

## ЦЕЛОЧИСЛЕННЫЕ КОСИНУСНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ: МЕТОДЫ ПОСТРОЕНИЯ НОВЫХ БЫСТРЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ ПОРЯДКА 8, 16 И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ

**Аннотация.** Рассмотрены матричные методы построения быстрых простых целочисленных косинусных преобразований типа I, II порядка 16 низкой сложности. Предложены новый подход и обобщенный метод для построения целочисленных косинусных преобразований порядка 8 и разработаны их быстрые алгоритмы без выполнения операции умножения. Введено новое целочисленное ступенчатое преобразование с быстрым алгоритмом. Представлены два преобразования, которые имеют в 1,7–2,9 раз большее быстродействие и обеспечивают лучшее качество при видеокодировании, чем стандарт H.265.

**Ключевые слова:** дискретное косинусное преобразование, целочисленное косинусное преобразование, целочисленное ступенчатое преобразование, быстрые алгоритмы, эффективность кодирования, вычислительная сложность, стандарты видеокодирования.

### ВВЕДЕНИЕ

В последние десятилетия много публикаций посвящено сжатию изображений и видеокодированию на основе преобразований, что является эффективным инструментом компрессии для устранения избыточности в изображениях и видеосигналах.

Для марковского процесса первого порядка оптимальным является преобразование Карунена–Лоева (ПКЛ). Наилучшим приближением к ПКЛ есть дискретное косинусное преобразование (ДКП). Характеристики ДКП приближаются к ПКЛ, когда коэффициент корреляции приближается к единице. В сравнении с другими подобными преобразованиями ДКП обеспечивает упаковку наибольшего количества информации в наименьшее число коэффициентов (для большинства реальных изображений), а также минимизирует эффект появления блочных структур, называемых блочными искажениями (на изображении заметны границы между соседними блоками). Кроме того, ДКП обеспечивает линейность фазы, реальные коэффициенты и имеет быстрые алгоритмы. Кодирование на основе блоков с использованием ДКП размерности 8 является важной технологией видеокодирования, которое используется в стандартах H.261, JPEG, MPEG-2, H.263 и MPEG-4 visual. Более новые стандарты, такие как MPEG-4, AVC/H.264, VC-1 и AVS [1], применяют целочисленное косинусное преобразование (ЦКП) размерностями 4, 8 и 16. Это связано с тем, что вычисление ЦКП выполняется без плавающей запятой. Его ядро содержит только такие целые, которые нуждаются в низкой вычислительной сложности, но имеют способность упаковки энергии подобно ДКП. В настоящее время появился новый стандарт высокоэффективного видеокодирования «High Efficiency Video Coding» (HEVC/H.265) [2], в котором применены целочисленные преобразования размерностями в пределах 4÷32, предложенные разработчиками фирм Cisco Systems и Texas Instruments [3]. Виен [4] впервые предложил ЦКП порядка 16 для видеокодирования высокой четкости. Как было отмечено в [1], применение преобразования порядка 16 в китайском национальном стандарте AVS в улучшенном профиле (Enhanced Profile) позволяет обеспечить более высокую эффективность кодирования при видеокодировании высокой четкости. Было предложено много различных преобразований порядка 16 [5–8].

Впервые ЦКП порядка 16 предложено Чемом [5]. Оно достаточно близко к дискретному косинусному преобразованию порядка 16, однако при этом не имеет быстрого алгоритма для такого преобразования. Виен [4] и Ли [7] предложили другие ЦКП для видеокодирования, которые имеют высокую вычислительную

© Л.А. Гнатив, 2014

сложность. Ма [6] и Чем [1, 8] разработали простые ЦКП с низкой вычислительной сложностью, которые относятся к классу преобразований с 8-ступенчатыми базисными функциями в отличие от 16-ступенчатых, как в классических ЦКП. Целочисленное преобразование порядка 16, предложенное Чемом, принято в китайском стандарте AVS как предложение от Гонконгского университета [1]. Джоси, Резник и др. [9, 10], а также Альшина и др. [11] предложили целочисленную аппроксимацию ДКП с быстрым алгоритмом меньшей сложности, чем алгоритмы преобразований Виена и Ли.

В настоящей статье рассмотрены два метода построения двух типов простых ЦКП порядка 16, которые являются расширением ЦКП порядка 8.

#### 1. МЕТОД ПОСТРОЕНИЯ БЫСТРОГО ПРОСТОГО ЦКП ТИПА I ПОРЯДКА 16

Как показано в [12], ЦКП порядка 8 можно представить двумя системами по методу их построения. Рассмотрим методы построения простых ЦКП типов I и II системы I порядка 16, которые представлены в работе [13].

Построим простое ЦКП порядка 16, в котором парные функции представляют собой косинусные базисные функции классического (традиционного) ЦКП, а непарные функции — 8-ступенчатые простые косинусные функции простого ЦКП типа I (ПЦКП-I).

Рассмотрим матрицу  $ICT_{16}^I - I^*$  размера  $16 \times 16$  простого ЦКП-I системы I (ПЦКП-I) с переставленными строками. Она получена из матрицы  $ICT_{16}^I - I$  путем перестановки строк сначала на основе обратных совершенных перестановок (ОСП), а затем двоично-инверсными перестановками (ДИП) и перестановками по коду Грея (ПКГ) [14]:

$$ICT_{16}^I - I^* = P_3 \tilde{P}_2 P_1^T ICT_{16}^I - I, \quad (1)$$

где  $P_1^T$  — матрица  $16 \times 16$  ОСП,  $\tilde{P}_2$  — блочно-диагональная матрица  $16 \times 16$  с матрицами  $8 \times 8$  ДИП и  $4 \times 4$  ДИП,  $P_3$  — блочно-диагональная матрица  $16 \times 16$  с матрицей  $4 \times 4$  ПКГ и единичными матрицами  $4 \times 4$  и  $2 \times 2$ :

$$\begin{aligned} P_1^T(0,15) &= (0, 2, 4, \dots, 14, 1, 3, 5, \dots, 15), \quad \tilde{P}_2 = \text{diag}[P_8, P_4, P_4], \\ P_3 &= \text{diag}[G_4, I_4, I_2, G_4, I_2]. \end{aligned}$$

Матрица  $ICT_{16}^I - I^*$  размера  $16 \times 16$  ядра ПЦКП-I системы I с переставленными строками может быть представлена через матрицу ядра ПЦКП-I\* системы I:

$$ICT_{16}^I - I^* = B_{16}^I C_{16}^I - I^*, \quad (2)$$

где  $B_{16}^I$  — диагональная матрица  $16 \times 16$  коэффициентов нормирования системы I. Тогда матрица  $C_{16}^I - I^*$  может быть представлена рекуррентно на основе метода 1 из работы [13]:

$$C_{16}^I - I^* = \text{diag}[C_8^{I*}, Q_8^I] H_{16}^*, \quad (3)$$

где  $H_{16}^*$  — фактор-матрица  $16 \times 16$  с ненулевыми элементами  $\pm 1$ ,

$$H_{16}^* = \begin{bmatrix} I_8 & \bar{I}_8 \\ \bar{I}_8 & -I_8 \end{bmatrix};$$

$\bar{I}_8$  — антидиагональная единичная матрица  $8 \times 8$ ,  $\bar{I}_8 = \begin{bmatrix} & & & 1 \\ & & \cdots & \\ & 1 & & \\ & & & \end{bmatrix}$ ;

$C_8^{I*}$  — матрица  $8 \times 8$  ядра ЦКП системы I с переставленными строками на основе ДИП и ПКГ;  $Q_8^I$  — матрица  $8 \times 8$  системы I, содержащая целые элементы  $\pm a, \pm b, \pm c, \pm d, \pm e$  и  $\pm f$ .

На рис. 1 представлены 16 базисных функций простого ЦКП типа I, которые содержат элементы от  $\pm a$  до  $\pm g$ .

Матрица  $Q_8^I$  может быть представлена через матрицу 4-ступенчатого простого ЦКП типа IV (ПЦКП-IV):

$$Q_8^I = \tilde{I}_8 \tilde{G}_8 \tilde{P}_8 C_8^{IV}, \quad (4)$$

где  $\tilde{I}_8 = \text{diag}[I_2, -I_2, I_2, -I_2]$ ,  $\tilde{P}_8 = \text{diag}[P_4, P_4]$ ,  $\tilde{G}_8 = \text{diag}[I_2, G_4, I_2]$ ,  $C_8^{IV}$  — матрица  $8 \times 8$  ядра ПЦКП-IV, строки которого представляют 4-ступенчатые целочисленные простые косинусные базисные функции (традиционное ЦКП-IV содержит 8-ступенчатые базисные функции);  $\tilde{P}_8$ ,  $\tilde{G}_8$  — матрицы  $8 \times 8$  перестановок ДИП и ПКГ.

Матрица  $Q_8^I$  может быть представлена рекуррентно как произведение трех матриц:

$$Q_8^I = \text{diag}[Q_4^I, T_4] H'_8 P_8^T, \quad (5)$$

где  $H'_8$  — фактор-матрица  $8 \times 8$  с ненулевыми элементами  $\pm 1$ ,  $H'_8 = H'_2 \otimes I_4$ ,  $H'_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ ;  $P_8^T$  — транспонированная матрица  $8 \times 8$  ОСП;  $Q_4^I$  — матрица  $4 \times 4$  системы I, которая содержит целые элементы  $\pm a, \pm b, \pm c, \pm d$ ;  $T_4$  — матрица  $4 \times 4$ , которая содержит целые элементы  $\pm e$  и  $\pm f$ ,  $\otimes$  — операция кронекеровского произведения матриц.

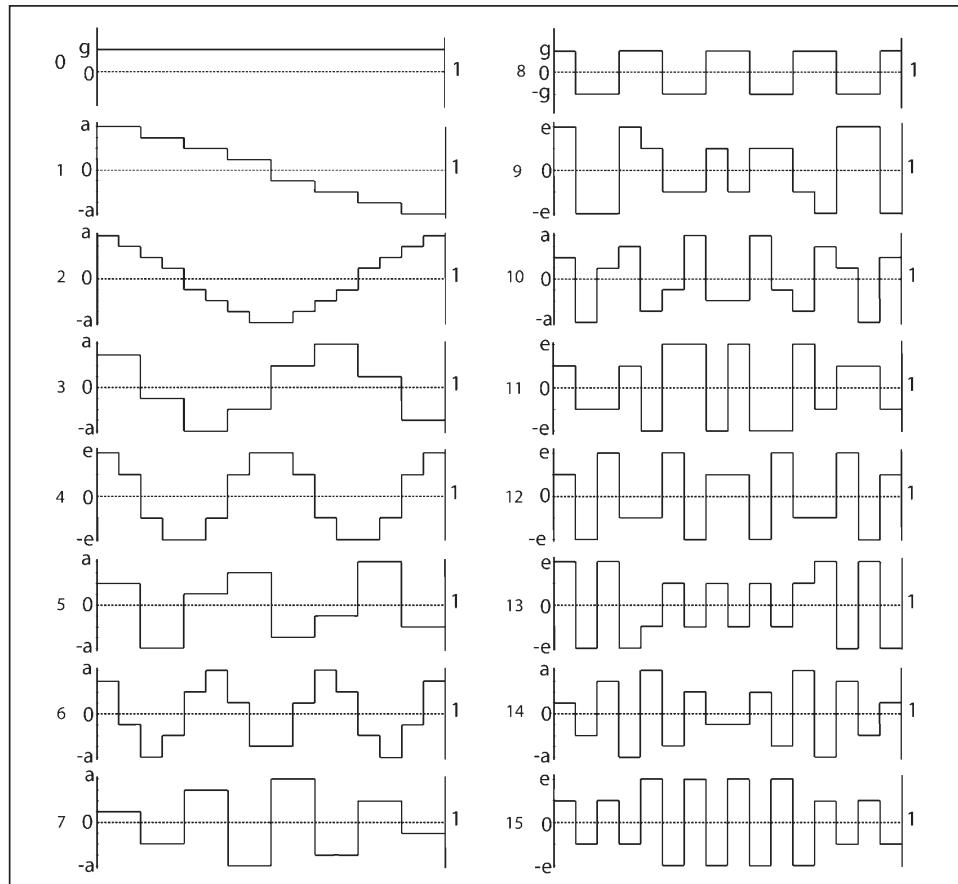


Рис. 1. Базисные функции простого ЦКП типа I

Матрица  $T_4$  может быть представлена матрицей целочисленного ступенчатого преобразования типа IV (ЦСП–IV):

$$T_4 = I_4^* S_4^{IV'}, \quad (6)$$

где  $S_4^{IV'}$  — матрица  $4 \times 4$  ядра ЦСП–IV (аналог ядра ЦКП–IV) с переставленными строками,  $S_4^{IV'} = \bar{I}_4 G_4 P_4 S_4^{IV}$ ,  $\bar{I}_4$  — антидиагональная единичная матрица  $4 \times 4$ ;  $I_4^* = \text{diag}[-I_2, I_2]$ .

Матрица  $Q_4^I$  может быть представлена через матрицу ядра ЦКП–IV:

$$Q_4^I = C_4^{IV*} \bar{I}_4, \quad (7)$$

где  $C_4^{IV*}$  — матрица  $4 \times 4$  ядра ЦКП–IV (аналог ДКП–IV) с переставленными строками,  $C_4^{IV*} = P_4 C_4^{IV}$ .

Матрицы  $C_4^{IV*}$ ,  $S_4^{IV'}$  и  $H'_8$  имеют вид:

$$C_4^{IV*} = \begin{bmatrix} a & b & c & d \\ c & -a & d & b \\ b & -d & -a & -c \\ d & -c & b & -a \end{bmatrix}, \quad S_4^{IV'} = \begin{bmatrix} f & f & -e & -e \\ f & -f & e & -e \\ e & -e & -f & f \\ e & e & f & f \end{bmatrix}, \quad H'_8 = \begin{bmatrix} I_4 | I_4 \\ -I_4 | I_4 \end{bmatrix}. \quad (8)$$

Отметим, что матрица  $Q_8^I$  согласно (5) и с учетом (6), (7) может быть представлена следующим образом:

$$Q_8^I = \text{diag}[C_4^{IV*} \bar{I}_4, I_4^* S_4^{IV'}] H'_8 P_8^T. \quad (9)$$

Блок-схема быстрого прямого ПЦКП–I системы I порядка 16 на основе метода 1 согласно (3) и с учетом (9) представлена на рис. 2.

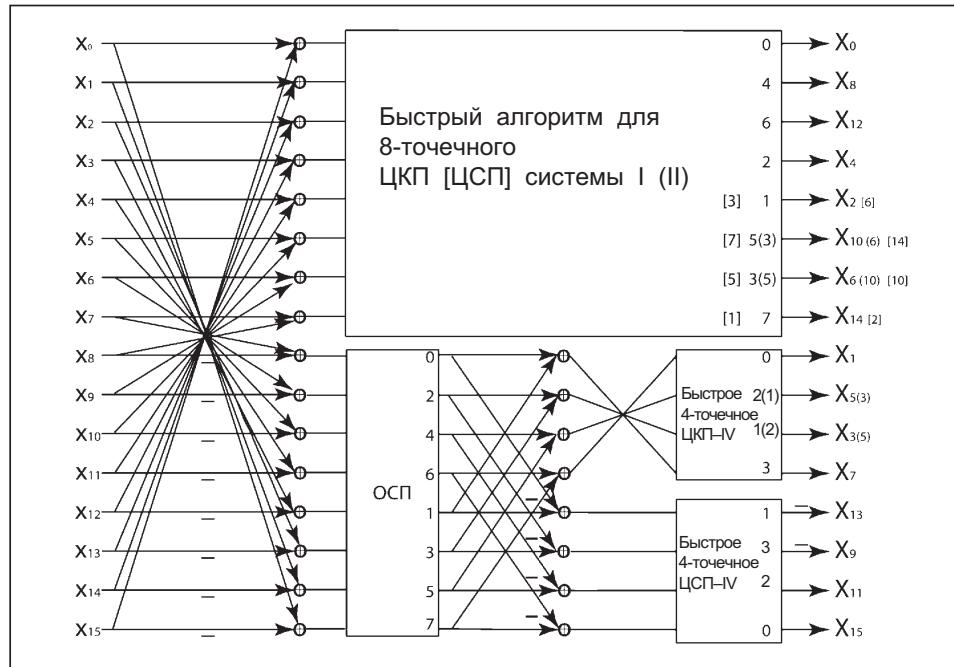


Рис. 2. Блок-схема предложенного быстрого 16-точечного преобразования для простого ЦКП типов I и II системы I (II)

## 2. МЕТОД ПОСТРОЕНИЯ ПРОСТОГО ЦКП ТИПА I СИСТЕМЫ II ПОРЯДКА 16

Рассмотрим матрицу  $ICT_{16}^{II} - I'$  размера  $16 \times 16$  простого ЦКП-I системы II с переставленными строками. Она получена из матрицы  $ICT_{16}^{II} - I$  путем перестановок строк сначала на основе ОСП, а затем путем ДИП и ПКГ:

$$ICT_{16}^{II} - I' = P'_3 P'_2 P_1^T ICT_{16}^{II} - I, \quad (10)$$

где  $P'_2$ ,  $P'_3$  — блочно-диагональные матрицы  $16 \times 16$  ДИП и ПКГ,

$$P'_2 = \text{diag}[P_8, I_4, P_4], \quad P'_3 = \text{diag}[G_4, P_4, I_2, G_4, I_2].$$

Матрица  $ICT_{16}^{II} - I'$  размера  $16 \times 16$  ПЦКП-I системы II с переставленными строками может быть представлена матрицей ядра ПЦКП-I системы II:

$$ICT_{16}^{II} - I' = B_{16}^{II} C_{16}^{II} - I', \quad (11)$$

где  $B_{16}^{II}$  — диагональная матрица  $16 \times 16$  коэффициентов нормирования системы II. Тогда матрица  $C_{16}^{II} - I'$  на основе метода 1 может быть представлена рекуррентно:

$$C_{16}^{II} - I' = \text{diag}[C_8^{II}, Q_8^{II}] H_{16}^*, \quad (12)$$

где  $C_8^{II}$  — матрица  $8 \times 8$  ядра ЦКП системы II с переставленными строками на основе ДИП и ПКГ,  $Q_8^{II}$  — матрица  $8 \times 8$  системы II.

Матрица  $Q_8^{II}$  может быть представлена через матрицу ПЦКП-IV:

$$Q_8^{II} = I'_8 \tilde{G}_8 P'_8 C_8^{IV}, \quad I'_8 = \text{diag}[1, -1, 1, -1, I_2, -I_2], \quad P'_8 = \text{diag}[I_4, P_4]. \quad (13)$$

Матрица  $Q_8^{II}$  может быть представлена рекуррентно как произведение трех матриц:

$$Q_8^{II} = \text{diag}[Q_4^{II}, T_4] H'_8 P_8^T, \quad (14)$$

где  $Q_4^{II}$  — матрица  $4 \times 4$  системы II, которая может быть представлена через матрицу ядра ЦКП-IV,

$$Q_4^{II} = C_4^{IV} \bar{I}_4, \quad (15)$$

здесь  $C_4^{IV}$  — матрица ядра ЦКП-IV. Тогда матрица  $Q_8^{II}$  согласно (14) и на основании (6) и (15) может быть представлена следующим образом:

$$Q_8^{II} = \text{diag}[C_4^{IV} \bar{I}_4, I_4^* S_4^{IV'}] H'_8 P_8^T. \quad (16)$$

Блок-схема быстрого прямого ПЦКП-I системы II порядка 16 на основе метода 1 согласно (12) и с учетом (16) представлена на рис. 2. Целочисленное ступенчатое преобразование (ЦСП) используется ниже для представления ПЦКП типа II (в блок-схеме на рис. 2 нумерация выходных значений представлена в квадратных скобках,  $X_{[\cdot]}$ ).

## 3. МЕТОД ПОСТРОЕНИЯ БЫСТРОГО ПРОСТОГО ЦКП ТИПА II СИСТЕМЫ I И II ПОРЯДКА 16

Рассмотрим метод построения простых ЦКП типа II системы I, предложенный в [13]. Построим простое ЦКП типа II (ПЦКП-II) порядка 16, в котором первые четыре непарные функции представляют собой 8-ступенчатые простые косинусные базисные функции, а другие непарные функции представляют 4-ступенчатые функции ЦСП. Парные функции являются собой 4- и 8-ступенчатые функции ЦСП.

На рис. 3 представлены 16 базисных функций простого ЦКП типа II.

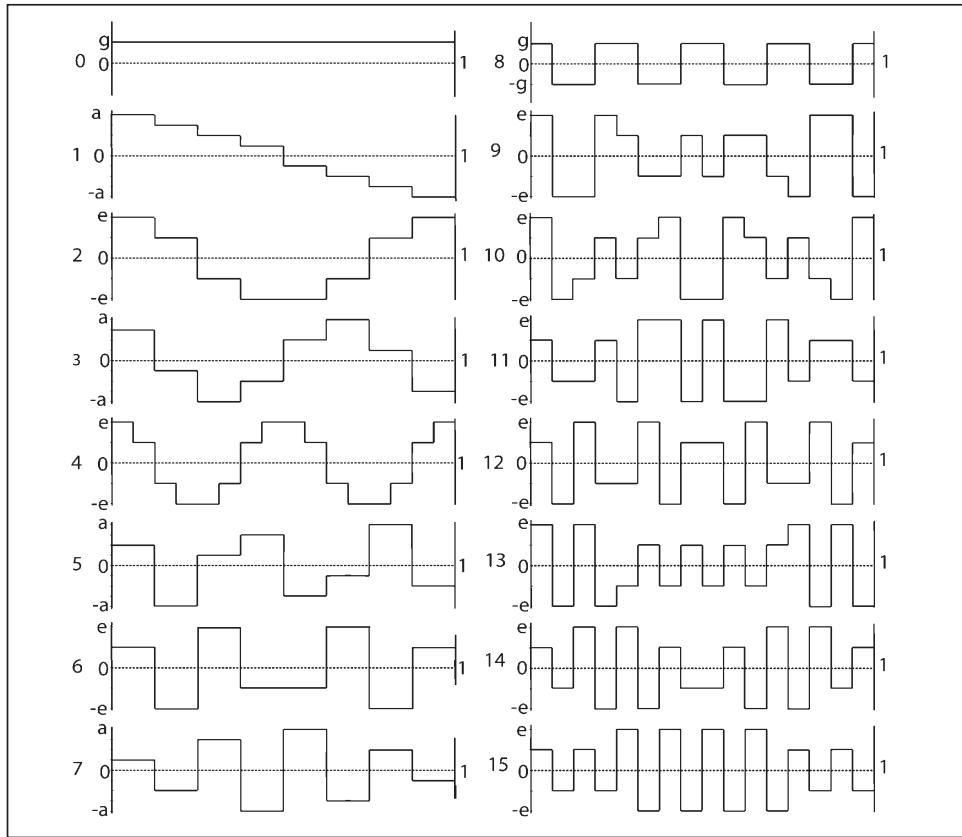


Рис. 3. Базисные функции простого ЦКП типа II

Рассмотрим  $ICT_{16}^I - II^*$  — матрицу  $16 \times 16$  ПЦКП-II системы I с переставленными строками. Она получена из матрицы  $ICT_{16}^I - II$  путем перестановок строк сначала на основе ОСП, а затем путем ДИП и ПКГ:

$$ICT_{16}^I - II^* = \tilde{P}_3 P_2 P_1^T ICT_{16}^I - II, \quad (17)$$

где  $\tilde{P}_3$  — блочно-диагональная матрица  $16 \times 16$  с матрицами  $8 \times 8$  и  $4 \times 4$  ПКГ и единичными матрицами  $2 \times 2$ ,  $\tilde{P}_3 = \text{diag}[G_8, I_2, G_4, I_2]$ ,  $P_2 = \text{diag}[P_4]$ .

Матрица  $ICT_{16}^I - II^*$  может быть представлена через матрицу ядра ПЦКП-II системы I:

$$ICT_{16}^I - II^* = \tilde{B}_{16}^I C_{16}^I - II^*, \quad (18)$$

где  $C_{16}^I - II^*$  — матрица  $16 \times 16$  ядра ПЦКП-II системы I с переставленными строками,  $\tilde{B}_{16}^I$  — диагональная матрица  $16 \times 16$  коэффициентов нормирования системы I. Тогда матрица  $C_{16}^I - II^*$  может быть представлена рекуррентно на основе метода 2 из работы [13]:

$$C_{16}^I - II^* = \text{diag}[S_8^*, Q_8^I] H_{16}^*, \quad (19)$$

$$S_8^* = G_8 P_8 S_8, \quad IST_8 = B_8^I S_8,$$

где  $S_8$  — матрица  $8 \times 8$  ядра ЦСП ( $IST_8$ ), которое впервые было введено в [13] и является обобщением целочисленного наклонного преобразования

в базисе ступенчатых функций [14],

$$S_8^* = \begin{bmatrix} g & g & g & g & g & g & g & g \\ e & e & f & f & -f & -f & -e & -e \\ e & f & -f & -e & -e & -f & f & e \\ f & f & -e & -e & e & e & -f & -f \\ g & -g & -g & g & g & -g & -g & g \\ e & -e & -f & f & -f & f & e & -e \\ f & -e & e & -f & -f & e & -e & f \\ f & -f & e & -e & e & -e & f & -f \end{bmatrix}; \quad (20)$$

$S_8^*$  — матрица  $8 \times 8$  ядра ЦСП с переставленными строками на основе ДИП и ПКГ,  $B_8^I$  — диагональная матрица  $8 \times 8$  коэффициентов нормирования системы I.

Матрица  $S_8^*$  может быть представлена рекуррентно:

$$S_8^* = \text{diag}[S_4^*, T_4] H_8^*, \quad (21)$$

где  $S_4^*$  — матрица  $4 \times 4$  ядра ЦСП с переставленными строками,  $S_4^* = G_4 P_4 S_4$ . Тогда матрица  $S_8^*$  согласно (21) и на основании (6) может быть представлена как

$$S_8^* = \text{diag}[S_4^*, I_4^* S_4^{IV'}] H_8^*. \quad (22)$$

Блок-схема быстрого прямого ПЦКП-II системы I порядка 16 на основе метода 2 согласно (19) и на основе (9) для матрицы  $Q_8^I$  представлена на рис. 2.

Аналогично матрица  $ICT_{16}^{II} - II^*$  может быть представлена через матрицу ядра ПЦКП-II системы II:

$$ICT_{16}^{II} - II^* = \tilde{B}_{16}^{II} C_{16}^{II} - II^*,$$

где  $C_{16}^{II} - II^*$  — матрица  $16 \times 16$  ядра ПЦКП-II системы II с переставленными строками,  $\tilde{B}_{16}^{II}$  — диагональная матрица  $16 \times 16$  коэффициентов нормирования системы II. Тогда матрица  $C_{16}^{II} - II^*$  может быть представлена рекуррентно на основе метода 2 согласно (19):

$$C_{16}^{II} - II^* = \text{diag}[S_8^*, Q_8^{II}] H_{16}^*. \quad (23)$$

Блок-схема быстрого прямого ПЦКП-II системы II порядка 16 на основе метода 2 согласно (23) и на основе (16) для матрицы  $Q_8^{II}$  представлена на рис. 2.

**Алгоритм быстрого прямого ЦСП порядка 4.** Матрица  $S_4^*$  совпадает с матрицей ядра ЦКП порядка 4 и может быть представлена как произведение двух матриц:

$$S_4^* = \tilde{S}_2 \tilde{S}_1, \quad (24)$$

где  $\tilde{S}_1$ ,  $\tilde{S}_2$  — фактор-матрицы  $4 \times 4$  алгоритма быстрого прямого ЦСП:

$$\tilde{S}_1 = H_4^*, \quad \tilde{S}_2 = \text{diag}[T_2, S'_2], \quad T_2 = \begin{bmatrix} g & g \\ g & -g \end{bmatrix}, \quad S'_2 = \begin{bmatrix} -e & f \\ f & f \end{bmatrix}.$$

**Алгоритм быстрого прямого ЦСП порядка 8.** Матрица  $T_4$  может быть представлена как произведение двух матриц:

$$T_4 = H'_4 S'_4, \quad S'_4 = S'_2 \otimes I_2, \quad H'_4 = \text{diag}[H_2, \bar{H}_2], \quad \bar{H}_2 = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}. \quad (25)$$

Матрица  $S_8^*$  согласно (21) и с учетом (24) и (25) может быть представлена как произведение трех матриц:

$$S_8^* = S_3 S_2 S_1, \quad (26)$$

где  $S_i$  —  $i$ -е,  $i=1,2,3$ , фактор-матрицы  $8 \times 8$  алгоритма быстрого прямого ЦСП, предложенного в [13]:

$$S_1 = H_8^*, S_2 = \text{diag}[H_4^*, S'_4], S_3 = \text{diag}[T_2, S'_2, H_2, \bar{H}_2],$$

$$H_4^* = \begin{bmatrix} 1 & & 1 \\ & 1 & 1 \\ & 1 & -1 \\ 1 & & -1 \end{bmatrix}, S'_4 = \begin{bmatrix} -e & f \\ -e & f \\ f & e \\ f & e \end{bmatrix}.$$

На рис. 4 представлен граф алгоритма согласно (26) быстрого прямого ЦСП порядка 8.

**Алгоритм быстрого обратного ЦСП порядка 8.** Матрицу  $S_{8i}$  обратного ЦСП можно получить путем транспонирования матрицы  $S_8^{*T}$ :

$$S_{8i} = S_8^{*T}. \quad (27)$$

Матрица  $S_{8i}$  на основании (26) и алгоритма быстрого прямого ЦСП согласно (26) с учетом симметричности фактор-матриц ( $S_1^T = S_1$ ,  $S_2'^T = S'_2$ ,  $\bar{H}_2^T = \bar{H}_2$ ,  $H_4^{*T} = H_4^*$ ,  $H_8^{*T} = H_8^*$ ) может быть представлена как произведение трех матриц:

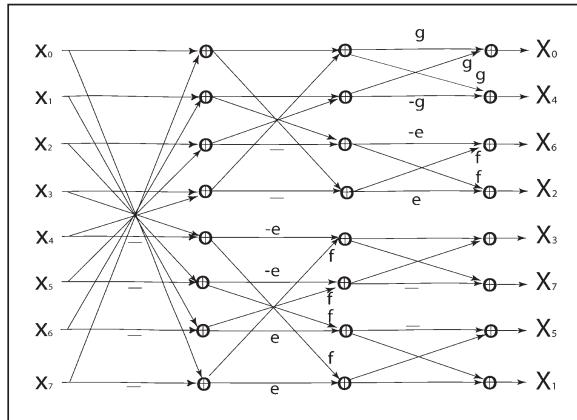


Рис. 4. Граф алгоритма быстрого прямого ЦСП порядка 8

$$S_{8i} = S_1 S_2 S_3, \quad (28)$$

где  $S_1$ ,  $S_2$ ,  $S_3$  — фактор-матрицы  $8 \times 8$  алгоритма быстрого обратного ЦСП.

Графы прямого и обратного быстрого ЦСП имеют одинаковую структуру «in place». Граф обратного преобразования отличается только выполнением итераций преобразования в обратном порядке, что при программной реализации требует минимального объема памяти.

#### 4. БЫСТРЫЕ СОВМЕСТНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ $8 \times 8$ И $4 \times 4$ СХЕМЫ АВТ

Схема адаптивного блочно-размерного преобразования (АВТ — Adaptive Block-size Transform) является эффективным инструментом кодирования изображений и видеокомпрессии. Для нахождения компромисса между эффективностью сжатия и качеством картинки размерность преобразования в схеме АВТ адаптивно выбирается для текущего кодированного блока. Схема значительно улучшает характеристику кодирования кодека особенно для последовательностей высокой четкости (HD — High Definition), где присутствуют высококоррелированные выборки сигналов. Как было отмечено в [4], средний выигрыш по характеристике (PSNR — Peak Signal Noise Rate) в последовательностях HD составляет 0,5 дБ в H.264/AVC. Было предложено две схемы АВТ для H.264/AVC: Виеном [4] и Гордоном. Первая схема АВТ-Виена использует четыре размерности преобразования:  $8 \times 8$ ,  $8 \times 4$ ,  $4 \times 8$ ,  $4 \times 4$  и применяет суммы абсолютных значений преобразованных разностей (SATD) для определения размерности преобразования. Вторая схема АВТ-Гордона представляет упрощенную и усовершенствованную схему АВТ-Виена, в которой использу-

ется преобразование двух размерностей:  $8 \times 8$  и  $4 \times 4$  и применяется более сложный критерий оценки степени искажения (RD — Rate Distortion) для определения размерности преобразования.

ЦКП, которые базируются на АВТ, присутствуют в новейших международных и промышленных стандартах видеокодирования и обеспечивают лучшие характеристики, чем предыдущие стандарты. Схема АВТ создает дополнительную сложность в кодеке, поскольку представляют не только два необходимых преобразования разных размерностей, но и разные зигзаговые сканирования, контурные фильтры и средства энтропийного кодирования для этих преобразований.

В работе [12] дана схема АВТ, которая базируется на совместных преобразованиях размера  $8 \times 8$  и  $4 \times 4$  для H.264/AVC. По сравнению с традиционной схемой данная схема уменьшает сложность кодека и декодека с незначительными потерями характеристики кодирования. Базисные векторы ядра ЦКП содержат только целые значения и являются ненормированными. В связи с этим кроме выполнения преобразования возникает необходимость в процессах масштабирования. Таким образом, ЦКП, которые базируются на АВТ, включают преобразования разных размерностей с разными матрицами масштабирования, что требует дополнительных ресурсов при практической реализации.

Согласно концепции совместных преобразований разработаем ЦКП порядка 8 (ЦКП-8) для схемы АВТ. Предположим, что ЦКП-8 сохраняет высокую эффективность сжатия. При этом базисные функции такого преобразования будут принимать малые значения с узким динамическим диапазоном, который обеспечит выполнение данного преобразования простыми арифметическими операциями. Тогда разработка ЦКП порядка 8 должна отвечать следующим требованиям.

1. Целочисленные базисные функции строк в ЦКП-8 должны максимально приближаться к базисным функциям ДКП-8 как по форме, так и по кривизне с высокой корреляцией между ними.

2. Базисные векторы ядра ЦКП-8 должны представляться простыми целыми по возможности меньшими значениями.

3. Преобразование ЦКП порядка 8 должно включать ЦКП порядка 4, например, в H.264/AVC (является его расширением), т.е.  $ICT_8(2k, l) = ICT_4(k, l)$ ,  $0 \leq k, l < 4$ .

4. Преобразование ЦКП-8 должно сохранять высокое значение характеристики кодирования, которое должно максимально приближаться к ДКП-8.

5. Низкая вычислительная сложность алгоритма быстрого ЦКП порядка 8.

**Метод построения быстрого ЦКП порядка 8 системы I на основе ЦКП порядка 4.** Рассмотрим  $ICT_8^{I'}$  — матрицу  $8 \times 8$  ЦКП системы I с переставленными строками, которая получена из матрицы  $ICT_8^I$  перестановкой строк на основе ДИП и ПКГ:

$$ICT_8^{I'} = G'_8 P_8 ICT_8^I,$$

где  $G'_8$  — блочно-диагональная матрица  $8 \times 8$  с матрицей  $4 \times 4$  ПКГ и единичной матрицей  $4 \times 4$ ,  $G'_8 = \text{diag}[G_4, I_4]$ .

Матрица  $ICT_8^{I'}$  может быть представлена через матрицу ядра ЦКП системы I:

$$ICT_8^{I'} = B_8^I C_8^{I'},$$

где  $C_8^{I'}$  — матрица  $8 \times 8$  ядра ЦКП системы I с переставленными строками,  $B_8^I$  — диагональная матрица  $8 \times 8$  коэффициентов нормирования системы I. Тогда матрица  $C_8^{I'}$  может быть представлена рекуррентно:

$$C_8^{I'} = \text{diag}[C'_4, Q_4^I] H_8^*, \quad C'_4 = G_4 P_4 C_4. \quad (29)$$

Матрица  $Q_4^I$  может быть представлена как произведение двух матриц:

$$Q_4^I = \tilde{R}_4^I T_4^I, \quad (30)$$

где  $\tilde{R}_4^I$  — матрица растягивания  $4 \times 4$  системы I, которая содержит на основной диагонали элементы  $\pm s$ , а на другой диагонали — элементы  $\pm r$ ;  $T_4^I$  — фактор-матрица  $4 \times 4$  системы I с элементами 0,  $\pm 1$ ,  $\pm q$ .

Матрицы  $Q_4^I$ ,  $\tilde{R}_4^I$  и  $T_4^I$  имеют следующий вид:

$$Q_4^I = \begin{bmatrix} d & c & b & a \\ b & d & -a & c \\ -c & -a & -d & b \\ -a & b & -c & d \end{bmatrix}, \quad T_4^I = \begin{bmatrix} q & -1 & 1 & 0 \\ -1 & -q & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -q & 1 \\ 0 & 1 & 1 & q \end{bmatrix}, \quad \tilde{R}_4^I = \begin{bmatrix} s & & r & \\ & -s & r & \\ & r & s & \\ -r & & & s \end{bmatrix}. \quad (31)$$

Матрица  $C_8^{I'}$  на основании (29) и (30) может быть представлена рекуррентно (метод 1):

$$C_8^{I'} = \text{diag}[C'_4, \tilde{R}_4^I T_4^I] H_8^*. \quad (32)$$

**Алгоритм быстрого прямого ЦКП порядка 4.** Матрица  $C'_4$  может быть представлена как произведение двух матриц:

$$C'_4 = C_2 C_1, \quad C_1 = H_8^*, \quad C_2 = \text{diag}[T_2, Q_2], \quad (33)$$

где  $C_1$ ,  $C_2$  — фактор-матрицы  $4 \times 4$  алгоритма быстрого прямого ЦКП, которые являются симметричными,  $T_2, Q_2$  — матрицы  $2 \times 2$ :

$$T_2 = \begin{bmatrix} c & c \\ c & -c \end{bmatrix}, \quad Q_2 = \begin{bmatrix} -a & b \\ b & a \end{bmatrix}.$$

**Метод построения быстрого ЦКП порядка 8 системы II.** Рассмотрим  $ICT_8^{II*}$ , представляющую матрицу  $8 \times 8$  ЦКП системы II с переставленными строками. Она получена из матрицы  $ICT_8^{II}$  путем перестановок строк на основе ДИП и ПКГ:

$$ICT_8^{II*} = G'_8 P_8 ICT_8^{II},$$

где  $G'_8$  — блочно-диагональная матрица  $8 \times 8$  с матрицами  $4 \times 4$  ПКГ и  $4 \times 4$  ДИП,  $G'_8 = \text{diag}[G_4, P_4]$ .

Матрица  $ICT_8^{II*}$  может быть представлена через матрицу ядра ЦКП системы II:

$$ICT_8^{II*} = B_8^{II} C_8^{II*},$$

где  $C_8^{II*}$  — матрица  $8 \times 8$  ядра ЦКП системы II с переставленными строками,  $B_8^{II}$  — диагональная матрица  $8 \times 8$  коэффициентов нормирования системы II. Тогда матрица  $C_8^{II*}$  может быть представлена рекуррентно:

$$C_8^{II*} = \text{diag}[C'_4, Q_4^{II}] H_8^*. \quad (34)$$

Здесь матрица  $Q_4^{II}$  может быть также представлена как произведение двух матриц:

$$Q_4^{II} = \tilde{R}_4^{II} T_4^{II}, \quad (35)$$

где  $\tilde{R}_4^{II}$  — матрица растягивания  $4 \times 4$  системы II, которая содержит на основной диагонали элементы  $r$ , а на другой диагонали — элементы  $\pm s$ ,  $T_4^{II}$  — фактор-матрица  $4 \times 4$  системы II с элементами 0,  $\pm 1$ ,  $q$ .

Матрицы  $Q_4^{II}$ ,  $T_4^{II}$  и  $\tilde{R}_4^{II}$  имеют следующий вид:

$$Q_4^{II} = \begin{bmatrix} d & c & b & a \\ -c & -a & -d & b \\ b & d & -a & c \\ -a & b & -c & d \end{bmatrix}, \quad T_4^{II} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & q & 1 \\ 0 & -1 & -1 & q \\ q & 1 & -1 & 0 \\ -1 & q & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \tilde{R}_4^{II} = \begin{bmatrix} r & & s & \\ & r & -s & \\ & s & r & \\ -s & & & r \end{bmatrix}. \quad (36)$$

Матрица  $C_8^{II^*}$  на основании (35), (36) может быть представлена (метод 2) как

$$C_8^{II^*} = \text{diag}[C'_4, \tilde{R}_4^{II} T_4^{II}] H_8^*. \quad (37)$$

Матрицы  $C_8$ ,  $H_8^*$  и  $C_4$  имеют вид:

$$C_8 = \begin{bmatrix} g & g & g & g & g & g & g & g \\ a & b & c & d & -d & -c & -b & -a \\ e & f & -f & -e & -e & -f & f & c \\ b & -d & -a & -c & c & a & d & b \\ g & -g & -g & g & g & -g & -g & g \\ c & -a & d & b & b & -b & -d & a & -c \\ f & -e & e & -f & -f & e & -e & f \\ d & -c & b & -a & a & -b & c & -d \end{bmatrix}, \quad C_4 = \begin{bmatrix} c & c & c & c \\ a & b & -b & -a \\ c & -c & -c & c \\ b & -a & a & -b \end{bmatrix},$$

$$H_8^* = \begin{bmatrix} I_4 & \bar{I}_4 \\ \bar{I}_4 & -I_4 \end{bmatrix}. \quad (38)$$

Для ЦКП порядка 8 ядро задано как  $C_8 [a, b, c, d; e, f; g]$ , представляющую матрицу  $8 \times 8$  ядра ЦКП, а для ЦКП порядка 4 ядро задано как  $C_4 [a, b; c]$ . Матрицы  $C_8$  и  $C_4$  имеют вид (38).

Значения  $a, b, c, d, e, f$  и  $g$  в матрице  $C_8$  должны быть целыми. В стандарте Н.264/AVC применено ЦКП порядка 4 низкой сложности, параметры  $a, b$  и  $c$  в прямом преобразовании принимают значение 2, 1, 1. ЦКП порядка 4 имеет хорошую упаковку энергии и низкую сложность — всего несколько операций сложения и сдвига.

**Алгоритм 1 быстрого прямого ЦКП порядка 8 системы I.** Матрица  $C_8^{I'}$  согласно (34), (35) и с учетом алгоритма быстрого прямого ЦКП порядка 4 согласно (33) может быть представлена как произведение трех матриц:

$$C_8^{I'} = C_3^I C_2^I C_1^I, \quad (39)$$

где  $C_i^I$  — i-е,  $i=1, 2, 3$ , фактор-матрицы  $8 \times 8$  алгоритма быстрого прямого ЦКП системы I, предложенного в [12]:

$$C_1^I = H_8^*, \quad C_2^I = \text{diag}[H_4^*, T_4^I], \quad C_3^I = \text{diag}[T_2, Q_2, \tilde{R}_4^I], \quad (40)$$

$$T_2 = \begin{bmatrix} g & g \\ g & -g \end{bmatrix}, \quad Q_2 = \begin{bmatrix} -e & f \\ f & e \end{bmatrix}.$$

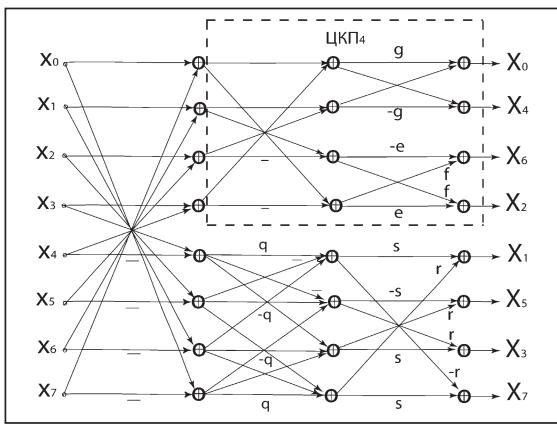


Рис. 5. Граф алгоритма 1 быстрого прямого ЦКП порядка 8 системы I

Граф алгоритма согласно (39) быстрого прямого ЦКП системы I порядка 8 представлен на рис. 5.

**Алгоритм 1 быстрого обратного ЦКП порядка 8 системы I.** Обратное преобразование ЦКП порядка 8 системы I можно получить путем транспонирования матрицы

$$C_{8i}^I = (C_8^{I'})^T, \quad (41)$$

$C_{8i}^I$  — матрица  $8 \times 8$  ядра обратного ЦКП системы I. Тогда эта матрица на основе (41) и (39)

с учетом симметричности фактор-матриц ( $H_8^{*T} = H_8^*$ ,  $H_4^{*T} = H_4^*$ ,  $T_4^{IT} = T_4^I$ ,  $T_2^T = T_2$ ,  $Q_2^T = Q_2$ ) может быть представлена как произведение трех матриц:

$$C_{8i}^I = C_1^I C_2^I C_3^{IT}, \quad (42)$$

$$C_3^{IT} = \text{diag}[T_2, Q_2, \tilde{R}_4^{IT}],$$

$$\tilde{R}_4^{IT} = \begin{bmatrix} s & -r \\ -s & r \\ r & s \\ r & s \end{bmatrix}.$$

На рис. 6 представлен график алгоритма 1 согласно (41) быстрого обратного ЦКП порядка 8 системы I.

**Алгоритм 2 быстрого прямого ЦКП порядка 8 системы II.** Матрица  $C_8^{II'}$  согласно (37) и применению алгоритма быстрого прямого ЦКП порядка 4 согласно (33) может быть представлена как произведение трех матриц:

$$C_8^{II'} = C_3^{II} C_2^{II} C_1^{II}, \quad (43)$$

где  $C_i^{II}$  —  $i$ -е,  $i=1,2,3$ , фактор-матрицы  $8 \times 8$  алгоритма быстрого прямого ЦКП системы II [12]:

$$C_1^{II} = H_8^*, C_2^{II} = \text{diag}[H_8^*, T_4^{II}], C_3^{II} = \text{diag}[T_2, Q_2, \tilde{R}_4^{II}]. \quad (44)$$

На рис. 7 представлен график алгоритма 2 согласно (43), (44) быстрого прямого ЦКП порядка 8 системы II.

**Алгоритм 2 быстрого обратного ЦКП порядка 8 системы II.** Обратное преобразование ЦКП системы II порядка 8 можно получить путем транспонирования матрицы:

$$C_{8i}^{II} = (C_8^{II'})^T, \quad (45)$$

$C_{8i}^{II}$  — матрица  $8 \times 8$  ядра обратного ЦКП системы II.

Тогда матрица  $C_{8i}^{II}$  на основании (45), (43) и с учетом симметричности фактор-матриц ( $H_8^{*T} = H_8^*$ ,  $H_4^{*T} = H_4^*$ ,  $T_2^T = T_2$ ,  $Q_2^T = Q_2$ ) может быть представлена произведением трех матриц:

$$C_{8i}^{II} = C_1^{II} C_2^{IIT} C_3^{IIT}, \quad (46)$$

$$C_2^{IIT} = \text{diag}[H_4^*, T_4^{IIT}], C_3^{IIT} = \text{diag}[T_2, Q_2, \tilde{R}_4^{IIT}], \quad (47)$$

$$\tilde{R}_4^{IIT} = \begin{bmatrix} r & -s \\ r & s \\ -s & r \\ s & r \end{bmatrix}, \quad T_4^{IIT} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & q & -1 \\ 0 & -1 & 1 & q \\ q & -1 & -1 & 0 \\ 1 & q & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

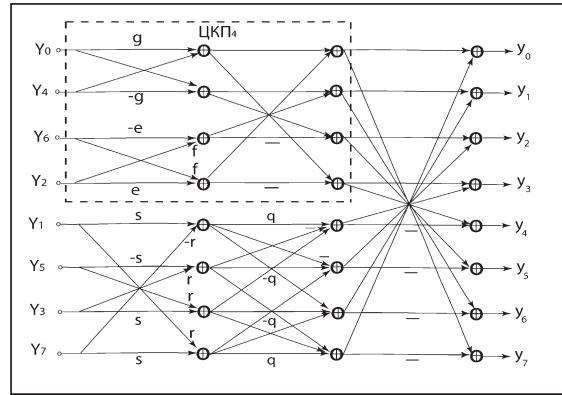


Рис. 6. Граф алгоритма 1 быстрого обратного ЦКП порядка 8 системы I

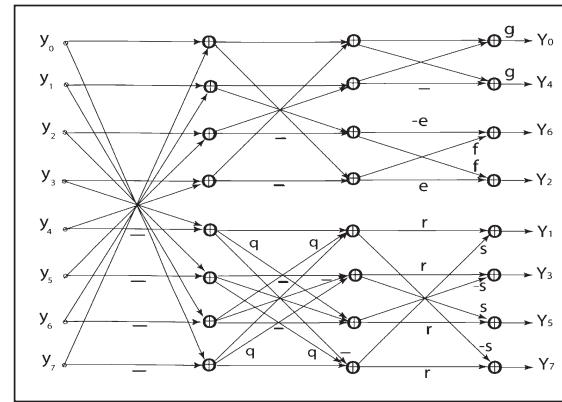


Рис. 7. Граф алгоритма 2 быстрого прямого ЦКП порядка 8 системы II

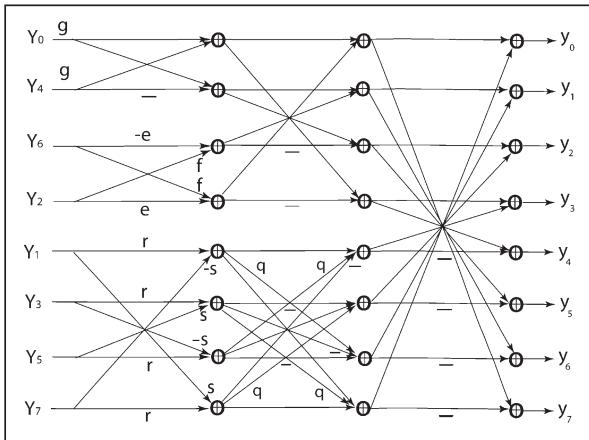


Рис. 8. Граф алгоритма 2 быстрого обратного ЦКП порядка 8 системы II

умножение, частичная факторизация (partial butterfly, PB) и полная факторизация (full-factorization form, FF).

Вычислительная сложность известных целочисленных преобразований порядка 16 приведена в табл. 3, а предложенных — в табл. 4 (OICT — одноромовое ЦКП, ONICT — одноромовое неортогональное ЦКП).

**Результаты тестирования на корреляционных моделях и тестовых изображениях.** Основными характеристиками ортогональных преобразований в задачах обработки сигналов и сжатия изображений являются эффективность преобразования [16, 18], эффективность кодирования на основе преобразования для сигналов (1D моделей)  $G_{TC}$  [19] и изображений (2D моделей)  $G_{2TC}$  [16, 20], среднеквадратичная погрешность усечения базиса для изображений (2D моделей) [16, 18] и пиковое отношение сигнала к шуму (PSNR) для тестовых изображений.

**Таблица 1**

| Стандарты | Значение параметров |      |     |     |     |     |     |     |    |     | Тип системы ядра ЦКП |
|-----------|---------------------|------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|----|-----|----------------------|
|           | a                   | b    | c   | d   | e   | f   | g   | q   | r  | s   |                      |
| H.264/AVC | 12/8                | 10/8 | 6/8 | 3/8 | 8/8 | 4/8 | 8/8 | 3/2 | 1  | 1/4 | I                    |
| WMV-9     | 16                  | 15   | 9   | 4   | 16  | 6   | 12  | 3/2 | 10 | 6   | II                   |
| AVS [1]   | 10                  | 9    | 6   | 2   | 10  | 4   | 8   | 3/2 | 6  | 4   | II                   |
| ICT-1     | 5                   | 3    | 2   | 1   | 4   | 2   | 2   | 1   | —  | —   | II                   |
| ICT-2     | 4                   | 5    | 3   | 1   | 4   | 2   | 2   | 1   | —  | —   | I                    |

**Таблица 2**

| Операции для ЦКП $8 \times 8$ | Оценка сложности преобразований |           |                |           |           |           |           |           |
|-------------------------------|---------------------------------|-----------|----------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
|                               | H.264                           | AVS       | WMV-9          | ICT-1     | OICT-1    | ICT-2     | OICT-2    | ONICT-1   |
| Умножение                     | —                               | —         | —              | —         | —         | —         | —         | 2         |
| Сдвиг                         | 10                              | 14        | 18             | 6         | 8         | 6         | 10        | 18        |
| Сложение                      | 32                              | 38        | 40(36*)        | 32        | 34        | 28        | 32        | 38        |
| <b>Всего операций</b>         | <b>42</b>                       | <b>52</b> | <b>58(54*)</b> | <b>38</b> | <b>42</b> | <b>34</b> | <b>42</b> | <b>60</b> |

\* Srinivasan S., Liang J. Fast video codec transform implementations /US Patent appl. 20050256916, Nov. 17, 2005.

На рис. 8 представлен граф алгоритма 2 согласно (46), (47) быстрого обратного ЦКП порядка 8 системы II.

Параметры  $r, s, q$  для известных ЦКП порядка 8, которые используются в современных международных стандартах H.264/AVC, WMV-9, AVS (Китай), представлены в табл. 1, а их вычислительная сложность приведена в табл. 2.

Предложенные преобразования могут выполняться в трех формах: матричное

**Таблица 3**

| Характеристика вычислительной сложности | Оценка сложности известных преобразований |             |                |             |              |                |                          |
|---|---|-------------|----------------|-------------|--------------|----------------|--------------------------|
|   | OICT, PB [4]                              | ICT, PB [7] | ICT, FF [1, 8] | ICT, FF [6] | ICT, FF [10] | ONICT, FF [11] | ONICT, PB (H.265) [2, 3] |
| Умножение<br>(1 умн. = 2 слож.)         | —   | —           | —              | —           | —            | 31             | 86                       |
| Сложение                                | 142                                       | 164         | 88             | 80          | 124          | 144            | 100                      |
| Сдвиг                                   | 32  | 34          | 24             | 20          | 46           | —              | 16                       |
| Всего операций                          | 174                                       | 198         | 112            | 100         | 170          | 206            | 288                      |
| Число итераций                          | 4   | 4           | 4              | 4           | 5            | 6              | 4                        |
| Память для квантования                  | —   | +           | +              | +           | +            | —              | —                        |
| Число бит элемента матрицы              | 6   | 6           | 5              | 5           | 10           | 14             | 8                        |

**Таблица 4**

| Характеристика вычислительной сложности | Оценка сложности предложенных преобразований |                |          |          |                     |               |
|---|--|----------------|----------|----------|---------------------|---------------|
|   | ICT-I (H.264)                                | ICT-II (H.264) | OICT-I-1 | OICT-I-2 | ONICT-I (H.265), PB | ONICT-I-1, FF |
| Умножение<br>(1 умн.=2 слож.)           | —  | —              | —        | —        | 46                  | 4             |
| Сложение                                | 80   | 72             | 82       | 82       | 72                  | 92            |
| Сдвиг                                   | 22   | 18             | 18       | 24       | 16                  | 42            |
| Всего операций                          | 102  | 90             | 100      | 106      | 180                 | 142           |
| Число итераций                          | 4  | 4              | 4        | 4        | 4                   | 5             |
| Память для квантования                  | +  | +              | —        | —        | —                   | —             |
| Число бит элемента матрицы              | 5  | 5              | 4        | 5        | 7                   | 7             |

#### Эффективность кодирования на основе преобразования для 1D моделей.

Важным критерием (мерой) для оценки характеристики сжатия есть эффективность кодирования  $G_{TC}$  на основе преобразования. При оптимальном распределении бит в процессе квантования коэффициентов преобразования эффективность кодирования  $G_{TC}$  на основе преобразования определяется соотношением среднего арифметического и геометрического дисперсий коэффициентов преобразования  $\sigma_{x_i}^2$  ( $0 \leq i < N$ ). Оценка  $G_{TC}$  определяется как [19]:

$$G_{TC} = 10 \log_{10} \frac{\frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} \sigma_{x_i}^2}{\left( \prod_{i=0}^{N-1} \sigma_{x_i}^2 \|f_i\|^2 \right)^{1/N}}, \text{ дБ,}$$

где  $\sigma_{x_i}^2$  — дисперсия  $i$ -го коэффициента преобразования,  $\|f_i\|^2$  —  $L_2$ -норма  $i$ -й базисной функции матрицы преобразования (которая стремится к единице для преобразования с ортонормированным базисом).

#### Эффективность кодирования на основе преобразования для 2D моделей.

Для адекватного представления блока изображения размера  $N \times N$  используются такие 2D несепарабельные корреляционные модели: обобщенная корреляционная

модель [15, 17, 20], изотропная корреляционная модель [16, 20], корреляционная модель 2D изотропного марковского процесса [16, 18] с корреляционной функцией  $R(m, n) = \rho^{\sqrt{m^2 + n^2}}$  с нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсией.

Для оценки  $G_{2TC}$  (2D моделей) есть другая мера, которая определяется как [21]:

$$G_{2TC} = 10 \log_{10} \frac{\frac{1}{N^2} \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} \sigma_R^2(i, j)}{\left[ \prod_{i=0}^{N-1} \prod_{j=0}^{N-1} \sigma_R^2(i, j) \|f_i\|^2 \|f_j\|^2 \right]^{1/N^2}}, \text{ дБ},$$

где  $\sigma_R^2(i, j)$  — дисперсия  $(i, j)$ -х элементов матрицы  $V$ ;  $\|f_i\|^2, \|f_j\|^2$  — нормы  $L_2$   $i$ -х и  $j$ -х базисных функций матрицы преобразования (которые стремятся к единице для ортонормированного базиса). Величина  $G_{2TC}$  увеличивается при больших размерах блоков или при больших значениях  $\rho$ . В целом с увеличением размера блока возрастает как степень сжатия, так и вычислительная сложность. Наиболее часто используются блоки размера  $8 \times 8$  и  $16 \times 16$ .

**Результаты тестирования и их анализ.** Результаты тестирования по характеристике эффективности кодирования  $G_{TC}$ , а также  $G_{2TC}$  на 2D модели изотропного марковского процесса при средних значениях коэффициентов корреляции  $\rho'_v, \rho'_h = 0,55 \div 0,85$  для преобразований с блоком  $16 \times 16$  представлены в табл. 5.

**Таблица 5**

| Преобразование<br>для блоков $16 \times 16$            | Оценка эффективности кодирования при коэффициенте корреляции $\rho$ |       |       |       |       |       |       |        |       |
|--|---|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|-------|
|  | 0.55  | 0.6   | 0.65  | 0.7   | 0.75  | 0.8   | 0.85  | 0.9    | 0.95  |
|  | $G_{TC}$ , дБ для $\rho = 0,55 \div 0,95$                           |       |       |       |       |       |       |        |       |
| DCT  | 1,433   | 1,779 | 2,195 | 2,698 | 3,321 | 4,115 | 5,177 | 6,726  | 9,455 |
| H.265 [2,3]  | 1,432   | 1,779 | 2,194 | 2,697 | 3,320 | 4,114 | 5,176 | 6,725  | 9,454 |
| [9]  | 1,429   | 1,775 | 2,189 | 2,692 | 3,313 | 4,106 | 5,166 | 6,711  | 9,435 |
| [7]  | 1,395   | 1,732 | 2,134 | 2,622 | 3,225 | 3,995 | 5,027 | 6,539  | 9,222 |
| AVS [8]  | 1,277   | 1,587 | 1,958 | 2,411 | 2,975 | 3,701 | 4,685 | 6,142  | 8,764 |
| [4]  | 1,324   | 1,649 | 2,039 | 2,514 | 2,878 | 3,858 | 4,873 | 6,3653 | 9,028 |
| H.264 [6]  | 1,182   | 1,484 | 1,853 | 2,307 | 3,071 | 3,619 | 4,626 | 6,118  | 8,787 |
| ICT-I (H.264)  | 1,295   | 1,617 | 2,005 | 2,480 | 3,071 | 3,831 | 4,857 | 6,364  | 9,045 |
| ICT-II (H.264)   | 1,233   | 1,541 | 1,915 | 2,374 | 2,950 | 3,690 | 4,697 | 6,187  | 8,855 |
| ICT-I-1, OICT-I-1                                      | 1,254   | 1,565 | 1,941 | 2,402 | 2,979 | 3,722 | 4,730 | 6,220  | 8,891 |
| OICT-I-2   | 1,283   | 1,601 | 1,983 | 2,450 | 3,031 | 3,777 | 4,782 | 6,261  | 8,904 |
| ONICT-I-1  | 1,304   | 1,628 | 2,019 | 2,497 | 3,092 | 3,857 | 4,887 | 6,401  | 9,089 |
| $G_{2TC}$ , дБ для $\rho'_v, \rho'_h = 0,55 \div 0,85$ |   |       |       |       |       |       |       |        |       |
| DCT  | 5,26  | 5,80  | 6,41  | 7,11  | 8,43  | 9,50  | 10,86 | 12,76  | 15,98 |
| H.265 [2,3]  | 5,27  | 5,81  | 6,42  | 7,13  | 7,97  | 9,01  | 10,39 | 12,24  | 15,21 |
| [9]  | 5,25  | 5,79  | 6,39  | 7,09  | 8,40  | 9,47  | 10,84 | 12,82  | 16,00 |
| [7]  | 5,06  | 5,57  | 6,16  | 6,86  | 8,07  | 9,17  | 10,61 | 12,34  | 15,48 |
| [4]  | 5,11  | 5,53  | 6,03  | 6,60  | 7,87  | 8,88  | 10,16 | 11,78  | 14,68 |
| H.264 [6]  | 4,25  | 4,70  | 5,23  | 5,86  | 6,81  | 7,83  | 9,19  | 11,19  | 14,33 |
| AVS [8]  | 5,13  | 5,65  | 6,23  | 6,92  | 8,17  | 9,22  | 10,57 | 12,61  | 15,60 |
| ICT-I (H.264)  | 5,39  | 5,76  | 6,39  | 7,04  | 8,19  | 9,05  | 10,30 | 12,01  | 15,05 |
| ICT-II (H.264)   | 5,36  | 5,92  | 6,40  | 7,07  | 8,35  | 9,34  | 10,50 | 12,13  | 14,98 |
| ICT-I-1, OICT-I-1                                      | 5,41  | 5,89  | 6,32  | 6,99  | 7,48  | 8,21  | 9,36  | 11,06  | 13,98 |
| ONICT-I-1  | 5,19  | 5,79  | 6,24  | 7,01  | 7,63  | 8,60  | 9,70  | 11,522 | 14,12 |

Таблица 6

| Класс                                  | Тестовые изображения*   | Коэффициенты корреляции тестовых изображений |          | Среднее значение $\rho'_v$ и $\rho'_h$ для блоков |           |              |           |
|--|-------------------------|--|----------|---|-----------|--------------|-----------|
|  |                         |  |          | $16 \times 16$                                    |           | $8 \times 8$ |           |
|  |                         | $\rho_v$                                     | $\rho_h$ | $\rho'_v$   | $\rho'_h$ | $\rho'_v$    | $\rho'_h$ |
| A                                      | DSC00373<br>(2048x2048) | 0,985  | 0,984    | 0,838   | 0,859     | 0,770        | 0,788     |
| B                                      | p9160541<br>(1536x1536) | 0,952  | 0,954    | 0,743   | 0,797     | 0,692        | 0,739     |
| C                                      | p9160554<br>(1024x1024) | 0,922  | 0,948    | 0,759   | 0,796     | 0,698        | 0,737     |
| D                                      | 24259<br>(800x800)      | 0,928  | 0,939    | 0,572   | 0,649     | 0,475        | 0,569     |
| E                                      | Map (256x256)           | 0,768  | 0,789    | 0,551   | 0,573     | 0,469        | 0,499     |
| E                                      | Lev (256x256)           | 0,845  | 0,814    | 0,685   | 0,582     | 0,639        | 0,541     |
| Среднее значение $\rho'_v$ , $\rho'_h$ |                         | —  | —        | 0,691   | 0,709     | 0,624        | 0,645     |
| Минимальное значение $\rho$ , $\rho'$  |                         | 0,768  | 0,789    | 0,551   | 0,573     | 0,469        | 0,499     |
| Максимальное значение $\rho$ , $\rho'$ |                         | 0,985  | 0,984    | 0,838   | 0,859     | 0,770        | 0,788     |

\*<http://people.csail.mit.edu/torralba/images/pictures.tar.gz>

Коэффициенты корреляции  $\rho_v$ ,  $\rho_h$  тестовых изображений и их средние значения  $\rho'_v$ ,  $\rho'_h$  для блоков  $N \times N$  ( $N = 8, 16$ ) приведены в табл. 6.

Предложенные одноромбовые преобразования OICT-I-1 и OICT-I-2 обеспечивают повышение качества по характеристике  $G_{TC}$  (табл. 5) по сравнению с известными преобразованиями данного класса [5, 6] на 0,1–0,3 дБ больше, а преобразование ONICT-I-1 обеспечивает повышение качества на 0,16–0,48 дБ. При преобразовании типа II по сравнению с преобразованием типа I имеем по данной характеристике на 0,12–0,19 дБ ниже качество, однако имеем меньшую вычислительную сложность на 12 операций сложения.

Экспериментальные результаты эффективности кодирования по характеристике PSNR (дБ) на разных классах тестовых изображений при нормальном (27÷37) диапазоне QP и высоком (37÷47) диапазоне QP для предложенных преобразований по сравнению с H.265 приведены в табл. 7. Также даны средние значения экспериментальных результатов эффективности кодирования по характеристике PSNR на классах B, D и E тестовых изображений для нормальных и высоких QP для предложенных и известных преобразований данного класса по сравнению с H.265.

Преобразование OICT-I-1 по сравнению с преобразованием в стандарте H.265 обеспечивает повышение качества по средним значениям характеристики PSNR для тестовых изображений: для нормального диапазона QP принимает максимальное значение 0,506 дБ, для высокого диапазона QP — 0,221 дБ, а преобразование OICT-I-2 обеспечивает повышение качества по характеристике PSNR: для нормального диапазона QP принимает максимальное значение 0,342 дБ и снижение качества для высокого диапазона QP на 0,11–0,144 дБ меньше.

Для преобразования OICT-I-2 среднее повышение характеристики PSNR для нормального диапазона QP варьируется от +0,342 до +0,114 дБ, а для высокого диапазона QP среднее снижение PSNR варьируется от -0,198 до -0,11 дБ. Однако для предлагаемого преобразования OICT-I-1 среднее повышение PSNR для нормального диапазона QP варьируется от +0,189 до +0,506 дБ, а для высокого диапазона QP варьируется от +0,221 до +0,002 дБ.

Таблица 7

| Класс изображений                   | Преобразование  | Результаты эффективности кодирования по характеристике PSNR для QP |        |        |        |        |
|-------------------------------------|-----------------|--|--------|--------|--------|--------|
|                                     |                 | 27   | 32     | 37     | 42     | 47     |
| B                                   | ONICT-I (H.265) | -0,601   | -0,737 | -0,762 | -0,65  | -0,377 |
|                                     | ONICT-I-1       | -0,567   | -0,676 | -0,716 | -0,622 | -0,364 |
|                                     | OICT-I-1        | -0,977   | +0,026 | +0,079 | -0,068 | -0,033 |
|                                     | OICT-I-2        | -0,078   | -0,246 | -0,407 | -0,439 | -0,246 |
|                                     | AVS [8]         | -1,279   | -1,374 | -1,361 | -1,163 | -0,699 |
| D                                   | ONICT-I (H.265) | -0,214   | -0,222 | -0,229 | -0,173 | -0,101 |
|                                     | ONICT-I-1       | -0,165   | -0,184 | -0,209 | -0,159 | -0,095 |
|                                     | OICT-I-1        | +0,619   | +0,538 | +0,224 | +0,089 | +0,031 |
|                                     | OICT-I-2        | +0,437   | +0,172 | -0,048 | -0,077 | -0,045 |
|                                     | AVS [8]         | -0,272   | -0,352 | -0,393 | -0,288 | -0,177 |
| E                                   | ONICT-I (H.265) | -0,112   | -0,180 | -0,232 | -0,161 | -0,080 |
|                                     | ONICT-I-1       | -0,049   | -0,114 | -0,205 | -0,146 | -0,079 |
|                                     | OICT-I-1        | +0,924   | +0,954 | +0,361 | +0,078 | +0,007 |
|                                     | OICT-I-2        | +0,668   | +0,415 | +0,022 | -0,079 | -0,038 |
|                                     | AVS [8]         | -0,570   | -0,443 | -0,398 | -0,289 | -0,127 |
| Среднее значение на классах B, D, E | ONICT-I (H.265) | -0,309   | -0,380 | -0,408 | -0,328 | -0,186 |
|                                     | ONICT-I-1       | -0,260   | -0,325 | -0,377 | -0,309 | -0,179 |
|                                     | OICT-I-1        | +0,189   | +0,506 | +0,221 | +0,033 | +0,002 |
|                                     | OICT-I-2        | +0,342   | +0,114 | -0,144 | -0,198 | -0,110 |
|                                     | AVS [8]         | -0,707   | -0,723 | -0,717 | -0,580 | -0,334 |

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей статье предложены матричные методы построения быстрых простых ЦКП двух типов порядка 16. На основе этих методов разработаны быстрые алгоритмы для двух систем преобразований низкой сложности без выполнения операций умножения. Предложен универсальный метод построения быстрых ЦКП систем I и II порядка 8 и разработаны их быстрые алгоритмы.

Впервые введено целочисленное ступенчатое преобразование, которое является обобщением известных целочисленных наклонных преобразований в базисе ступенчатых функций, предложен его быстрый алгоритм, а также введена новая мера оценки характеристики эффективности кодирования для изображения 2D моделей  $G_{2TC}$ .

Предложенные простые целочисленные преобразования OICT-I-1 и OICT-I-2 низкой сложности в отличие от известных [10, 11, 3] имеют в 1,7–2,9 раз больше быстродействие без выполнения операции умножения с минимальным числом итераций (4 итерации) и обеспечивают повышение качества при видеокодировании по характеристике PSNR — на 0,2–0,5 дБ выше стандарта H.265.

Таким образом, изложенные преобразования могут быть предложением для улучшения нового стандарта H.265 высокоеффективного видеокодирования.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Cham W.K., Fong C.K., Dong J. et al. Adaptive Block-size Transform for AVS-X // AVS-M2284, Lijiang, March 2008.
- Bross B., Han W.-J., Sullivan G. S., Ohm J.-R., and Wiegand T., eds. High efficiency video coding (HEVC) text specification draft 6 // Doc. JCTVC-H1003, San Jose, CA, USA, Febr., 2012.
- Fuldseth A., Bjøntegaard G., Budagavi M., Sze V. CE10: Core transform design for HEVC // Doc. JCTVC-G495, Geneva, CH, November, 2011.
- Wien M. ABT coding for higher resolution video // Doc. JVT-B053, JVT of ISO/IEC MPEG and ITU-T VCEG, Geneva, Switzerland, Jan. 2002.

5. Cham W.K., Chan Y.T. An order-16 integer cosine transform // IEEE Trans. Signal Process. — 1991. — **39**, N 5. — P. 1205–1208.
6. Ma S., Kuo C.C. High-definition video coding with supermacroblocks. // Proc. SPIE Vis. Commun. Image Process., **6508**. Jan. 2007. — P. 650816-1-650816-12.
7. Lee B., Kim M., Park C. et al. A 16x16 transform kernel with quantization for (ultra) high definition video coding // ITU-T VCEG, Doc. VCEG-AK13, Yokohoma, Japan, April 2009.
8. Fong C.K., Cham W.K. Simple order-16 integer transform for video coding // Proc. IEEE Int. Conf. on Image Proceeding, Sept. 26–29, Hong Kong, 2010. — P. 161–164
9. Joshi R., Reznik Y., Karczewicz M. Simplified transforms for extended block sizes // Doc. ITU-T VCEG, VCEG-AL30, July 2009.
10. Joshi R., Reznik Y., Sole J., Karczewicz M. Efficient 16 and 32-point transforms // Doc. JCTVC-D256, Daegu, KR, Jan., 2011.
11. Alshina E., Alshin A., Kim I-K., Topiwala P. CE10: Full-factorized core transform proposal by Samsung/FastVDO//Doc. JCTVC-F251, Torino, Italy, July 2011.
12. Гнатів Л.О., Луц В.К. Новий підхід до розробки швидких цілочисельних косинусних перетворень низької складності для сумісних адаптивних блочних перетворень // Мат. пробл.- наук. міжгалуз. конф. «Інформаційні проблеми комп’ютерних систем, юриспруденції, енергетики, економіки, моделювання і управління» (ПНМК–2010), 01–04 червня 2010 р., Україна, Бучач, Східниця, Карпати: Зб. наук. праць Бучачського ін-ту менеджменту і аудиту. — Бучач. — 2010. — **1**, № 6. — С. 97–102
13. Гнатів Л.О. Методи побудови простих цілочисельних косинусних перетворень порядку 16 для високоефективного відеокодування // Мат. пробл.-наук. міжгалуз. конф. «Інформаційні проблеми комп’ютерних систем, юриспруденції, енергетики, економіки, моделювання та управління» (ПНМК–2011), 2011 р., Україна, Яремча, Карпати. — С. 40–46.
14. Шевчук Б.М., Задірака В.К., Гнатів Л.О., Фраєр С.В. Технологія багатофункціональної обробки і передачі інформації в моніторингових мережах. — Київ: Наук. думка, 2010. — 378 с.
15. Гнатів Л.А. Ортогональные преобразования в базисах наклонных ступенчатых функций. II. Методы генерирования ортогональных наклонных преобразований и их быстрые алгоритмы для кодирования и сжатия изображений // Кибернетика и системный анализ. — 2005. — № 4. — С. 116–132.
16. Гнатів Л.А., Шевчук Е.С. Методы синтеза эффективных ортогональных преобразований высокой и низкой корреляции и их быстрых алгоритмов для кодирования и сжатия цифровых изображений // Кибернетика и системный анализ. — 2002. — № 6. — С. 104–117.
17. Mauersberger W. Generalized correlation model for designing 2-dimensional image coders // Electron. Lett. — 1979. — **15**, N 20. — P. 664–665.
18. Cham W.K. Development of integer cosine transforms by the principle of dyadic symmetry // IEE Proceedings. — 1989. — **136**, Pt. I, N 4. — P. 276–282.
19. Reznik Y. A., Chivukula R. K. Design of fast transforms for high-resolution image and video coding // Proc. SPIE Vol. 7443, Applications of Digital Image Processing, 2009. — P. 1–18.
20. Akansu A.N. Haddad R.A. Factorization of the coefficient variance matrix in orthogonal transforms // IEEE Trans. Signal Processing. — 1991. — **39**, № 3. — P. 714–718.
21. Гнатів Л.О. Метод побудови простих цілочисельних косинусних ступінчастих перетворень порядку 16 для високоефективного відеокодування // Пр. міжнар. молодіж.: Мат. шк. «Питання оптимізації обчислень» (ПОО–2011), Україна, Крим, смт. Кацивелі, 22–29 вересня 2011. — С. 39–40.

Поступила 22.10.2013