



ПРОГРАМНО-ТЕХНИЧНИ КОМПЛЕКСИ

Л.А. ГНАТИВ

УДК 681.391, 681.3, 621.372

МЕТОД ПОСТРОЕНИЯ ПРОСТОГО ЦЕЛОЧИСЛЕННОГО КОСИНУСНОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ БОЛЬШОЙ РАЗМЕРНОСТИ ДЛЯ КОДИРОВАНИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ И ВИДЕО С ВЫСОКИМ РАЗРЕШЕНИЕМ

Аннотация. Рассмотрен матричный метод построения простого целочисленного косинусного ступенчатого преобразования порядка 32. Предложено однонормовое простое целочисленное преобразование порядка 32 и разработаны его быстрые алгоритмы, которые имеют в 4,3 раза меньшую вычислительную сложность, чем в известных алгоритмах, и в 19 раз — чем в стандарте H.265.

Ключевые слова: дискретное косинусное преобразование, целочисленное косинусное преобразование, целочисленное косинусное ступенчатое преобразование, масштабированное преобразование, факторизация, быстрое преобразование, эффективность кодирования, коэффициент сжатия, видеокодирование, H.264, H.265, AVS.

ВВЕДЕНИЕ

Современные видеостандарты, такие как H.264/AVC [1], VC-1 [2], AVS [3, 4], H.265 (HEVC) [5, 6], применяются в различных видео и используют целочисленные косинусные преобразования (ЦКП) размерами в пределах от 4 до 32. Однако преобразования, которые используются в стандарте H.265, не имеют быстрых алгоритмов, что приводит к большей вычислительной сложности при больших размерностях преобразования.

В [7, 8] предложен ряд простых целочисленных преобразований порядка 16 с быстрыми алгоритмами низкой сложности. В работах [9–11] изложены преобразования на основе целочисленной аппроксимации дискретного косинусного преобразования (ДКП) с быстрыми алгоритмами меньшей вычислительной сложности, чем преобразования в стандарте H.265 [6]. В [12, 13] рассмотрен метод построения простых ЦКП порядка 16, которые, в отличие от известных [11, 10], имеют в 1,4 и 1,65 раза меньшую вычислительную сложность и в 2,8 раза меньшую, чем в стандарте H.265. В [14] изложен метод построения ЦКП с быстрыми алгоритмами, а в [15] предложено ЦКП порядка 32 низкой сложности, которое, в отличие от известных [11] и [6], имеет соответственно в 2,7 и 13 раз меньшую вычислительную сложность. Кроме того, было предложено несколько других эффективных способов уменьшения сложности кодера, таких как улучшенные методы кодирования (intra-picture) и упрощенные VLC коэффициенты [16].

© Л.А. Гнатив, 2016

В настоящей статье рассмотрен матричный метод построения простого целочисленного косинусного ступенчатого преобразования порядка 32 на основе ЦКП порядка 16 с выполнением быстрых целочисленных преобразований, который обобщает метод, изложенный в работе [12].

МЕТОД ПОСТРОЕНИЯ ПРОСТОГО ЦЕЛОЧИСЛЕННОГО КОСИНУСНОГО СТУПЕНЧАТОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ПОРЯДКА 32

Построим матрицу простого целочисленного косинусного ступенчатого преобразования (ЦКСП) порядка 32, в которой первая и третья строки представляют 32-ступенчатые непарные косинусные функции. Остальные строки с нечетными номерами представляют 16-, 8- и 4-ступенчатые непарные простые косинусные функции. Строки с четными номерами представляют парные базисные функции ЦКП.

Рассмотрим матрицу $ICST_{32}^*$ размера 32×32 простого ЦКСП с переставленными строками, которая получена из матрицы $ICST_{32}$ путем перестановок строк сначала на основе двоично-инверсных перестановок (ДИП), а затем обратных (инверсных) перестановок (ОП) и перестановок по коду Грея (ПКГ) [17]:

$$ICST_{32}^* = P_2 P_1 P_{32} ICST_{32}, \quad (1)$$

где P_{32} — матрица 32×32 ДИП; P_1 — блочно-диагональная матрица 32×32 , содержащая единичную матрицу 12×12 I_{12} и матрицу 4×4 \bar{I}_{12} ОП; P_2 — блочно-диагональная матрица 32×32 с матрицами G_4 ПКГ и 4×4 P_4 ДИП; $P_1 = I_2 \otimes \text{diag} [I_{12}, \bar{I}_4]$, $P_2 = I_2 \otimes \text{diag} [G_4, P_4, G_4, G_4]$. Здесь символ \otimes обозначает операцию кронекеровского произведения матриц, I_2 — единичная матрица 2×2 .

Матрица $ICST_{32}^*$ размера 32×32 простого ЦКСП с переставленными строками может быть представлена матрицей ядра простого ЦКСП:

$$ICST_{32}^* = B_{32} S_{32}^*, \quad (2)$$

где S_{32}^* — матрица 32×32 ядра простого ЦКСП с переставленными строками, B_{32} — диагональная матрица 32×32 коэффициентов нормирования.

Матрица S_{32}^* может быть представлена рекуррентным методом:

$$S_{32}^* = \text{diag} [C_{16}^*, R_{16} \tilde{I}_{16} C_{16}^*] H_{32}^*, \quad (3)$$

где C_{16}^* — матрица 16×16 ядра ЦКП с переставленными строками на основе ДИП и ПКГ; H_{32}^* — фактор-матрица 32×32 с ненулевыми элементами ± 1 ; \tilde{I}_{16} — диагональная единичная матрица 16×16 с элементами ± 1 ; R_{16} — блочно-диагональная матрица 16×16 , содержащая матрицу 9×9 R_9 растягивания и единичную матрицу 7×7 I_7 :

$$H_{32}^* = \begin{bmatrix} I_{16} & \bar{I}_{16} \\ \bar{I}_{16} & -I_{16} \end{bmatrix}, \quad R_{16} = \text{diag} [R_9, I_7],$$

$$\tilde{I}_{16} = \text{diag} [I_8, -I_8], \quad \bar{I}_{16} = \text{antidiag} [I_{16}]. \quad (4)$$

Здесь I_8 , I_{16} — единичные матрицы 8×8 и 16×16 ; \bar{I}_{16} — антидиагональная единичная матрица 16×16 ; R_9 — матрица 9×9 растягивания, которая содержит на основной диагонали элементы r_1 , r_2 и единичную матрицу 7×7 I_7 , а на другой диагонали — элементы s и $-q$,

$$R_9 = \begin{bmatrix} r_1 & s \\ & I_7 \\ -q & r_2 \end{bmatrix}, \quad \tilde{I}_{16} = \begin{bmatrix} & & & & & & & & & 1 \\ & & & & & & & & & \dots \\ & & & & & & & & & 1 \\ & & & & & & & & & 1 \end{bmatrix}. \quad (5)$$

Произведение двух матриц $R_{16}\tilde{I}_{16}$ может быть представлено одной матрицей:

$$R_{16}\tilde{I}_{16} = \tilde{R}_{16}, \quad (6)$$

где \tilde{R}_{16} — блочная диагональная матрица 16×16 , содержащая матрицу 9×9 \tilde{R}_9 и единичную матрицу 7×7 $-I_7$; $\tilde{R}_{16} = \text{diag}[\tilde{R}_9, -I_7]$, \tilde{R}_9 — матрица, которая может быть представлена произведением двух матриц: $\tilde{R}_9 = R_9\tilde{I}_9$, \tilde{I}_9 — диагональная единичная матрица 9×9 , содержащая единичную матрицу 8×8 I_8 и элемент -1 , $\tilde{I}_9 = \text{diag}[I_8, -1]$. Для однонормового преобразования матрица \tilde{R}_9 представляется как произведение трех матриц: $\tilde{R}_9 = B_9R_9\tilde{I}_9$, $B_9 = \text{diag}[p'_1, I_7, p'_2]$, B_9 — диагональная матрица, содержащая элементы $p'_i = p_i / 2^{m_i}$, $i=1, 2$, и матрицу I_7 .

ЦЕЛОЧИСЛЕННОЕ КОСИНОСУНОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ПОРЯДКА 16

Представим матрицу C_{16} ядра ЦКП порядка 16 [18]:

$$C_{16} = \begin{pmatrix} k & k & k & k & k & k & k & k & | & k & \dots & k \\ A & B & C & D & E & F & G & H & | & -H & \dots & -A \\ a & b & c & d & -d & -c & -b & -a & | & -a & \dots & a \\ A_1 & A_2 & A_3 & -A_4 & -A_5 & -A_6 & -A_7 & A_8 & | & -A_8 & \dots & -A_1 \\ i & j & -j & -i & -i & -j & j & i & | & i & \dots & i \\ B_1 & B_2 & -B_3 & -B_4 & -B_5 & B_6 & B_7 & B_8 & | & -B_8 & \dots & -B_1 \\ e & -f & -g & -h & h & g & f & -e & | & -e & \dots & e \\ C_1 & -C_2 & -C_3 & C_4 & C_5 & C_6 & -C_7 & -C_8 & | & C_8 & \dots & -C_1 \\ k & -k & -k & k & k & -k & -k & k & | & k & \dots & k \\ C_8 & -C_7 & -C_6 & C_5 & -C_4 & -C_3 & C_2 & C_1 & | & -C_1 & \dots & -C_8 \\ h & -g & f & e & -e & -f & g & -h & | & -h & \dots & h \\ B_8 & -B_7 & B_6 & B_5 & -B_4 & B_3 & B_2 & -B_1 & | & B_1 & \dots & -B_8 \\ j & -i & i & -j & -j & i & -i & j & | & j & \dots & j \\ A_8 & -A_7 & A_6 & -A_5 & A_4 & A_3 & -A_2 & A_1 & | & -A_1 & \dots & -A_8 \\ d & -c & b & -a & a & -b & c & -d & | & -d & \dots & d \\ H & -G & F & -E & D & -C & B & -A & | & A & \dots & -H \end{pmatrix}, \quad (7)$$

где $A > B > C > D > E > F > G > H$, $a > b > c > d$, $g > e > h > f$, $i > j$.

Элементы матрицы C_{16} однонормового масштабированного ЦКП порядка 16 из работы [18] принимают следующие значения: $A=180$, $B=172$, $C=160$, $D=140$, $E=116$, $F=84$, $G=56$, $H=20$, $a=180$, $b=152$, $c=96$, $d=36$, $e=152$, $f=36$, $g=176$, $h=100$, $i=172$, $j=56$, $k=128$. Значения элементов A_i, B_i, C_i ($i=1, 8$) представлены в табл. 1.

Следует отметить, что квадраты норм базисных векторов матрицы C_{16} однонормового масштабированного ЦКП приближаются к числу степени два: $q_i = \|C_i\|^2 = 131072 \pm \Delta_i$ (%), $\Delta_i = 0,11-0,28$ %, $\Delta_{2i} = 0,15-0,7$ %, $i=1, 3, 5, 7$.

Таблица 1

Элементы	Значения элементов матрицы C_{16} при i							
	1	2	3	4	5	6	7	8
A_i	174	116	18	87	159	180	139	48
B_i	160	11	138	173	55	117	181	85
C_i	141	82	172	16	181	53	161	113

Матрица ядра простого ЦКСП порядка 32 согласно (3), а также с учетом ядра ЦКП порядка 16 согласно (7) представлена следующим образом:

$$S_{32} = \begin{pmatrix} k & k & k & k & k & k & k & k & k & k & k & k & k & k & k & k & k & \dots & k & k \\ s_1 & s_2 & s_3 & s_4 & s_5 & s_6 & s_7 & s_8 & s_9 & s_{10} & s_{11} & s_{12} & s_{13} & s_{14} & s_{15} & s_{16} & -s_{16} & \dots & -s_2 & -s_1 \\ A & B & C & D & E & F & G & H & -H & -G & -F & -E & -D & -C & -B & -A & -A & \dots & B & A \\ q_1 & q_2 & q_3 & q_4 & q_5 & -q_6 & -q_7 & -q_8 & -q_9 & -q_{10} & -q_{11} & -q_{12} & -q_{13} & -q_{14} & -q_{15} & -q_{16} & q_{16} & \dots & -q_2 & -q_1 \\ a & b & c & d & -d & -c & -b & -a & -a & -b & -c & -d & d & c & b & a & a & \dots & b & a \\ a & b & c & d & -d & -c & -b & -a & -a & -b & -c & -d & d & c & b & a & -a & \dots & -b & -a \\ A_1 & A_2 & A_3 & -A_4 & -A_5 & -A_6 & -A_7 & -A_8 & A_8 & A_7 & A_6 & A_5 & A_4 & -A_3 & -A_2 & -A_1 & -A_1 & \dots & A_2 & A_1 \\ A_1 & A_2 & A_3 & -A_4 & -A_5 & -A_6 & -A_7 & -A_8 & A_8 & A_7 & A_6 & A_5 & A_4 & -A_3 & -A_2 & -A_1 & -A_1 & \dots & -A_2 & -A_1 \\ i & j & -j & -i & -i & -j & j & i & i & j & -j & -i & -i & -j & j & i & i & \dots & j & i \\ i & j & -j & -i & -i & -j & j & i & i & j & -j & -i & -i & -j & j & i & -i & \dots & -j & -i \\ B_1 & B_2 & -B_3 & -B_4 & -B_5 & B_6 & B_7 & B_8 & -B_8 & -B_7 & -B_6 & B_5 & B_4 & B_3 & -B_2 & -B_1 & -B_1 & \dots & B_2 & B_1 \\ B_1 & B_2 & -B_3 & -B_4 & -B_5 & B_6 & B_7 & B_8 & -B_8 & -B_7 & -B_6 & B_5 & B_4 & B_3 & -B_2 & -B_1 & B_1 & \dots & -B_2 & -B_1 \\ e & -f & -g & -h & h & g & f & -e & -e & f & g & h & -h & -g & -f & e & e & \dots & -f & e \\ e & -f & -g & -h & h & g & f & -e & -e & f & g & h & -h & -g & -f & e & -e & \dots & f & -e \\ C_1 & -C_2 & -C_3 & C_4 & C_5 & C_6 & -C_7 & -C_8 & C_8 & C_7 & -C_6 & -C_5 & -C_4 & C_3 & C_2 & -C_1 & -C_1 & \dots & -C_2 & C_1 \\ C_1 & -C_2 & -C_3 & C_4 & C_5 & C_6 & -C_7 & -C_8 & C_8 & C_7 & -C_6 & -C_5 & -C_4 & C_3 & C_2 & -C_1 & C_1 & \dots & C_2 & -C_1 \\ k & -k & -k & k & k & -k & -k & k & k & -k & -k & k & k & -k & -k & k & k & \dots & -k & k \\ k & -k & -k & k & k & -k & -k & k & k & -k & -k & k & k & -k & -k & k & k & \dots & k & -k \\ C_8 & -C_7 & -C_6 & C_5 & -C_4 & -C_3 & C_2 & C_1 & -C_1 & -C_2 & C_3 & C_4 & -C_5 & C_6 & C_7 & -C_8 & -C_8 & \dots & -C_7 & C_8 \\ C_8 & -C_7 & -C_6 & C_5 & -C_4 & -C_3 & C_2 & C_1 & -C_1 & -C_2 & C_3 & C_4 & -C_5 & C_6 & C_7 & -C_8 & C_8 & \dots & C_7 & -C_8 \\ h & -g & f & e & -e & -f & g & -h & -h & g & -f & -e & e & f & -g & h & h & \dots & -g & h \\ h & -g & f & e & -e & -f & g & -h & -h & g & -f & -e & e & f & -g & h & -h & \dots & g & -h \\ B_8 & -B_7 & B_6 & B_5 & -B_4 & B_3 & B_2 & -B_1 & B_1 & -B_2 & -B_3 & B_4 & -B_5 & -B_6 & B_7 & -B_8 & -B_8 & \dots & -B_7 & B_8 \\ B_8 & -B_7 & B_6 & B_5 & -B_4 & B_3 & B_2 & -B_1 & B_1 & -B_2 & -B_3 & B_4 & -B_5 & -B_6 & B_7 & -B_8 & B_8 & \dots & B_7 & -B_8 \\ j & -i & i & -j & -j & i & -i & j & j & -i & i & -j & -j & i & -i & j & j & \dots & -i & j \\ j & -i & i & -j & -j & i & -i & j & j & -i & i & -j & -j & i & -i & j & -j & \dots & i & -j \\ A_8 & -A_7 & A_6 & -A_5 & A_4 & A_3 & -A_2 & A_1 & -A_1 & A_2 & -A_3 & -A_4 & A_5 & -A_6 & A_7 & -A_8 & -A_8 & \dots & -A_7 & A_8 \\ A_8 & -A_7 & A_6 & -A_5 & A_4 & A_3 & -A_2 & A_1 & -A_1 & A_2 & -A_3 & -A_4 & A_5 & -A_6 & A_7 & -A_8 & A_8 & \dots & A_7 & -A_8 \\ d & -c & b & -a & a & -b & c & -d & -d & c & -b & a & -a & b & -c & d & d & \dots & -c & d \\ d & -c & b & -a & a & -b & c & -d & -d & c & -b & a & -a & b & -c & d & -d & \dots & c & -d \\ H & -G & F & -E & D & -C & B & -A & A & -B & C & -D & E & -F & G & -H & -H & \dots & -G & H \\ H & -G & F & -E & D & -C & B & -A & A & -B & C & -D & E & -F & G & -H & H & \dots & G & -H \end{pmatrix}, \quad (8)$$

где $s_i > s_{i+1}, i = \overline{1, 15},$

$$\begin{cases} q_i > q_{i+1}, i = \overline{1, 5}, \\ q_i < q_{i+1}, i = \overline{6, 15}. \end{cases}$$

Базисные векторы матрицы S_{32} однонормового масштабированного простого ЦКСП имеют норму, квадрат которой приближается к числу степени два: $q_i = \|C_i\|^2 = 524288 \pm \Delta_i (\%), \Delta_1 = -0,004 \%, \Delta_3 = -0,07 \%, \Delta_i = 0,11-0,7 \%, i = 2, 31,$ а ортогональность 1-го и 3-го базисных векторов составляет 0,13 %.

Таблица 2

Элементы	Значения элементов матрицы S_{32} при i															
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
s_i	207	203	196	185	171	153	137	117	94	74	58	40	27	15	9	4
q_i	76	69	59	42	23	3	22	51	89	121	142	168	188	204	214	221

Для предложенного однонормового масштабированного простого ЦКСП порядка 32 значения элементов s_i и q_i , $i = \overline{1, 16}$, матрицы S_{32} согласно (8) представлены в табл. 2. Элементы матрицы R_9 согласно (5) принимают значения $r_1 = 94$, $r_2 = 3/4$, $s = 1/2$, $q = 66$.

Таким образом, предложенное простое ЦКСП имеет такие же свойства, как и ЦКП, принятое в стандарте Н.265: 8 бит представления коэффициентов преобразования; битовая ширина накопительного сумматора для матричного умножения не превышает 32 бит; симметричность/антисимметричность соответствует ДКП; коэффициенты масштабированного преобразования являются близкими к ДКП; базисные векторы почти ортогональны; одинаковая схема квантования и деквантования для преобразований всех размеров, множители зависят от значений параметра квантования QR [19] и сдвиги зависят только от $\log_2 N$, где N — размерность преобразования; коэффициенты квантования могут быть представлены 16 битами.

АЛГОРИТМ БЫСТРОГО ПРЯМОГО ЦКП ПОРЯДКА 16

Матрица C_{16}^* может быть факторизовано представлена как произведение пяти матриц:

$$C_{16}^* = C_{16,5} C_{16,4} C_{16,3} C_{16,2} C_{16,1}, \tag{9}$$

где $C_{16,i}$ — i -е, $i = \overline{1, 5}$, фактор-матрицы 16×16 алгоритма быстрого прямого ЦКП из работы [18]:

$$C_{16,1} = H_{16}^*, \quad C_{16,2} = \text{diag} [H_8^*, \bar{R}_8], \quad C_{16,3} = \text{diag} [H_4^*, R_4, H_4^*, H_4^*], \tag{10}$$

$$C_{16,4} = \text{diag} [T_2, Q_2, H_4, T_2', R_2, T_2', R_2], \quad C_{16,5} = \text{diag} [I_4, H_4^0, H_8^0],$$

$$\bar{R}_8 = \begin{bmatrix} s_1 & & & & & & & r_1 \\ & s_2 & & & & & & r_2 \\ & & s_3 & & & & & r_3 \\ & & & s_4 & r_4 & & & \\ & & & r_4 & -s_4 & & & \\ & & -r_3 & & & s_3 & & \\ r_2 & & & & & & -s_2 & \\ -r_1 & & & & & & & s_1 \end{bmatrix}, \quad H_8^0 = \begin{bmatrix} 1 & & & & & & & \\ & 1 & & & & & & \\ & & 1 & & & & & \\ & & & 1 & & & & \\ & & & & 1 & & & \\ & & & & & 1 & & \\ & & & & & & 1 & \\ & & & & & & & 1 \end{bmatrix},$$

где $s_i < s_{i+1}$, $r_i > r_{i+1}$, $i = \overline{1, 3}$;

$$R_4 = \begin{bmatrix} d & & & a \\ & c & b & \\ & b & -c & \\ -a & & & d \end{bmatrix}, \quad H_4 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & & \\ 1 & -1 & & \\ & & -1 & 1 \\ & & & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad H_4^0 = \text{diag} [1, H_2, 1], \quad H_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix},$$

$$T_2 = \begin{bmatrix} k & k \\ k & -k \end{bmatrix}, Q_2 = \begin{bmatrix} -i & j \\ j & i \end{bmatrix}, T'_2 = \begin{bmatrix} p & p \\ p & -p \end{bmatrix}, R_2 = \begin{bmatrix} -r & s \\ s & r \end{bmatrix};$$

H_{2k}^* — фактор-матрица $2k \times 2k$ с ненулевыми элементами ± 1 ;

$$H_{2k}^* = \begin{bmatrix} I_k & \bar{I}_k \\ \bar{I}_k & -I_k \end{bmatrix}, k=2, 4; \bar{I}_k = \text{antidiag}[I_k]; I_k, \bar{I}_k — единичная и антидиагональная единичная матрицы $k \times k$.$$

Элементы r_i, s_i ($i=1, 4$) матрицы \bar{R}_8 принимают следующие значения: $r_1 = 45, r_2 = 43, r_3 = 40, r_4 = 35, s_1 = 5, s_2 = 14, s_3 = 21, s_4 = 29$, а элементы матриц R_2 и T'_2 принимают значения $r = 5, s = 2$ и $p = 4$.

Для однонормового преобразования матрица H_4^0 согласно (10) содержит ненулевые элементы 1 и $\pm p/2^m$, а матрица H_8^0 содержит элементы 1 и $\pm p_i/2^{m_i}, i=1, 2, 3$.

АЛГОРИТМЫ БЫСТРОГО ПРЯМОГО И ОБРАТНОГО ПРОСТЫХ ЦКСП ПОРЯДКА 32

Матрица S_{32}^* на основании (3), (6) и с учетом алгоритма быстрого прямого ЦКП согласно (9) может быть факторизовано представлена как произведение семи матриц:

$$S_{32}^* = S_7 S_6 S_5 S_4 S_3 S_2 S_1, \quad (11)$$

где S_i — i -е, $i=\overline{1, 7}$, фактор-матрицы 32×32 предложенного алгоритма быстрого прямого простого ЦКСП:

$$S_1 = H_{32}^*, S_{k+1} = I_2 \otimes C_{16,k}, k=\overline{1, 5}, S_7 = \text{diag}[I_{16}, \tilde{R}_9, -I_7]. \quad (12)$$

Матрицу обратного простого ЦКСП S_{32i} порядка 32 можно получить транспонированием:

$$S_{32i} = S_{32}^{*T}. \quad (13)$$

Матрица S_{32i} на основании (13), (11) и с учетом симметричности фактор-матриц ($H_{32}^{*T} = H_{32}^*, C_{16,1}^T = H_{16}^{*T} = H_{16}^*, C_{16,4}^T = C_{16,4}$) может быть факторизовано представлена как произведение семи матриц:

$$S_{32i} = S_{1i} S_{2i} S_{3i}^T S_{4i}^T S_{5i} S_{6i}^T S_{7i}^T, \quad (14)$$

где S_{ki}^T — k -е, $k=\overline{1, 7}$, транспонированные фактор-матрицы 32×32 предложенного алгоритма быстрого обратного простого ЦКСП:

$$S_{1i} = H_{32}^*, S_{2i} = I_2 \otimes C_{16i,1}, S_{3i}^T = I_2 \otimes C_{16i,2}^T, \quad (15)$$

$$S_{4i}^T = I_2 \otimes C_{16i,3}^T, S_{5i} = I_2 \otimes C_{16i,4},$$

$$S_{6i}^T = I_2 \otimes C_{16i,5}^T, S_{7i}^T = \text{diag}[I_{16}, \tilde{R}_{9i}^T, -I_7], \tilde{R}_{9i}^T = (R_{9i} \tilde{I}_9)^T = \tilde{I}_9 R_{9i}^T.$$

Здесь $C_{16i,k}^T$ — k -е, $k=\overline{1, 5}$, транспонированные фактор-матрицы 16×16 алгоритма быстрого обратного ЦКП из работы [18]:

$$C_{16i,1} = H_{16}^*; C_{16i,2}^T = \text{diag}[H_8^*, \bar{R}_{8i}^T]; \bar{R}_{8i}^T = \bar{R}_8^T / k', k' = k / p;$$

$$C_{16i,3}^T = \text{diag}[H_4^*, R_{4i}^T, H_4^*, H_4^*]; C_{16i,4} = \text{diag}[T_{2i}, Q_{2i}, H_4, T_{2i}', R_{2i}, T_{2i}', R_{2i}];$$

$$T_{2i} = T_2 / k, T_{2i}' = T_2' / p, T_{2i} = T_{2i}' = H_2, Q_{2i} = Q_2 / k, R_{2i} = R_2 / p;$$

$$C_{16i,5}^T = \text{diag}[I_4, H_4^0, H_8^{0T}].$$

Таблица 3

Значения множителей		Алгоритм выполнения операций $y = s_i * x;$ $z = r_i * x$	Вычислительная сложность операций			Количество используемых операций
			Сложение	Сдвиг	Умножение	
$s_1 = 5 / 32$	$r_1 = 45 / 32$	$x_1 = x \gg 2; x_2 = x + x_1;$ $y = x_2 \gg 3; z = x_1 + y$	2	2	—	4
$s_2 = 14 / 32$	$r_2 = 43 / 32$	$x_1 = x - (x \gg 3); y = x_1 \gg 1;$ $x_2 = x + x_1;$ $z = x_1 + (x_2 \gg 2)$	3	3	—	4
$s_3 = 21 / 32$	$r_3 = 40 / 32$	$x_1 = x \gg 2; z = x + x_1;$ $x_2 = z \gg 3; y = x_2 + (x \gg 1)$	2	3	—	4
$s_4 = 29 / 32$	$r_4 = 35 / 32$	$x_1 = x - (x \gg 2);$ $y = x - (x_1 \gg 3);$ $z = x + (x_1 \gg 3)$	3	2	—	4
$r = 5 / 4$	$s = 2 / 4$	$z = x \gg 1; y = x + (x \gg 2)$	1	2	—	8
$d = 9 / 32$	$a = 45 / 32$	$x_1 = x + (x \gg 3);$ $y = x_1 \gg 2; z = x_1 + y$	2	2	—	4
$c = 24 / 32$	$b = 38 / 32$	$y = x - (x \gg 2);$ $z = x + (y \gg 2)$	2	2	—	4
$i = 43 / 32$	$j = 14 / 32$	$x_1 = x - (x \gg 3); z = x_1 \gg 1;$ $x_2 = x + x_1;$ $y = x_1 + (x_2 \gg 2)$	3	3	—	4
$r_{1i} = 94 / 128$	$s_i = 1 / 2$	$x_1 = x + (x \gg 4);$ $y = x - (x_1 \gg 2); z = x \gg 1$	2	3	—	1
$q_i = 66 / 128$	$r_{2i} = 3 / 4$	$x_1 = x \gg 6; y = x_1 + (x \gg 1);$ $z = x - (x \gg 2)$	2	3	—	1
$p_i = p / 2^m$	0	$x_1 = p * x; y = x_1 \gg m;$ $z = 0$	—	1	1	4
$p_{1i} = p_1 / 2^{m_1}$	0	$x_1 = p_1 * x; y = x_1 \gg m_1;$ $z = 0$	—	1	1	4
$p_{2i} = p_2 / 2^{m_2}$	0	$x_1 = p_2 * x; y = x_1 \gg m_2;$ $z = 0$	—	1	1	4
$p_{3i} = p_3 / 2^{m_3}$	0	$x_1 = p_3 * x; y = x_1 \gg m_3;$ $z = 0$	—	1	1	4
$p_{4i} = p_4 / 2^{m_4}$	0	$x_1 = p_4 * x; y = x_1 \gg m_4;$ $z = 0$	—	1	1	1
0	$p_{5i} = p_5 / 2^{m_5}$	$x_1 = p_5 * x; z = x_1 \gg m_5;$ $y = 0$	—	1	1	1
Всего		—	80	108	18	—

Матрицы \bar{R}_{8i}^T, H_8^{0T} и R_{9i}^T имеют вид:

$$\bar{R}_{8i}^T = \begin{bmatrix} s_1 & & & & & & & -r_1 \\ & s_2 & & & & & & r_2 \\ & & s_3 & & & & & -r_3 \\ & & & s_4 & r_4 & & & \\ & & & r_4 & -s_4 & & & \\ & & & & & r_3 & & s_3 \\ & & & & & & r_2 & -s_2 \\ r_1 & & & & & & & s_1 \end{bmatrix} / k'; H_8^{0T} = \begin{bmatrix} 1 & & & & & & & 0 \\ & 1 & & & & & & 1 \\ & & 1 & & & & & 0 \\ & & & 1 & & & & 1 \\ 0 & & & & 1 & & & 0 \\ & & & & & -1 & & 1 \\ & & & & & & 0 & 1 \\ & & & & & & & & -1 \end{bmatrix};$$

$$R_{9i}^T = \begin{bmatrix} r_{1i} & -q_i \\ & I_7 \\ s_i & r_{2i} \end{bmatrix}.$$

При этом $r_{1i} = r_1 / k$, $r_{2i} = r_2$, $s_i = s$, $q_i = q / k$. Для однонормового обратного преобразования для матрицы \tilde{R}_{9i}^T согласно (15) используется произведение двух матриц: $\tilde{R}_{9i}^T B_{9i} = \tilde{I}_9 R_{9i}^T B_{9i}$; $B_{9i} = \text{diag} [p_{4i}, I_7, p_{5i}]$, $p_{ki} = p_k / 2^{m_k}$, $k = 4, 5$.

РЕАЛИЗАЦИЯ БЕЗ МНОЖИТЕЛЕЙ

Предложенное 1D 32-точечное однонормовое простое целочисленное косинусное ступенчатое преобразование может быть реализовано при использовании в основном операций сдвига, сложения и некоторых операций умножения.

Парные умножения применяются в операциях «бабочка» («butterfly») и выполняются путем сдвигов и сложений, а в некоторых случаях (с целью уменьшения вычислительной сложности) умножением и сдвигом.

В табл. 3 представлена схема выполнения специальных парных умножений, используемых в операциях «бабочка», для реализации предложенного 1D 32-точечного целочисленного обратного преобразования. Для реализации предложенного 1D 32-точечного целочисленного обратного преобразования требуется выполнить 18 операций умножения, 250 операций сложения и 108 операций сдвига.

Вычислительная сложность предложенного, известных [10, 11] и принятого в стандарте H.265 [5, 6] 2D 32-точечных целочисленных обратных преобразований отражена в табл. 4.

Таблица 4

Характеристика вычислительной сложности	Оценка сложности 2D обратных преобразований 32 × 32					
	Предложенного	H.265 [5, 6]	Из [10]	Из [11]	Уменьшение относительно	
					[10] (и [11])	H.265
Умножение	1152	21888	5888	5568	В 5,11 (и в 4,83) раза	В 19 раз
Сложение	16000	23808	11904	14144	—	—
Сложение + сдвиг	22912	25856	11904	14656	На 92 % (и на 56,3%) больше сложений	На 12,8 % меньше сложений
Число итераций для 1D	7	5	7	8	На 0 (и на 1) итераций меньше	На 2 итерации больше
Память для квантования	—	—	+	—	—	—
Число битов элемента матрицы	9	8	11	14	На 2 (и на 5) бит меньше	На 1 бит больше
Общее уменьшение	—				В 4,2 (и в 4,3) раза	В 19,13 раза

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ АНАЛИЗ

Экспериментальные результаты эффективности кодирования по характеристике стандартной количественной оценки искажений PSNR (дБ) для сжатых тестовых изображений класса А (фото 1, фото 2 (на море)) с разрешающей способностью 2560×1600 пикселей и класса В (фото 3 и пейзаж) — 1920×1056 пикселей при нормальном (22–37) диапазоне QP и высоком (37, 42) диапазоне QP,

представляющие разность на основе предложенного 2D преобразования и на основе преобразования H.265 с блоками 32×32 , приведены в табл. 5. Диапазоны параметра QR низкий (1–13), нормальный (22–37) и высокий (36–51) определены в [20]. На рис. 1, а и рис. 2 представлены исходные изображения классов А и В для тестирования.

Результаты эффективности кодирования по критерию оценки среднеквадратического отклонения (СКО, в уровнях яркости) разности входного и восстановленного изображений, представляющие разность на основе преобразования H.265 и на основе предложенного 2D преобразования с блоками 32×32 , приведены в табл. 5.

Экспериментальные результаты кодирования по характеристике коэффициента сжатия $K:1$ для предложенного 2D преобразования приведены в табл. 6. Результаты эффективности кодирования по характеристике коэффициента сжатия K (в процентах), представляющие разность на основе предложенного преобразования и на основе преобразования H.265, приведены в табл. 7.

Таблица 5

Класс	Изображение с блоками 32×32	Результаты эффективности кодирования по характеристике PSNR, дБ (СКО, в уровнях яркости) для QR				
		22	27	32	37	42
А 2560×1600	Фото 1	0,014 (0,007)	-0,109 (-0,04)	-0,209 (-0,272)	-0,265 (-0,572)	-0,273 (-0,953)
	Фото 2 (на море)	0,11 (0,073)	0,017 (-0,008)	-0,063 (-0,161)	-0,123 (-0,583)	-0,162 (-1,279)
В 1920×1056	Фото 3	-0,004 (-0,003)	-0,054 (-0,079)	-0,129 (-0,294)	-0,197 (-0,667)	-0,199 (-1,004)
	Пейзаж	-0,025 (-0,031)	-0,036 (-0,1)	-0,089 (-0,465)	-0,14 (-1,34)	-0,147 (-2,431)

Таблица 6

Класс	Изображение с блоками 32×32	Коэффициент сжатия $K:1$ для QR				
		22	27	32	37	42
А 2560×1600	Фото 1	11,52	22,57	42,46	85,54	170,07
	Фото 2 (на море)	5,67	9,68	17,94	38,65	81,43
В 1920×1056	Фото 3	6,07	14,39	33,86	77,94	174,22
	Пейзаж	2,59	4,66	8,95	19,02	42,35
Среднее значение		6,46	12,83	25,80	55,29	117,02

Таблица 7

Класс	Изображение с блоками 32×32	Результаты эффективности кодирования по характеристике коэффициента сжатия K (в %) для QR				
		22	27	32	37	42
А 2560×1600	Фото 1	-0,588	-0,373	-0,192	-0,073	-0,02
	Фото 2 (на море)	-0,297	-0,338	-0,248	-0,124	-0,054
В 1920×1056	Фото 3	-0,486	-0,347	-0,189	-0,057	-0,008
	Пейзаж	-0,48	-0,657	-0,442	-0,191	-0,073
Среднее значение (в %)		-0,463	-0,429	-0,268	-0,111	-0,039

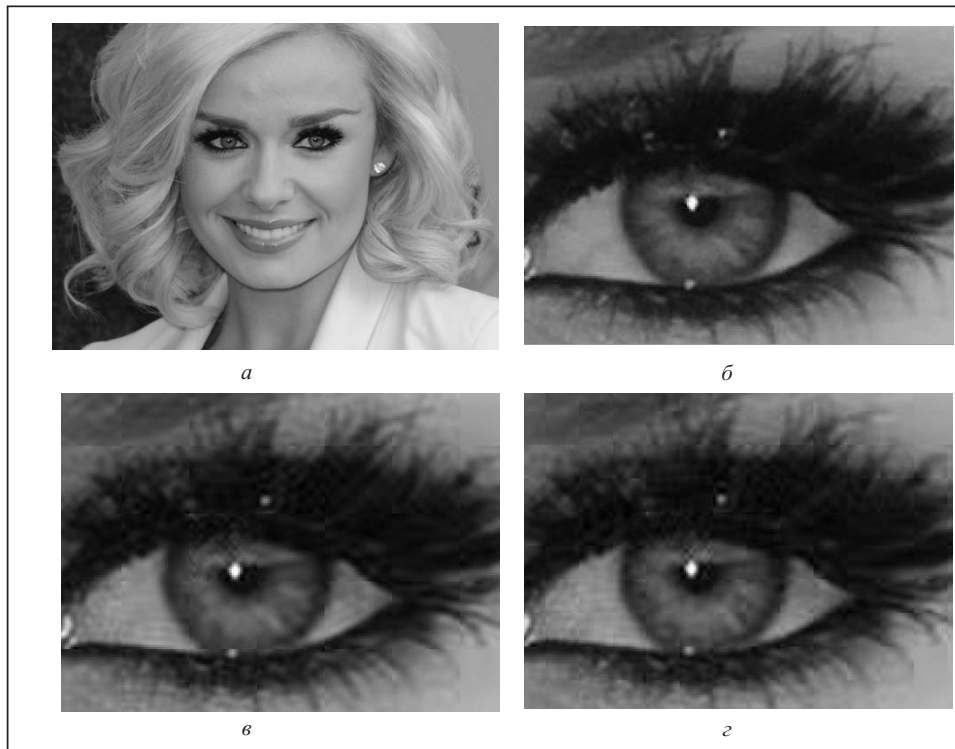


Рис. 1. Исходное изображение лица женщины, фото 1, размер 2560×1600 (а); увеличенное исходное изображение левого глаза, масштаб 3:1 (б); изображение на основе кодирования с применением ЦКП (H.265) со сжатием 85:1, PSNR = 38,529 дБ (в); на основе предложенного простого ЦКСП при сжатии 85:1, PSNR = 38,264 дБ (г)



Рис. 2. Исходные изображения классов А и В: фото 2 (на море), размер 2560×1600 (а); фото 3, размер 1920×1056 (б); пейзаж, размер 1920×1056 (в)

Также даны средние значения экспериментальных результатов эффективности кодирования по характеристикам PSNR, СКО и коэффициенту сжатия K по четырем тестовым изображениям классов А и В.

Предложенное простое целочисленное преобразование порядка 32 по сравнению с преобразованием в стандарте H.265 по характеристике PSNR для четырех тестовых изображений классов А и В понижает среднее значение на 0,046–0,195 дБ, при этом среднее значение коэффициента сжатия K уменьшается на 0,039–0,463%.

Следует заметить, что высококоррелированное (ВК) изображение класса А фото 1 имеет в 2–2,3 раза больший коэффициент сжатия для заданного параметра QP , чем среднекоррелированное изображение того же класса фото 2 (на море) (см. рис. 2). Изображение ВК класса В фото 3 имеет в 2,3–4,1 раза больший коэффициент сжатия для заданного QP , чем низкокоррелированное изображение пейзажа того же класса.

На рис. 1, *a* дано исходное изображение лица женщины, фото 1 (размер 2560×1600 пикселей), которое согласно табл. 5 представляет наибольшую разность по характеристике PSNR, равную 0,265 дБ для ЦКСП при $QP = 37$. На рис. 1, *b* дано увеличенное исходное изображение глаза женщины (масштаб 3:1). Как видно из рис. 1, *в*, *г*, предложенное простое ЦКСП порядка 32 обеспечивает такое же визуальное качество, как и преобразование из стандарта H.265.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Изложен метод построения простого целочисленного косинусного ступенчатого преобразования порядка 32. Предложено однонормовое простое целочисленное преобразование порядка 32 и разработаны его быстрые алгоритмы низкой вычислительной сложности, которая в 4,2 и 4,3 раза меньше, чем в известных алгоритмах [10, 11] и в 19 раз меньше, чем преобразование в стандарте H.265. Это преобразование обеспечивает такое же визуальное качество и качество по характеристикам PSNR, СКВ, как в стандарте H.265. Таким образом, разработанное простое целочисленное преобразование порядка 32 может быть предложено для улучшения нового стандарта H.265 с целью увеличения быстродействия и уменьшения вычислительных и энергетических затрат.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. ITU - T Rec. H.264/ISO/IEC 14496-10: 2009. Information technology — Coding of audio-visual objects — Part 10: Advanced Video Coding, 2009.
2. SMPTE standard 421 M-2006: VC-1 Compressed Video Bitstream Format and Decoding Process, 2006.
3. PRC National Standard (AVS Working Group) GB/T 20090.2-2006. Information Technology — Advanced Coding of Audio and Video, Part 2: Video, Chinese AVS standard, 2006.
4. Cham W.K., Fong C.K., Liu Y., Cheng C.K.M. An investigation of order-16 transform in AVS-M2606 ABT // AVS-M2657, Dec. 2009.
5. ITU - T H.265|ISO/IEC 23008-2:2013. Information technology — High efficiency and media delivery in heterogeneous environments — Part 2: High efficiency video coding, 2013.
6. Fuldseth A., Bjøntegaard G., Budagavi M., Sze V. CE10: Core transform design for HEVC // Doc. JCTVC-G495, Geneva, CH, Nov. 2011.
7. Fong C.K., Cham W.K. Simple order-16 integer transform for video coding // Proc. IEEE Int. Conf. on Image Proceeding, Sept. 26–29, Hong Kong, 2010. — P. 161–164.

8. Гнатив Л. А. Целочисленные косинусные преобразования: методы построения новых быстрых преобразований порядка 8, 16 и их применение // Кибернетика и системный анализ. — 2014. — **50**, № 6. — С. 104–121.
9. Joshi R., Reznik Y., Karczewicz M. Efficient large size transforms for high performance video coding // Proc. SPIE, Appl. of Digital Image Process. XXXIII, **7798**, Aug. 2010. — P. 779831-1–7.
10. Joshi R., Reznik Y., Sole J., Karczewicz M. Efficient 16 and 32-point transforms // Doc. JCTVC- D256, Daegu, KR, Jan. 2011.
11. Alshina E., Alshin A., Kim I-K, Topiwala P. CE10: Full-factorized core transform proposal by Samsung/FastVDO // Doc. JCTVC-F251, Torino, Italy, July 2011.
12. Гнатив Л. О. Метод побудови простих цілочисельних косинусних ступінчастих перетворень порядку 16 для високоефективного відеокодування // Праці міжнар. молодіж. мат. шк. «Питання оптимізації обчислень (ПОО-2011)», Україна, Крим, смт. Кацивелі, 22–29 вересня 2011. — С. 37–38.
13. Гнатив Л. О., Луц В. К. Просте цілочисельне косинусне ступінчасте перетворення порядку 16 низької складності для високоефективного відеокодування // Праці міжнар. молодіж. мат. шк. «Питання оптимізації обчислень (ПОО-2011)», Україна, Крим, смт. Кацивелі, 22–29 вересня 2011. — С. 39–40.
14. Гнатив Л. О. Метод побудови швидких цілочисельних косинусних перетворень великої розмірності для високоефективного кодування зображень і відео // Праці міжнар. конф. «Питання оптимізації обчислень (ПОО-2013)», Україна, Крим, смт. Кацивелі, 30 вересня 2013. — С. 66–67.
15. Гнатив Л. О., Луц В. К. Цілочисельне косинусне перетворення порядку 32 низької складності для високоефективного кодування зображень і відео // Праці міжнар. конф. «Питання оптимізації обчислень (ПОО-2013)», Україна, Крим, смт. Кацивелі, 30 вересня 2013. — С. 68–69.
16. Ugur K., Andersson K., Fuldseth A. et al. High performance low complexity video coding and the emerging HEVC standard // IEEE Trans. Circuits Syst. Video Technol. — 2012. — **20**, N 12. — P. 1688–1697.
17. Шевчук Б. М., Задірака В. К., Гнатив Л. О., Фраєр С. В. Технологія багатофункціональної обробки і передачі інформації в моніторингових мережах. — К.: Наук. думка, 2010. — 378 с.
18. Гнатив Л. А. Целочисленные косинусные преобразования для высокоэффективного кодирования изображений и видео // Кибернетика и системный анализ. — 2016. — **52**, № 5. — С. 161–176
19. Ричардсон Я. Видеокодирование. H.264 и MPEG-4 — стандарты нового поколения. — М.: Техносфера, 2005. — 368 с.
20. Fuldseth A., Bjøntegaard G., Sadafale M., Budagavi M. Transform design for HEVC with 16 bit intermediate data representation // Doc. JCTVC-E243, Geneva, CH, Mar. 2011.

Надійшла до редакції 18.04.2016

Л.О. Гнатів

**МЕТОД ПОБУДОВИ ПРОСТОГО ЦІЛОЧИСЕЛЬНОГО КОСИНУСНОГО
ПЕРЕТВОРЕННЯ ВЕЛИКОЇ РОЗМІРНОСТІ ДЛЯ КОДУВАННЯ ЗОБРАЖЕНЬ
І ВІДЕО ВИСОКОЇ РОЗДІЛЬНОЇ ЗДАТНОСТІ**

Анотація. Розглянуто матричний метод побудови простого цілочисельного косинусного ступінчастого перетворення порядку 32. Запропоновано одно-нормове просте цілочисельне перетворення порядку 32 і розроблено його швидкі алгоритми, які мають в 4,3 рази меншу обчислювальну складність, ніж відомі алгоритми, та у 19 разів, ніж у стандарті H.265.

Ключові слова: дискретне косинусне перетворення, цілочисельне косинусне перетворення, цілочисельне косинусне ступінчасте перетворення, факторизація, швидке перетворення, масштабоване перетворення, ефективність кодування, коефіцієнт стиснення, відеокодування, H.264, H.265, AVS.

L.O. Hnativ

**METHODS TO CONSTRUCT LARGE-SIZE SIMPLE INTEGER
COSINE TRANSFORM FOR HIGH-RESOLUTION IMAGE AND VIDEO CODING**

Abstract. A matrix method is considered to construct order-32 simple integer cosine step transform. The one-norm order-32 simple integer transform is proposed and its fast algorithms are developed. Their computational complexity is 4.3 times less as compared with well-known algorithms and 19 time less than in H.265 standard.

Keywords: discrete cosine transform, integer cosine transform, integer cosine step transform, scaled transform, factorization, fast transform, coding gain, compression ratio, video coding, H.264, H.265, AVS.

Гнатів Лев Алексеевич,

кандидат техн. наук, старший научный сотрудник Института кибернетики им. В.М. Глушкова НАН Украины, Киев, e-mail: levhnativ@gmail.com.