимается $d_r = 1$. Здесь $d_r = 1$ — правило продукции доступно, 0 — недоступно.

3. Нетерминалы имеют модифицирующие атрибуты. Первоначально им могут присваиваться какие-либо значения.

4. Операция частичного вывода дополняется операцией над атрибутами $\circ$. Операция $\circ$ заключается в следующем: если выполнена операция подстановки согласно отношению подстановки s_r, то $d_j := 1$ для $\forall j \in E_r^+$; если не может быть выполнена ни одна подстановка с отношениями подстановки, у которых $d_i = 1$, то $d_j := 1$ для $\forall j \in \bigcup_i E_i^-$.

Для интерпретации программной КПС определим алгоритмическую структуру

$$C_{A,PMS} = \langle M_{A,MS}, V_{A,MS}, \Sigma_{A,MS}, \Lambda_{A,MS} \rangle,$$

множество $\Omega(C_{A,PMS})$ которой содержит сконструированные алгоритмы $\{A_4|_{l_h,l_q,f_i}^{f_j}, A_5|_{f_i,\Psi}^{f_j}, A_6|_{f_i,\Psi}^{f_j}, A_7|_{f_i,\Psi}^{\Psi}\}$. Спецификации сконструированных алгоритмов $A_4 \ldots A_6$ такие, как и в алгоритмической структуре $C_{A,MS}$ (2); A_7 — алгоритм, реализующий операцию над атрибутами согласно инструктивному дополнению 4 частичной аксиоматики Λ_{14}.

Определение 8. Интерпретация программной КПС задана выражением

$$\langle C_{PMS} = \langle M_{PMS}, \Sigma_{PMS}, \Lambda_{PMS} \rangle, C_{A,PMS} = \langle M_{A,MS}, V_{A,MS}, \Sigma_{A,MS}, \Lambda_{A,MS} \rangle\rangle_I \mapsto$$

$$_I \rightarrow _{I, C_{A,PMS}} C_{PMS} = \langle M_{PMS}, \Sigma_{PMS}, \overline{\Lambda}_{PMS} \rangle,$$

где $\overline{\Lambda}_{PMS} = \Lambda_{PMS} \cup \Lambda_{15}$, $\Lambda_{15} = \{(A_3^0|_{l_i,l_j}^{l_i \otimes l_j} \lrcorner \otimes), (A_4|_{l_h,l_q,f_i}^{f_j} \lrcorner \Rightarrow), (A_5|_{f_i,\Psi}^{f_j} \cdot A_7|_{f_i,\Psi}^{\Psi} \lrcorner | \Rightarrow),$

$(A_6|_{f_i,\Psi}^{f_j} \lrcorner || \Rightarrow), (A_7|_{f_i,\Psi}^{\Psi} \lrcorner \circ)\}$.

Матричные грамматические структуры. В отличие от классических мультисимвольных грамматик, правила матричных грамматик сгруппированы в схемы — последовательности отношений подстановки. Вывод на основании схемы возможен, если возможно последовательное применение всех подстановок схемы.

Уточняющие преобразования матричной мультисимвольной ГКПС аналогичны приведенным мультисимвольным ГКПС. Классические мультисимвольным ГКПС являются частным случаем матричных.

Определение 9. Матричной мультисимвольной ГКПС C_{KMS} назовем

$$_{S,I,C'''_{A,MS}} C_{MS} = \langle M_{MS}, \Sigma_{MS}, \Lambda_{MS} \rangle_S \mapsto C_{MMS} = \langle M_{MS}, \Sigma_{MS}, \Lambda_{MMS} \rangle, \quad (6)$$

где $\Lambda_{MMS} = \Lambda_{MS} \cup \Lambda_{16}$, частичная аксиоматика Λ_{16} включает инструктивные дополнения 1 и 2 классических мультисимвольных ГКПС (4) и следующее дополнение.

Операция частичного вывода последовательно выполняет все операции подстановки выбранного правила подстановки. Если какая-либо операция подстановки недопустима, то все правило подстановки недоступно. Операция частичного вывода может выполняться на множестве остальных правил подстановки.

Алгоритмическая структура $C'''_{A,MS}$ такая же, как и $C_{A,MS}$, за исключением того, что спецификация алгоритма выполнения операции частичного вывода $A_5|_{f_i,\Psi}^{f_j}$ учитывает приведенное дополнение.

Отметим, что атрибут доступности правила подстановки и соответствующие ему операции в определении (5), (6) отсутствуют, так как он необходим только для внутренних «потребностей» операции частичного вывода.

Индексные грамматические структуры обобщают индексные грамматики. В программных и матричных ГКПС управление выводом осуществляется на уровне правил вывода, в которых применение некоторого правила изменяет набор доступных правил. В индексных грамматиках другой механизм управления, более сложный. В целях управления вводится понятие индекса. Индексы являются одновременно нетерминалами и идентификаторами подмножеств правил подстановки. Иными словами, в программных и матричных ГКПС механизм управления построен на атрибутике только правил подстановки, а индексных — атрибутике алфавита и правил подстановки.

Рассмотрим еще один механизм управления выводом. Нетерминал и следующий за ним индекс в текущей цепочке может быть заменен по правилу, в котором в левой части правила находится этот нетерминал. При этом пара нетерминал–индекс заменяется правой частью правила, и если правило без индекса, то индекс, стоящий за нетерминалом, добавляется к каждому нетерминалу правой части, т.е. приписывается в конец стоящего за ним списка индексов.

Определение 10. Специализацией и интерпретацией индексной мультисимвольной ГКПС C_{IMS} назовем

$$ {}_{S, I, C_{A,IMS}} C_{MS} = \langle M_{MS}, \Sigma_{MS}, \Lambda_{MS} \rangle \; {}_{S} \mapsto C_{IMS} = \langle M_{IMS}, \Sigma_{IMS}, \Lambda_{IMS} \rangle, \quad (7) $$

где $\Lambda_{IMS} = \Lambda_{MS} \bigcup \{ M_{IMS} = M_{IMS}, \Sigma_{IMS} = \Sigma_{IMS} \bigcup \{ \circ_1, \circ_2, \circ_3, \circ_4 \} \} \bigcup \Lambda_{17} \bigcup \Lambda_{18}$.

В (7) $C_{A,IMS}$ такая же, как и $C_{A,MS}$, с такими же алгоритмами: A_1^0, A_2^0, A_3^0, A_5, A_6. Алгоритм A_4 учитывает инструктивные дополнения 3 и 4 частичной аксиоматики Λ_{17}. Алгоритмы $A_7 \ldots A_{10}$ реализуют операции над атрибутами $\circ_1 \ldots \circ_4$.

Частичная аксиоматика специализации Λ_{17} включает следующие инструктивные дополнения.

1. Нетерминалы ${}_{x,y,Z}\beta_j \in N$ имеют атрибуты: Z — список индексов $Z = (z_1, z_2, \ldots, z_y)$, x — начальный номер индекса в списке, y — количество индексов. $z_i \in \bar{Z} \subset N$, $\bar{Z}$ — множество индексов.

Если $y \lrcorner \beta_i = 0$, то список пустой. Необходимость атрибута x обусловлена тем, что удаление элемента из начала списка реализуется увеличением x и уменьшением y.

2. Правила вывода индексных грамматических структур заданы в виде ψ_r: $\langle s_r, g_r \rangle$, $s_r = \langle {}_{\bar{z}_r} \to \delta_{1,r}, l_{1,r,q}, {}_{\bar{z}_r} \to \delta_{2,r}, l_{2,r,q}, \ldots, {}_{\bar{z}_r} \to \delta_{k,r}, l_{k,r,q} \rangle$, где $\bar{z}_r$ — индекс правила (атрибут отношения подстановки) $\forall \delta_{i,r} \in N$, $\bar{z}_r \in \bar{Z} \bigcup \{\varepsilon\}$, $\forall l_{i,r,q} = {}_{z_{1,i,r}}\gamma_{1,i,r} \otimes {}_{z_{2,i,r}}\gamma_{2,i,r} \otimes \ldots \otimes {}_{z_{k,i,r}}\gamma_{k,i,r}$, $\forall y \lrcorner \delta_{i,r} = 0$, $\forall y \lrcorner \gamma_{j,i,r} \geq 0$. Если $\bar{z}_r = \varepsilon$, то $k = 1$ и $\forall \gamma_{i,j,r} \in N \bigcup T \setminus \bar{Z}$, в противном случае $k \geq 1$ и $\forall \gamma_{i,j,r} \in N \setminus \bar{Z}$.

3. Если отношение подстановки ${}_{\bar{z}_r} \to \delta_{i,r}, l_{i,r,q}$ и атрибут $\bar{z}_r = \varepsilon$, то результат l^* операции подстановки $\Rightarrow (\delta_{i,r}, l_{i,r,q}, l)$, в которой $l = (l_1 \otimes l_2 \otimes \ldots \otimes \delta'_{i,r} \otimes \ldots \otimes l_k)$ определяется как $l^* = (l_1 \otimes l_2 \otimes \ldots \otimes \gamma_{1,i,r} \otimes \gamma_{2,i,r} \otimes \ldots \otimes \gamma_{k,i,r} \otimes \ldots \otimes l_k)$. Здесь $\delta'_{i,r} \cong \delta_{i,r}$. $g_r = \langle \circ_1, \circ_2 \rangle$, где операция над атрибутами $\circ_1$ — $Z(x \lrcorner \gamma_{j,i,r} + y \lrcorner \gamma_{j,i,r} + m - 1) := Z(x \lrcorner \delta_{i,r} + m - 1)$ при $m = 1 \ldots y \lrcorner \delta'_{i,r}$, $j = 1 \ldots k$, и $\circ_2$ — $y \lrcorner \gamma_{j,i,r} = y \lrcorner \gamma_{j,i,r} + y \lrcorner \delta'_{i,r}$ при $j = 1 \ldots k$. Здесь i-й элемент списка Z обозначен $Z(i)$.

4. Если отношение подстановки ${}_{\bar{z}_r} \to \delta_{i,r}, l_{i,r,q}$ и атрибут $\bar{z}_r \neq \varepsilon$, то результат операции подстановки определяется, как и в предыдущем инструктивном дополнении 3, с операциями над атрибутами $\circ_3$ — $Z \lrcorner \gamma_{j,i,r} := Z \lrcorner \delta'_{i,r}$ при $j = 1 \ldots k$ и $\circ_4$ — $x \lrcorner \gamma_{j,i,r} := x \lrcorner \delta'_{i,r} + 1$ и $y \lrcorner \gamma_{j,i,r} = y \lrcorner \delta'_{i,r} - 1$ при $j = 1 \ldots k$.

Частичная аксиоматика интерпретации имеет вид $\Lambda_{18} = \{ (A_3^0 |_{l_i, l_j}^{l_i \otimes l_j} \lrcorner \otimes)$, $(A_4 |_{l_h, l_q, f_i}^{f_j} \lrcorner \Rightarrow)$, $(A_5 |_{f_i, \Psi}^{f_j} \lrcorner |\Rightarrow)$, $(A_6 |_{f_i, \Psi}^{f_j} \lrcorner ||\Rightarrow)$, $(A_i |_{f_i, \Psi}^{f_j} \circ_{i-6})$, $i = 7 \ldots 10) \}$.

ГРАММАТИЧЕСКИЕ СТРУКТУРЫ НА ОСНОВЕ ГРАММАТИКО-ПОДОБНЫХ СИСТЕМ

Структурное представление L-систем. Продукционные L-системы (Lindenmayer system) [10] широко используются для моделирования различных систем и процессов, в частности, в компьютерной графике, биологии и музыке.

Назовем отличительные особенности L-систем (относительно классических грамматик): отсутствие нетерминалов, атрибутивность терминалов, «параллельная» подстановка, порядок формирования множества выводимых конструкций, аксиома — начальная конструкция.

Рассмотрим возможности уточняющих преобразований ОКПС для L-структур.

Определение 11. Назовем L-структурой следующую специализацию ОКПС:

$$C = \langle M, \Sigma, \Lambda \rangle_S \mapsto C_{LS} = \langle M_{LS}, \Sigma_{LS}, \Lambda_{LS} \rangle,$$

где $\Lambda_{LS} = \Lambda \bigcup \Lambda_{19}$, в частичную аксиоматику Λ_{19} входят следующие инструктивные дополнения.

- Связывание элементов в формах L-структур может выполняться несколькими операциями. Определение 3 ОКПС [1] дополняется одноместными операциями (в постфиксной форме) вида ${}_{w_1}l_1 = {}_{w_2}l_2 \circ$, где $\circ \in \Xi$.
- Одно или несколько начальных отношений подстановки имеет вид $\to (\sigma, l)$, где $\sigma \in U$, $l \in \Omega(C_{LS})$.
- Операция частичного вывода $\models\!\Rightarrow (\Psi, {}_{w_l}l)$ выполняет все допустимые операции подстановки из Ψ, применимые к терминалам из формы ${}_{w_l}l$, просматривая ее слева направо и исключая рекурсию.
- Результаты всех операций частичного вывода принадлежат $\Omega(C_{LS})$.

L-структуры требуют дальнейшей специализации в соответствии с различными модификациями L-систем, такими как детерминированные контекстно независимые DOL-системы, контекстно зависимые 1L-, 2L-, IL-системы, рекуррентные, стохастические [10] и другие L-системы.

Еще более разнообразны интерпретации L-структур, что связано с различной природой элементов и возможностями конструирования.

В качестве примера рассмотрим последовательность уточняющих преобразований для формирования салфетки (треугольника) Серпинского [17].

Определение 12. Назовем векторной VDOL-структурой

$$C_{LS} = \langle M_{LS}, \Sigma_{LS}, \Lambda_{LS} \rangle_S \mapsto C_{VDOL} = \langle M_{VDOL}, \Sigma_{VDOL}, \Lambda_{VDOL} \rangle,$$

где $\Lambda_{VDOL} = \Lambda_{LS} \bigcup \{M_{VDOL} \supset T_2 \bigcup \{\sigma\}, \Sigma_{VDOL} = \Sigma_{LS}, \Xi_{VDOL} = \{\oplus, +, -\}\} \bigcup \Lambda_{20}$.

Частичная аксиоматика Λ_{20} включает определения 13 и 14, а также следующие инструктивные дополнения.

- Носитель $M_{VDOL} \supset \{{}_{\lrcorner F, X, Y, \alpha}F\} \bigcup \{{}_{\lrcorner F, X, Y, \alpha}E\}$, где $\lrcorner F$ — изображение на физическом носителе отрезка единичной длины (условная единица) с координатами начальной $X = [x_1, x_2]$ и конечной $Y = [y_1, y_2]$ точек и углом поворота (за $\lrcorner F$) α и $\forall_{\lrcorner E, X, Y, \alpha}E : \lrcorner E$ — отрезка нулевой длины, $\varepsilon \notin M_{VDOL}$.
- Формы имеют ту же атрибутику, что и терминалы.
- Одноместные операции имеют приоритет перед двухместными.

Определение 13. Операция конкатенации состоит в следующем: если ${}_\Delta l_k = {}_\Delta l_i \oplus {}_\Delta l_j$ и ${}_\Delta l_j = t \oplus {}_\Delta l_n$, то $X \lrcorner {}_\Delta l_j = Y \lrcorner {}_\Delta l_i$ и $y_1 \lrcorner t := y_1 \lrcorner {}_\Delta l_i + {}$ $+ \cos(\alpha \lrcorner {}_\Delta l_i)$, $y_2 \lrcorner t := y_2 \lrcorner {}_\Delta l_i + \sin(\alpha \lrcorner {}_\Delta l_i)$, где $t \in M_{VDOL}$.

Определение 14. Одноместные операции + и − изменяют угол соединения соответствующих форм. Если ${}_\Delta l_k = {}_\Delta l_i +$, то ${}_\Delta l_k = {}_\Delta l_i$, за исключением $\alpha \lrcorner {}_\Delta l_k := \alpha \lrcorner {}_\Delta l_i + \gamma$, аналогично если ${}_\Delta l_k = {}_\Delta l_i -$, то $\alpha \lrcorner {}_\Delta l_k := \alpha \lrcorner {}_\Delta l_i - \gamma$.

Определим базовую алгоритмическую структуру, которая моделирует исполнителя, способного выполнять мультисимвольную обработку и работать с графикой:

$$C_{A,VDOL} = \langle M_{A,VDOL}, V_{A,VDOL}, \Sigma_{A,VDOL}, \Lambda_{A,VDOL} \rangle,$$

где $\Lambda_{A,VDOL} = \Lambda_{A,MS} \bigcup \{M_{VDOL} \subset M_{A,VDOL}, V_{VDOL} = V_{A,VDOL}, \Sigma_{A,VDOL} = \Sigma_{A,MS}\}$,

$$\Omega_{A,VDOL} \supset \{A_3|_{{}_\Delta l_i, {}_\Delta l_j}^{\lrcorner({}_\Delta l_i \oplus {}_\Delta l_j)}, A_4|_{{}_\Delta l_i, t}^{\lrcorner({}_\Delta l_i \oplus t)}, A_5|_{{}_\Delta l, \gamma}^{{}_\Delta l}, A_6|_{{}_\Delta l, \gamma}^{{}_\Delta l}, A_7|_{f_h, f_q, f_i}^{f_j}, A_8|_{f_i, \Psi}^{f_j}, A_9|_{f_i, \Psi}^{f_j}\}.$$

Алгоритм A_4 изображает на физическом носителе $\lrcorner t$ $(t \in T)$ с началом в точке с координатами $Y \lrcorner {}_\Delta l_i$ под углом $\alpha \lrcorner {}_\Delta l_i$. Алгоритмы A_5 и A_6 изменяют

$\alpha\lrcorner_{\Delta} l$: A_5 — $\alpha\lrcorner_{\Delta} l := \alpha\lrcorner_{\Delta} l + \gamma$, A_6 — $\alpha\lrcorner_{\Delta} l := \alpha\lrcorner_{\Delta} l - \gamma$. Спецификация алгоритмов $A_3, A_7, \ldots, A_9$ такая, как $A_3, \ldots, A_6$ в $C_{A,MS}$ с учетом Λ_{19}.

Определение 15. Интерпретированной VDOL-структурой назовем

$$\langle\langle C_{VDOL} = \langle M_{VDOL}, \Sigma_{VDOL}, \Lambda_{VDOL}\rangle,$$

$$C_{A,VDOL} = \langle M_{A,VDOL}, V_{A,VDOL}, \Sigma_{A,VDOL}, \Lambda_{A,VDOL}\rangle\rangle \; {}_I\!\mapsto$$

$${}_I\!\mapsto \; {}_I C_{VDOL} = \langle M_{VDOL}, \Sigma_{VDOL}, \overline{\Lambda}_{VDOL}\rangle,$$

где $\overline{\Lambda}_{VDOL} = \Lambda_{VDOL} \cup \Lambda_{21}$, $\Lambda_{21} = \{(A_3|^{\lrcorner({}_\Delta l_i \otimes {}_\Delta l_j)}_{{}_\Delta l_i, {}_\Delta l_j} \cdot A_4|^{\lrcorner({}_\Delta l_i \oplus t)}_{{}_\Delta l_i, t} \lrcorner \oplus), (A_5|^{{}_\Delta l}_{{}_\Delta l, \gamma} \lrcorner +),$

$(A_6|^{{}_\Delta l}_{{}_\Delta l, \gamma} \lrcorner -), (A_7|^{f_j}_{l_h, l_q, f_i} \lrcorner \Rightarrow), (A_8|^{f_j}_{f_i, \Psi} \lrcorner |\Rightarrow), (A_9|^{f_j}_{f_i, \Psi} \lrcorner ||\Rightarrow)\}$.

Конкретизация для формирования изображений салфетки Серпинского имеет вид

$${}_I C_{VDOL} = \langle M_{VDOL}, \Sigma_{VDOL}, \overline{\Lambda}_{VDOL}\rangle \; {}_K\!\mapsto C_{SVDOL} = \langle M_{SVDOL}, \Sigma_{SVDOL}, \Lambda_{SVDOL}\rangle,$$

где

$$\Lambda_{SVDOL} = \Lambda_{VDOL} \cup \{\gamma = 60^\circ;\; \Psi = \{\sigma = \to \lambda\delta\lambda - -\lambda\lambda - -\lambda\lambda,\; \lambda \to \lambda\lambda,$$

$$\delta \to - - \lambda\delta\lambda + + \lambda\delta\lambda + + \lambda\delta\lambda - -\}\}.$$

Особенность реализации $\Omega(C_{VDOL})$ состоит в том, что $\Omega(C_{VDOL})$ — упорядоченное множество, конкретная конструкция может быть задана соответствующим номером: $n(\Omega(C_{VDOL}))$.

Структурное представление R-систем. R-системы предназначены для порождения или задания множества точек в пространстве R^n. Конструктивизм R-систем предопределен не столько сложностью формируемых конструкций, сколько сложностью процесса определения множества конструкций.

Определение 16. Назовем R-структурой следующую специализацию ОКПС:

$$C = \langle M, \Sigma, \Lambda\rangle \; {}_S\!\mapsto C_{RS} = \langle M_{RS}, \Sigma_{RS}, \Lambda_{RS}\rangle,$$

где $\Lambda_{RS} = \Lambda \cup \{M_{MS} = N \cup R^n; \Sigma_{MS} = \Xi \cup \Phi; \Xi = \{+, \cdot, \times, \oplus\}\} \cup \Lambda_{22}$.

Частичная аксиоматика Λ_{22} включает инструктивные дополнения.

1. Нетерминалы $\{\sigma\} \subset N$ имеют атрибуты: $b^{(n)}\lrcorner\sigma$, $b^{(n)} \in R^n$ — вектор, участвующий в переносе точек, и вектор сжатия $k^{(n)}\lrcorner\sigma$, $k^{(n)} \in R^n_+$.

2. Начальный нетерминал $\sigma_0 \in U$ имеет значения атрибутов $b^{(n)}\lrcorner\sigma_0 = 0^{(n)}$, $k^{(n)}\lrcorner\sigma_0 = 1^{(n)}$.

3. Если $b^{(n)}\lrcorner_{w_1}\sigma \neq b^{(n)}\lrcorner_{w_2}\sigma$ или $k^{(n)}\lrcorner_{w_1}\sigma \neq k^{(n)}\lrcorner_{w_2}\sigma$, то нетерминалы ${}_{w_1}\sigma \neq {}_{w_2}\sigma$.

4. Правила подстановки R-структур имеют вид

$$p_r = \langle s_r, g_r\rangle;\; s_r = \langle \theta_{r,1} \to \theta_{r,2} \otimes \theta_{r,3} \ldots \otimes \theta_{r,n}\rangle,$$

$$g_r = \langle b^{(n)}\lrcorner\theta_{r,1} := b^{(n)}\lrcorner\theta_{r,1} \oplus k^{(n)}\lrcorner\theta_{r,1} \cdot b^{(n)}\lrcorner\theta_{r,i},$$

$$k^{(n)}\lrcorner\theta_{r,1} := k^{(n)}\lrcorner\theta_{r,i} \oplus k^{(n)}\lrcorner\theta_{r,1}, \forall i = 2 \ldots n\rangle,$$

либо

$$g_r = \langle b^{(n)}\lrcorner\theta_{r,i} := b^{(n)}, k^{(n)}\lrcorner\theta_{r,i} := k^{(n)}\rangle,$$

где $\theta_{r,i} \in N$, результаты операции $a^{(n)} \oplus b^{(n)}$ для векторов $[a_1, a_2, \ldots, a_n]$ и $[b_1, b_2, \ldots, b_n]$ определяются как $[a_1 + b_1, a_2 + b_2, \ldots, a_n + b_n]$, а операции $a^{(n)} \cdot b^{(n)}$ — $[a_1 \times b_1, a_2 \times b_2, \ldots, a_n \times b_n]$, + и × — операции сложения и умножения действительных чисел.

5. Операция связывания $\otimes$ нетерминалов σ_i и σ_j определяет их совместное наличие в форме, а также то, что $b^{(n)} \lrcorner \sigma_i = b^{(n)} \lrcorner \sigma_j$.

6. $\Omega(C_{RS})$ включает точки z такие и только такие, что $z = \lim\limits_{i \to \infty} b^{(n)} \lrcorner \sigma_i$, где $S_i \in f_i$, $f_0 \in U, f_0 \mid\Rightarrow f_1 \mid\Rightarrow f_2 \mid\Rightarrow \ldots \mid\Rightarrow f_i$. Операция полного вывода выявляет сходящиеся последовательности при формировании $\Omega(C_{RS})$.

В общем случае исполнителем реализаций C_{RS} может быть только человек (квалифицированный специалист). Только некоторые приближения $\Omega(C_{RS})$ могут быть реализованы программно-аппаратными средствами.

Для интерпретации C_{RS} определим алгоритмическую структуру

$$C_{A,RS} = \langle M_{A,RS}, V_{A,RS}, \Sigma_{A,RS}, \Lambda_{A,RS} \rangle,$$

где $\Lambda_{A,RS} = \Lambda_{A,MS} \bigcup \{ M_{A,RS} = M_{A,MS}, \Sigma_{A,RS} = \Sigma_{A,MS}, V_{A,MS} \supset \{ A_1^0 |_{A_i, A_j}^{A_i \cdot A_j}, A_2^0 |_{Z_1, Z_2, A_i}^{:A_i}, A_3^0 |_{l_i, l_j}^{l_i \otimes l_j} \}\}$, со спецификациями алгоритмов A_1 и A_2, как в $C_{A,MS}$, A_3 — алгоритм хранения списка нетерминалов в результирующей форме. Множество $\Omega_{A,RS}$ включает алгоритмы $\{ A_4 |_{l_h, l_q, f_i}^{f_j}, A_5 |_{f_i, \Psi}^{f_j}, A_6 |_{f_i, \Psi}^{f_j}, A_7 |_{a^{(n)}, b^{(n)}}^{c^{(n)}}, A_8 |_{a^{(n)}, b^{(n)}}^{c^{(n)}}, A_9 |_{a,b}^{c}, A_{10} |_{a,b}^{c} \}$. Спецификации алгоритмов $A_4 \ldots A_6$ такие же, как в $C_{A,MS}$ (алгоритм A_6 учитывает инструктивное дополнение шестичастичной аксиоматики Λ_{22}), алгоритмы $A_7 \ldots A_{10}$ реализуют операции $\oplus, \cdot, \times, +, -, :=$.

Определение 17. Интерпретация R-структуры имеет вид

$$\langle\langle C_{RS} = \langle M_{RS}, \Sigma_{RS}, \Lambda_{RS} \rangle, C_{A,RS} = \langle M_{A,RS}, V_{A,RS}, \Sigma_{A,RS}, \Lambda_{A,RS} \rangle\rangle_I \mapsto$$

$$_I \mapsto {}_{I, C_{A,RS}} C_{RS} = \langle M_{RS}, \Sigma_{RS}, \overline{\Lambda}_{RS} \rangle,$$

где $\overline{\Lambda}_{RS} = \{ (A_3^0 |_{l_i, l_j}^{l_i \otimes l_j} \lrcorner \otimes), (A_4 |_{l_h, l_q, f_i}^{f_j} \lrcorner \Rightarrow), (A_5 |_{f_i, \Psi}^{f_j} \lrcorner \mid\Rightarrow), (A_6 |_{f_i, \Psi}^{f_j} \lrcorner \|\Rightarrow), (A_7 |_{a^{(n)}, b^{(n)}}^{c^{(n)}} \lrcorner \oplus), (A_8 |_{a^{(n)}, b^{(n)}}^{c^{(n)}} \lrcorner \cdot), (A_9 |_{a,b}^{c} \lrcorner \times), (A_{10} |_{a,b}^{c} \lrcorner +), (A_{11} |_{a^{(n)}, b^{(n)}}^{c^{(n)}} \lrcorner -), (A_8 |_{a^{(n)}}^{c^{(n)}} \lrcorner :=) \}$.

В качестве примера рассмотрим конкретизацию C_{RS} для формирования салфетки Серпинского [17], построенную на треугольнике с вершинами $D_i = [x_i, y_i]$, $i = 1 \ldots 3$:

$${}_{I, C_{A,RS}} C_{RS} = \langle M_{RS}, \Sigma_{RS}, \overline{\Lambda}_{RS} \rangle_K \mapsto C_{SRS} = \langle M_{SRS}, \Sigma_{SRS}, \Lambda_{SRS} \rangle,$$

где $\Lambda_{SRS} = \overline{\Lambda}_{RS} \bigcup \Lambda_{24}$, $\Lambda_{24} = \{ M_{SRS} \supset T \bigcup N, \Sigma_{SRS} = \Sigma_{RS}, T = \varnothing, N = \{\sigma, \lambda, \delta\};$ $\sigma \in U; \Psi = \{ \langle\langle \sigma \to \lambda \rangle, \langle b^{(n)} \lrcorner \lambda := [x_1, y_1], k^{(n)} \lrcorner \lambda := [1/2, 1/2] \rangle\rangle, \langle\langle \lambda \to \delta \rangle, \langle b^{(n)} \lrcorner \delta := [x_i - x_1, y_i - y_1], k^{(n)} \lrcorner \delta := [1/2, 1/2] \rangle, i = 1 \ldots 3, \langle\langle \delta \to \lambda \rangle, \langle b^{(n)} \lrcorner \lambda := b^{(n)} \lrcorner \lambda \oplus k^{(n)} \lrcorner \lambda \cdot b^{(n)} \lrcorner \delta, k^{(n)} \lrcorner \lambda := k^{(n)} \lrcorner \delta \cdot k^{(n)} \lrcorner \lambda\delta \rangle\rangle \}$.

В трех правилах подстановки отношения подстановки одинаковые, операции над атрибутами разные.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

При разработке средств КПС математико-алгоритмического конструктивизма удалось выявить общности и систематизировать известные грамматики и грамматико-подобные системы. Несмотря на интуитивно понятную семантическую связь между различными видами грамматик, эти средства выглядят достаточно разрозненно.

В результате анализа грамматик и обобщения их средствами КПС выявлены следующие их возможности:

- моделирование конструкций и конструктивных процессов различной природы;
- управление последовательностью их формирования;

• одновременное формирование нескольких согласованных конструкций и/или процессов;

• атрибутивность элементов, операций и конструкций;

• формирование конструкций, элементами которых являются другие конструкции;

• формирование конструкции на основе ранее сформированной.

Охватить все разнообразие грамматик и грамматико-подобных систем практически невозможно. Это обусловлено бесконечным многообразием конструкций и конструктивных процессов, их особенностями и особенностями конструирования. Не рассмотрены веб-грамматики, грамматики плекс-языков [4], деревьев, дескрипторов [5], чертежей [18], структурного проектирования [15], грамматические интерпретации схем программ [2, 19] и многие другие.

Формальные КПС выражают целостную систему, предоставляя возможности различных манипуляций на уровне абстрактных структур. Имеются в виду возможности комбинирования различных структур, разных методов уточняющих преобразований. Появляется возможность автоматизации процессов проектирования новых видов КПС, их конкретизации и применения.

Показано, что составляющие КПС (носитель, сигнатура и конструктивная аксиоматика) неоднородны. Так, носитель может включать не только простые конструкции типа алфавитов, но и структуры других систем, на которых определяется грамматическая структура. Неоднородная сигнатура может состоять из имен операций, операторов и отношений с атрибутами.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шинкаренко В.И., Ильман В.М. Конструктивно-продукционные структуры и их грамматические интерпретации. I. Обобщенная формальная конструктивно-продукционная структура // Кибернетика и системный анализ. — 2014. — **50**, № 5. — С. 8–16.
2. Андон Ф.И., Дорошенко А.Е., Цейтлин Г.Е., Яценко Е.А. Алгеброалгоритмические модели и методы параллельного программирования. — Киев: Академпериодика, 2007. — 634 с.
3. Пратт Т., Зелковиц М. Языки программирования, разработка и реализация. — СПб.: Питер, 2002. — 688 с.
4. Фу К. Структурные методы распознавания образов. — М.: Мир, 1977. — 318 с.
5. Ту Дж., Гонсалес Р. Принципы распознавания образов. — М.: Мир, 1978. — 411 с.
6. Ахо А. Индексные грамматики — расширение контекстно-свободных грамматик // Языки и автоматы. — М.: Мир, 1975. — С. 130–165.
7. Шлезингер М.И., Главач В. Десять лекций по статистическому и структурному распознаванию. — Киев: Наук. думка, 2004. — 546 с.
8. Братчиков И.Л. Синтаксис языков программирования. — М.: Наука, 1975. — 232 с.
9. Глубочанский А.Д., Нехамкин Е.Б. Формально-языковое описание сложных динамических систем // Динамические системы. — 1983. — № 2. — С. 109–115.
10. Prusinkiewicz P., Lindenmayer A. The algorithmic beauty of plants. — New York etc.: Springer Cop., 1990. — **12**. — 228 p.
11. Лисовик Л.П., Карнаух Т.А. Об одном методе задания фрактальных множеств // Кибернетика и системный анализ. — 2009. — № 3. — С. 42–50.
12. Шинкаренко В.И., Ильман В.М. , Скалозуб В.В. Структурные модели алгоритмов в задачах прикладного программирования. I. Формальные алгоритмические структуры // Там же. — 2009. — № 3. — С. 3–14.
13. Шинкаренко В.И., Ильман В.М., Кроль Г.Г. Грамматико-алгоритмические структурные модели метаалгоритмов // Математические машины и системы. — 2010. — № 1. — С. 3–16.
14. Ільман В.М., Скалозуб В.В., Шинкаренко В.І. Формальні структури та їх застосування. — Д.: Вид-во Дніпропетр. нац. ун-ту залізн. трансп., 2009. — 205 с.
15. Цейтлин Г.Е. Введение в алгоритмику. — Киев: Сфера, 1998. — 310 с.
16. Ахо А., Сети Р., Ульман Д. Компиляторы.: принципы, технологии и инструменты. — М.: Издательский дом «Вильямс», 2003. — 768 с.
17. Falconer K. Fractal geometry: mathematical foundationsand applications. — Chichester; New York: Wiley, 2003. — 337 p.
18. Павлюк О.В., Савчинський Б.Д. Ефективний синтаксичний аналіз та розпізнання структурованих зображень // Управляющие системы и машины. — 2005. — № 5. — С. 13–24.
19. Котов В.Е., Сабельфельд В.К. Теория схем программ. — М.: Наука, 1991 — 247 с.

Поступила 03.12.2013