

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И МАТЕМАТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ В ЗАДАЧАХ КАНАЛЬНОГО КОДИРОВАНИЯ: МНОГОАЛЬТЕРНАТИВНЫЕ ПРАВИЛА

Аннотация. Построена модель решающих процедур статистических правил для определения возможности использования многоальтернативных методов принятия решения в задачах декодирования полной кодовой конструкции. Определены правила и меры количества информации, а также установлены пороги принятия решения с целью возможного восстановления полной кодовой конструкции информационного потока данных.

Ключевые слова: многоальтернативные методы, целостность данных, каналное кодирование, статистические правила, гипотезы.

ВВЕДЕНИЕ

Под целостностью информации понимаем такое свойство, при котором информация не может быть модифицирована неавторизованным пользователем или процессом. Другими словами, целостность информации является отсутствием искажений или модификаций, которые не санкционированы владельцем информации независимо от причин или источников их возникновения.

Искажение информации, т.е. нарушение целостности, возможно на любом этапе ее циркулирования в информационно-коммуникационных сетях: при хранении, передаче или обработке. Причины сбоев могут быть случайными или намеренными. И те, и другие действия искажают некоторое количество символов в цифровом представлении информации (в информационной кодовой конструкции) и в этом понимании представляют угрозу свойствам защищенности информационных ресурсов, а именно целостности и доступности.

Поэтому обеспечение целостности информационных ресурсов является одним из наиболее актуальных при разработке и эксплуатации информационных систем и их элементов. Это подтверждается требованиями относительно общего времени на обработку и передачу данных, а также допустимой вероятностью ошибок в сообщениях.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Задача помехоустойчивого канального кодирования — обеспечение целостности информационных сообщений с использованием помехоустойчивых корректирующих кодов. Помехоустойчивым корректирующим кодированием называется такой вид кодирования, при котором появляется возможность реализовывать программные, аппаратные или программно-аппаратные средства выявления и устранения искажений в информационных сообщениях.

Суть настоящей статьи — построение моделей решающих процедур статистических правил для определения возможности использования стандартных многоальтернативных методов принятия решения, а также проведения анализа их адекватности для задач достоверного декодирования полной кодовой конструкции информационного потока данных.

АНАЛИЗ МНОГОАЛЬТЕРНАТИВНЫХ МЕТОДОВ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЯ

В результате проведенного анализа авторами выделены основные требования и критерии относительно формирования современных методов сверточного помехоустойчивого декодирования информационных потоков спутниковых каналов связи [1–4, 6, 7]:

- обеспечение сокращения времени на принятие окончательного твердого решения относительно восстановления полной кодовой последовательности;
- отказ от прохождения всех этапов решетки сверточного кодирования на основе решения многоальтернативных задач;
- уменьшение избыточности помехоустойчивого кода за счет повышения достоверности процедур декодирования;
- использование последовательных правил принятия решений за счет накопления достаточного количества информации на базе более информативных параметров сигнала;
- возможность остановки процесса декодирования в случае соответствия функции правдоподобности установленным порогам принятия решения на основании достаточного количества информации (вальдовский подход).

Предложенные авторами новые методы оптимального декодирования информационных потоков были разработаны на основе решения многоальтернативных задач с учетом последовательных правил принятия решений. Однако данные методы сформированы на базе информативных параметров кодовых конструкций с использованием традиционных, статистических правил принятия решения относительно той или иной гипотезы. Данные критерии характеризуются расчетной мерой минимального количества информации и сформированными порогами принятия решения. Апробация и внедрение таких методов обычно используется при решении задач по радиотехнике, радиолокации и навигации с количеством гипотез N , которое не превышало 10 для информационных объектов разных классов.

В случае решения задач сверточного декодирования на основе многоальтернативных правил процедуры принятия решений должны обработать информационные составляющие кодовых конструкций, число возможных комбинаций которых составляет, как минимум 512. Таким образом, необходимо решить многоальтернативную задачу при количестве гипотез $N = 512-1024$ с учетом возможности появления повторяющихся кодовых конструкций или кодовых слов с подобными информационными параметрами.

Также необходимо провести анализ и построить модели статистических правил на основе многоальтернативных методов принятия решения и определить их адекватность для задач помехоустойчивого декодирования полной кодовой конструкции информационного потока при постоянном увеличении количества альтернативных гипотез.

Рассмотрим возможность построения математических моделей процедур оптимального декодирования информационных потоков на основе решения многоальтернативной задачи принятия решений. Данные модели должны быть построены с учетом обеспечения сокращения времени на принятие твердого решения с учетом восстановления полной кодовой последовательности на базе информативности параметров.

В современной статистической теории для решения многоальтернативных задач известны математические критерии Котельникова, Байеса, Шеннона, Фишера, Кульбака. Данные методы предоставляют возможность использования критериев и процедур идентификации информационных сигналов на основе минимально достаточного количества информации $I^{(x)}$ с определенными порогами принятия решений $V^{(x)}$. Из табл. 1 видно, что порог принятия решения $V_K^{(1)}$ при количестве гипотез от 3 до 10 изменяется в пределах от 0.67 до 0.2 [5, 8]. Однако данные правила разработаны для идентификации сигналов, сформированных от разных классов информационных объектов с резко различимыми информационными параметрами (например, «Боинг» и спортивный самолет) и имеют конкретные недостатки:

Таблица 1

Критерий	Математический аппарат	Классические пороги принятия решения при количестве гипотез $N = 3-10$							
		3	4	5	6	7	8	9	10
Котельникова, Байеса	$V_K^{(1)} = 1 - I_K^{(1)} =$ $= 1 - \frac{N-2}{N} = \frac{2}{N}$	0.67	0.5	0.4	0.33	0.28	0.25	0.22	0.2
Шеннона	$V_{Sh}^{(3)} = 1 - I_{Sh}^{(3)} =$ $= 1 - \ln(N-1) = \ln\left(\frac{e}{N-1}\right)$	0.30	0.09	0.4	0.60	0.79	0.94	1.07	1.2
Фишера	$V_F^{(4)} = 1 - I_F^{(4)} =$ $= 1 - \ln\left(\frac{1}{N-1}\right) \cdot \ln\left(\frac{N-1}{N^2}\right) =$ $= \ln(e) + \ln^2(N-1) -$ $- 2 \ln N \cdot \ln(N-1)$	0.04	0.82	1.5	2.17	2.76	3.30	3.81	4.3

— в определенных правилах не учитывается ситуация, когда возможны появления двух или более одинаковых гипотез одновременно, а также информационных объектов с подобными (слаборазличимыми) параметрами;

— статистические пороги, которые сформированы на базе минимально достаточного количества информации, при увеличении количества альтернативных гипотез ($N = 50-100$) теряют физический смысл и практически равны нулю.

Таким образом, классические многоальтернативные правила принятия решения неадекватны в случае их применения для задач, решаемых с целью идентификации полной кодовой конструкции с количеством гипотез больше 10. Также рассчитанные пороги принятия решения завышены и недостижимы в ситуациях, когда при идентификации сигналы имеют одинаковые или подобные параметры (это касается не только задач декодирования кодовых комбинаций, но и всех радиотехнических задач).

РАЗРАБОТКА МЕТОДОВ ВОССТАНОВЛЕНИЯ КОДОВЫХ КОНСТРУКЦИЙ И ПОСТРОЕНИЕ МОДЕЛЕЙ ПРОЦЕДУР СТАТИСТИЧЕСКИХ ПРАВИЛ

Задача многоальтернативности в рассматриваемом случае носит сложный характер. Под кодовыми конструкциями будем понимать информационные сигналы информационно-коммуникационных систем и сетей, которые представлены кодовым словом, сформированным на базе методов помехоустойчивого канального кодирования в виде последовательности радио- или видеоимпульсов (рис. 1). Наиболее часто цифровые сигналы представляются как 16–32-битные архитектуры, а количество гипотез при этом растет: $N \rightarrow 2048$.

При данной постановке задачи растет вероятность возникновения информационных сигналов с идентичными параметрами. В этом случае возможно появление переданных по каналу связи кодовых слов, параметры конструкций которых слаборазличимы, т.е. отличаются на нуль, одну, две или три позиции расстояния Хемминга (совпадают или различаются на 1–3 бит). В данном случае отмеченные пороги принятия решения по критериям Котельникова, Байеса, Шеннона, Фишера, Кульбака статистически недостижимы и их процедуры становятся нерабочими.

Существующие классические правила принятия решения при реализации последовательных многоальтернативных задач чрезвычайно важны, но неадекватны при решении поставленной задачи. Рассмотренные классические правила принятия решения, в свою очередь, не обеспечивают минимально достаточного количества информации при принятии окончательного заключения в решении

задач идентификации слаборазличимых кодовых конструкций. Иными словами, необходимо, чтобы порог принятия решения уменьшался и был таким, который обеспечивал бы идентификацию и принятие решения о восстановлении полной кодовой конструкции в сложной ситуации.

Решение установленного противоречия между количеством слаборазличимых гипотез и величиной статистического порога принятия решения возможно с учетом появления одинаковых гипотез одновременно, т.е. одновременно возможное появление одной и той же кодовой конструкции (предельный случай $N = 10$). В данном случае при наличии в подмножестве n совпадающих или слаборазличимых кодовых слов значение статистического порога принятия решения V_{\min} не может превышать $1/n$. Данный порог является действительно минимальным, что характеризует минимально достаточное количество информации о кодовом слове.

Таким образом, для решения многоальтернативных задач на базе минимально достаточного количества информации при восстановлении полного кодового слова существуют два статистических порога принятия решений:

— нижний порог принятия решения, равный $V_{\min} = 1/n$, при появлении во множестве N кодовых слов n , которые имеют слаборазличимые параметры, т.е. кодовых конструкций, которые имеют минимальное расстояние Хемминга (до 4 бит) между ближними позициями или которые полностью совпадают;

— верхний порог принятия решения, который равен V_{\max} и установлен на основе стандартных статистических правил для информационных сигналов с четко различимыми параметрами (см. табл. 1).

Следовательно, в дальнейшем речь идет о двухпороговых процедурах принятия решения для слабо- и сильноразличимых гипотез. Зависимость статистических порогов принятия решения от количества альтернативных гипотез $N = 3-10$ представлена на рис. 1.

Решение данного вопроса позволяет перейти к следующему и наиболее важному противоречию между растущим количеством альтернативных гипотез и величиной статистического порога принятия решения. Такое решение возможно на основе достижения минимально достаточной меры количества информации, которая сформирована с учетом наиболее информативных параметров сигналов.

Разработаем статистические модели процедур решения сложных многоальтернативных задач с учетом наличия альтернативных гипотез со слаборазличимыми параметрами и на базе математического моделирования сформируем график зависимости статистических порогов принятия решений от возрастающего количества гипотез.

Под информативными параметрами сигнала будем понимать спектральное представление последовательности кодовых слов. Данный вид представления параметров сигнала является наиболее информативным для формирования порогов принятия решения на базе минимально достаточного количества информации. Для спектрального представления сигналов используем прямое преобразование Фурье,

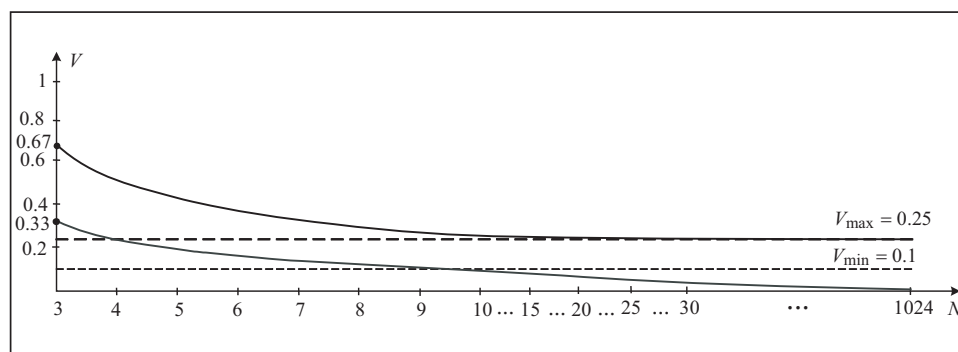


Рис. 1. График зависимости двухпороговой процедуры принятия решения от количества гипотез

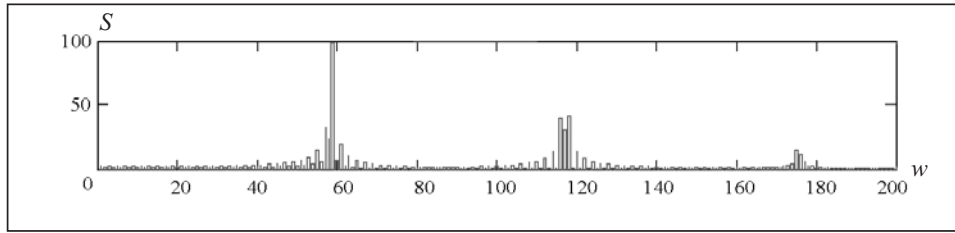


Рис. 2. Спектральное представление слабозличимых кодовых конструкций

т.е. данный сигнал будет представляться в виде суммы гармонических составляющих с разными частотами [6, 7]. Следовательно, за наиболее информативный параметр информационного сигнала выбираем не дискретные часовые отсчеты сигнала, а дискретные значения энергетических составных спектров соответствующих кодовых конструкций. Спектры сигналов при заданной частоте w изображены на рис. 2.

Поскольку далее спектральное представление сигнала используется при расчетах условных вероятностей и выборе наиболее вероятной гипотезы, будем акцентировать внимание на количестве информации $I_k(x)$, которое отвечает каждой гипотезе $\{H_k\}$, где $k=1, \dots, N$ [5], т.е. для каждой гипотезы $\{H_k\}$ вычисляется количество информации $I_k(x)$, которое содержится в спектре. В этом случае обозначим $S_i(x_j)$ ($j=1, \dots, N, i=1, \dots, N$) спектральное представление принятого информационного сигнала при наличии в канале связи аддитивного белого гауссового шума.

Мера количества информации, рассчитываемая для каждой гипотезы $\{H_k\}$, имеет вид

$$I_k(x) = \Psi(p_k(x)) - \Psi(q_k(x)), \quad (1)$$

где $p_k(x)$ — априорная вероятность появления информационного сигнала из множества N ; $q_k(x)$ — апостериорная вероятность появления информационного сигнала; $\Psi(p_k(x))$ — обобщенная мера неопределенности для информационного сигнала, рассчитанная по априорным вероятностям; $\Psi(q_k(x))$ — обобщенная мера неопределенности для k -го информационного сигнала, рассчитанная по апостериорным вероятностям.

Учитывая, что в качестве информативного параметра сигнала используется спектральное представление, формула (1) примет вид

$$I_k[P(H_k / S_i(x_j))] = \Psi[P(H_k)] - \Psi[P(H_k / S_i(x_j))],$$

где $P(H_k)$ — априорная вероятность появления информационного сигнала $s_k(H_k)$ из множества N ; $P(H_k / S_i(x_j))$ — апостериорная вероятность появления информационного сигнала; $\Psi(P(H_k))$ — обобщенная мера неопределенности, рассчитанная по априорным вероятности появления гипотезы $\{H_k\}$,

$$\Psi(P(H_k)) = \varphi\left(\frac{f(P(H_k))}{P(H_k)}\right),$$

$\Psi[P(H_k / S_i(x_j))]$ — обобщенная мера неопределенности, рассчитанная по апостериорной вероятности,

$$\Psi[P(H_k / S_i(x_j))] = \varphi\left(\frac{f[P(H_k / S_i(x_j))]}{P(H_k / S_i(x_j))}\right).$$

Поскольку в качестве информативного параметра используем спектральное представление сигнала, условную плотность вероятности распределения найдем по формуле

$$W[S_i(x_j) / H_k] = \prod_{j=1}^N \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_k}} \exp\left(-\frac{(S_k(x_j) - m_{ij})^2}{2\sigma_k^2}\right), \quad (2)$$

где $S_i(x_j)$ — принятый сигнал, информативным параметром которого является спектральное представление, j ($j=1, \dots, N$) — пробег спектра в каждом принятом сигнале $S_i(x)$, i ($i=1, \dots, N$) — текущее значение информационного сигнала для множества гипотез; m_{ij} — математическое ожидание.

С учетом (2) получим общее байесовское выражение нахождения условной вероятности появления информационного сигнала, т.е. соответствующей гипотезы $\{H_k\}$ при условии принятого информационного сигнала $S_i(x_j)$:

$$P[H_k / S_i(x_j)] = \frac{\prod_{j=1}^N \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_k}} \exp\left(-\frac{(S_k(x_j) - m_{kj})^2}{2\sigma_k^2}\right)}{\sum_{j=1}^N \prod_{i=1}^N \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_i}} \exp\left(-\frac{(S_i(x_j) - m_{ij})^2}{2\sigma_i^2}\right)} \Bigg|_{\max}$$

Для принятия решения об идентификации принятой кодовой последовательности сигнала $S_i(x_j)$ используем следующую процедуру принятия решения с учетом наличия в кодовых последовательностях слаборазличимых кодовых слов:

$$I_k[P(H_k / S_i(x_j))] > V_{\max}.$$

На основе разработанных методов математического моделирования и проведенного анализа установленной закономерности можно сделать вывод, что при росте количества гипотез $N > 10$ и появлении во множестве N кодовых конструкций, слаборазличимых информационных сигналов, значение статистического порога V_{\max} для процедуры принятия решения становится фиксированным на соответствующем уровне, т.е. $V_{\min} = 0.25$. Статистические пороги становятся фиксированными на определенном уровне при появлении во множестве слаборазличимых кодовых конструкций и увеличении количества альтернативных гипотез (отмеченные пороги принятия решения по критериям Котельникова, Байеса, Шеннона, Фишера, Кульбака уменьшаются при увеличении количества гипотез и в итоге теряют физический смысл).

В рассматриваемом случае под термином «слаборазличимые кодовые конструкции» будем понимать сигналы, которые имеют минимальное расстояние Хемминга (не больше 4 бит) в близких позициях, $d_{ij} \approx 4$. При появлении во множестве информационных сигналов, имеющих разность не более 4 бит, байесовское правило принятия решения идентифицирует их как слаборазличимые гипотезы и фиксирует порог принятия решения на уровне $V_{\min} = 1/n \approx 0.25$.

Следовательно, фиксированное значение условной вероятности порогов принятия решения составляет 0.3–0.32 при условии отсутствия шумовой составляющей и на уровне $V_{\min} = 1/4 \approx 0.25$ при соотношении сигнал/шум = 3/2.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей статье проведен анализ многоальтернативных методов принятия решения. Установлено, что классические правила и пороги принятия решения статистически завышены и неадекватны при решении многоальтернативных задач в случае появления во множестве слаборазличимых кодовых конструкций и увеличении количества альтернативных гипотез. Показано, что при увеличении количества гипотез ($N > 10$) величина порога принятия решения представляет фиксированное значение.

Построена математическая модель решающих процедур статистических правил для определения возможности использования многоальтернативных методов принятия решения в задачах декодирования полной кодовой конструкции. В соответствии с этим определены меры количества информации, а также установлены пороги принятия решения с целью достоверного восстановления полной кодовой конструкции информационного потока данных.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Anderson J. B. Digital transmission engineering. Second edition. — New York: IEEE Press, 2009. — 435 p.
2. Moon T. K. Error correction coding: Mathematical methods and algorithms. — New York: Wiley, 2005. — 800 p.
3. Zhang Z. Network error correction coding in packetized networks // Information Theory Workshop, 2006. ITW'06 Chengdu. — New York: IEEE Press, 2006. — P. 433–437.
4. Воронин А. Н. Метод многокритериальной оценки и оптимизации иерархических систем // Кибернетика и системный анализ. — 2007. — № 3. — С. 84–92.
5. Косенко Г. Г. Метод последовательного расширения областей принятия решений в задачах распознавания // Радиоэлектроника. — 1980. — № 27. — С. 72–75.
6. Скляр Б. Цифровая связь: Теоретические основы и практическое применение. — М.: Издательский дом «Вильямс», 2007. — 1104 с.
7. Юдин О. К. Кодування в інформаційно-комунікаційних мережах. — К.: Національний авіаційний ун-т, 2007. — 308 с.
8. Юдин О. К., Чунарьова А. В. Оптимізація методів декодування інформаційних сигналів // Зб. наук. праць Ін-ту проблем моделювання в енергетиці ім. Г.Є. Пухова НАН України. — 2009. — Вип. 51. — С. 84–90.

Надійшла до редакції 11.06.2015

О.К. Юдин, Ю.К. Зятдинов, А.М. Воронин, А.В. Ільєнко **ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ ТА МАТЕМАТИЧНІ АСПЕКТИ** **В ЗАДАЧАХ КАНАЛЬНОГО КОДУВАННЯ:** **БАГАТОАЛЬТЕРНАТИВНІ ПРАВИЛА**

Анотація. Побудовано модель вирішальних процедур статистичних правил для визначення можливості використання багатоальтернативних методів прийняття рішення в задачах декодування повної кодової конструкції. Визначено правила і міри кількості інформації, а також встановлено пороги прийняття рішення з метою вірогідного відновлення повної кодової конструкції інформаційного потоку даних.

Ключові слова: багатоальтернативні методи, цілісність даних, каналне кодування, статистичні правила, гіпотези.

O.K. Yudin, Y.K. Ziatdinov, A.N. Voronin, A.V. Ilyenko **BASIC CONCEPTS AND MATHEMATICAL ASPECTS IN CHANNEL** **CODING: MULTI-ALTERNATIVE RULES**

Abstract. The result of the research in this paper is a mathematical model of procedures of statistical rules to determine the possibility of using multi-alternative methods of decision-making in problems of decoding a code construction. Rules and measures of information are defined, and decision thresholds are established in order to restore full information flow data.

Keywords: multi-alternative methods, the integrity of information, channel encoding, statistical rules, hypotheses.

Юдин Александр Константинович,

доктор техн. наук, профессор, директор учебно-научного института Компьютерных информационных технологий Национального авиационного университета, Киев,
e-mail: kszi@ukr.net.

Зятдинов Юрий Кашафович,

доктор техн. наук, профессор, заведующий кафедрой учебно-научного института Компьютерных информационных технологий Национального авиационного университета, Киев,
e-mail: oberst5555@gmail.com.

Воронин Альберт Николаевич,

доктор техн. наук, профессор Национального авиационного университета, Киев,
e-mail: alnv@voliacable.com.

Ільєнко Анна Вадимовна,

кандидат техн. наук, доцент учебно-научного института Компьютерных информационных технологий Национального авиационного университета, Киев, e-mail: chunariova@gmail.com.