УДК 519.686.2

В.В. СКОБЕЛЕВ

АТРИБУТНЫЕ ТРАНЗИЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ СО СКРЫТЫМИ ПЕРЕХОДАМИ

Аннотация. В работе содержится теоретико-множественный анализ структуры атрибутных транзиционных систем со скрытыми переходами в предположении, что множество доопределяемых состояний зафиксировано и не изменяет структуры системы. Исследованы случаи, когда приоритеты скрытых и доступных действий совпадают либо приоритет скрытых действий выше, чем приоритет доступных действий. В терминах систем с выделенными начальными и финальными состояниями определены и охарактеризованы классы допустимых, безопасных и корректных систем. Построена алгебра таких систем.

Ключевые слова: атрибутные транзиционные системы, скрытые переходы, допустимость, безопасность и корректность систем.

ВВЕДЕНИЕ

Инсерционное моделирование [1, 2] представляет новое направление в теории взаимодействующих информационных процессов [3]. Его суть состоит в формальном исследовании поведения агентов или процессов, взаимодействующих в среде, определяющей и ограничивающей эти взаимодействия. Одним из основных понятий инсерционного моделирования, используемых в качестве операционной семантической модели параллельных процессов, является атрибутная транзиционная система (АТС), которая представляет собой нетривиальное обобщение известного понятия транзиционной системы [4].

В [5, 6] показано, что исследование структуры транзиционной системы имеет большое значение при разработке алгоритмической составляющей анализа поведений агентов и процессов. Структура АТС без скрытых переходов исследована в [7]. Цель настоящей работы — теоретико-множественный анализ структуры АТС со скрытыми переходами.

1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

Следуя [1, 2], назовем АТС пятерку $\mathsf{S} = (S, A, U, T, \varphi)$, где S ($|S| \geq 2$), A и U ($|U| \leq |S|$) — непустые конечные или счетные множества соответственно состояний, действий и атрибутных разметок; $T \subseteq S \times A \times S \cup S \times S$ — отношение переходов; $\varphi : S \to U$ — функция разметки состояний. Отметим, что A — это множество всех доступных экспериментатору действий, посредством которых внешние процессы взаимодействуют с исследуемой компьютерной системой, $T_A = T \cap (S \times A \times S)$ — множество переходов, описывающих изменение состояния компьютерной системы при этих действиях. В то же время $T_{hdn} = T \cap (S \times S)$ — это множество переходов, осуществляемых исследуемой компьютерной системой автоматически в результате ее скрытых действий (т.е. не доступных экспериментатору) без взаимодействия с внешними по отношению к ней процессами. АТС $\mathsf{S} = (S, A, U, T, \varphi)$ назовем конечной, если S и A — конечные множества.

Будем рассматривать только АТС с непустым множеством скрытых переходов. Считаем, что каждая такая АТС $\mathsf{S} = (S, A, U, T, \varphi)$ приведена к следующему виду (это соглашение принято для удобства изложения, что не влияет на резуль-

© В.В. Скобелев, 2017

таты исследования). Зафиксируем маркер $\tau_S \notin A$ и положим $T_{\tau_S} = \{ s \xrightarrow{\tau_S} s' \mid s \to s' \in T_{hdn} \}$, т.е. каждый скрытый переход $s \to s' \in T_{hdn}$ заменим переходом $s \xrightarrow{\tau_S} s'$. Получим АТС $\mathsf{S} = (S, B, U, T, \varphi)$, где $B = A \cup \{\tau_S\}$ и $T = T_A \cup T_{\tau_S}$.

Исходя из АТС $\mathsf{S} = (S, B, U, T, \varphi)$, назовем настроенной АТС (НАТС) такую пятерку $\mathsf{S} = (\mathsf{S}, S_{in}, S_{fin}, S_{frb}, S_{\perp})$, что $S_{in}, S_{fin} \in \mathsf{B}(S) \setminus \{\varnothing\}$, $S_{frb} \in \mathsf{B}(S)$ ($S_{frb} \cap S_{in} = S_{frb} \cap S_{fin} = \varnothing$) — множества соответственно начальных, финальных и запрещенных состояний, а $S_{\perp} \in \mathsf{B}(S)$ ($S_{\perp} \cap S_{fin} = \varnothing$, $S_{\perp} \cap S_{frb} = \varnothing$) — множество доопределяемых состояний, т.е. когда из них можно добавлять новые переходы. Будем рассматривать только стационарные НАТС, т.е. считать, что множество доопределяемых состояний зафиксировано и не изменяет структуры НАТС.

Предполагается, что все доступные экспериментатору действия в АТС $\mathsf{S} = (S, B, U, T, \varphi)$ имеют один и тот же приоритет. Это означает, что многообразие операционных семантических моделей для НАТС, определенных на основе АТС $\mathsf{S} = (S, B, U, T, \varphi)$, обусловлено принятыми предположениями о приоритете маркера τ_S, представляющего скрытые действия компьютерной системы. При этом важную роль играют следующие два крайних случая.

Случай 1. Маркер τ_S представляет скрытые действия компьютерной системы, которые имеют точно такой же приоритет, как и любое доступное экспериментатору действие, т.е. при наличии в состоянии $s \in S$ перехода $s \xrightarrow{\tau_S} s'$ маркер τ_S может быть выбран наряду с любым доступным экспериментатору действием.

Случай 2. Маркер τ_S представляет скрытые действия компьютерной системы, приоритет которых выше, чем приоритет любого доступного экспериментатору действия, т.е. при наличии в состоянии $s \in S$ перехода $s \xrightarrow{\tau_S} s'$ всегда выбирается именно маркер τ_S.

Отметим, что случай 1 включает ситуации, когда компьютерная система периодически осуществляет on-line проверку своих компонент, а случай 2 выполняет блокировку (deadlock) и динамическую взаимоблокировку (livelock).

Рассмотрим эти случаи в предположении, что каждой НАТС $\mathsf{S} = (\mathsf{S}, S_{in}, S_{fin}, S_{frb}, S_{\perp})$ ($\mathsf{S} = (S, B, U, T, \varphi)$) сопоставлен непустой регулярный язык $\mathsf{L}_S \subseteq A^+$. Этот язык интерпретируется как требование разработчика, определяющее множество последовательностей действий, которые допустимы для процессов, взаимодействующих с исследуемой компьютерной системой. При этом считаем, что язык L_S представлен настроенным автоматом $(\mathsf{M}_{\mathsf{L}_S}, v_{\mathsf{L}_S}, V_{fin})$, где $\mathsf{M}_{\mathsf{L}_S} = (V_{\mathsf{L}_S}, A, \delta_{\mathsf{L}_S})$ — автомат без выхода, $v_{\mathsf{L}_S} \in V_{\mathsf{L}_S}$ — начальное состояние и $V_{fin} \in \mathsf{B}(V_{\mathsf{L}_S}) \setminus \{\varnothing\}$ — множество финальных состояний. Такое соглашение принято для удобства изложения, и это не влияет на результаты исследования.

Для языка $L \subseteq B^+$ положим $annul_{\tau_S}(L) = \{ annul_{\tau_S}(w) \mid w \in L \}$, где последовательность $annul_{\tau_S}(w)$ — результат вычеркивания всех символов τ_S в w. Отметим, что равенство $annul_{\tau_S}(L) = L$ истинно тогда и только тогда, когда $L \subseteq A^+$.

2. СОВПАДЕНИЕ ПРИОРИТЕТОВ СКРЫТЫХ И ДОСТУПНЫХ ДЕЙСТВИЙ

Пусть $\mathsf{S} = (S, B, U, T, \varphi)$ — АТС, для которой приоритеты скрытых и доступных действий совпадают; $\mathsf{H}_{fnt}(\mathsf{S})$ — множество всех конечных историй функционирования (историй) АТС S; $in(\mathsf{h})$ и $fin(\mathsf{h})$ — начало и конец истории

$\mathsf{h} \in \mathsf{H}_{fnt}(\mathsf{S})$, а $\Phi_{\mathsf{S}}(\mathsf{h})$ — соответствующая этой истории трасса. Для любых множеств состояний $S_1, S_2 \subseteq S$ положим

$$\mathsf{H}(\mathsf{S}; S_1, S_2) = \{\mathsf{h} \in \mathsf{H}_{fnt}(\mathsf{S}) \mid in(\mathsf{h}) \in S_1 \,\&\, fin(\mathsf{h}) \in S_2\}, \qquad (1)$$

$$\mathsf{T}^{(1)}(\mathsf{S}; S_1, S_2) = \{\Phi_{\mathsf{S}}(\mathsf{h})_{in(\mathsf{h}),\, fin(\mathsf{h})} \mid \mathsf{h} \in \mathsf{H}(\mathsf{S}; S_1, S_2)\}, \qquad (2)$$

$$\mathsf{T}^{(2)}(\mathsf{S}; S_1, S_2) =$$

$$= \{\Phi_{\mathsf{S}}(\mathsf{h})_{in(\mathsf{h}),\, fin(\mathsf{h})} \mid fin(\mathsf{h}) \in S_2 \,\&\, (\exists \mathsf{h}_1 \in \mathsf{H}(\mathsf{S}; S_1, S_2))(\Phi_{\mathsf{S}}(\mathsf{h}) = \Phi_{\mathsf{S}}(\mathsf{h}_1))\}, \quad (3)$$

$$\mathsf{T}^{(3)}(\mathsf{S}; S_1, S_2) =$$

$$= \{\Phi_{\mathsf{S}}(\mathsf{h})_{in(\mathsf{h}),\, fin(\mathsf{h})} \mid in(\mathsf{h}) \in S_1 \,\&\, (\exists \mathsf{h}_1 \in \mathsf{H}(\mathsf{S}; S_1, S_2))(\Phi_{\mathsf{S}}(\mathsf{h}) = \Phi_{\mathsf{S}}(\mathsf{h}_1))\}. \quad (4)$$

Из (1)–(4) вытекает истинность следующих утверждений.

Утверждение 1. Если в АТС $\mathsf{S} = (S, B, U, T, \varphi)$ приоритеты скрытых и доступных действий совпадают, то для множеств состояний $S_1, S_2 \subseteq S$ равенство $\mathsf{H}(\mathsf{S}; S_1, S_2) = \varnothing$ истинно тогда и только тогда, когда истинно равенство $\mathsf{T}^{(1)}(\mathsf{S}; S_1, S_2) = \varnothing$.

Утверждение 2. Если в АТС $\mathsf{S} = (S, B, U, T, \varphi)$ приоритеты скрытых и доступных действий совпадают, то включения $\mathsf{T}^{(1)}(\mathsf{S}; S_1, S_2) \subseteq \mathsf{T}^{(2)}(\mathsf{S}; S_1, S_2)$, $\mathsf{T}^{(1)}(\mathsf{S}; S_1, S_2) \subseteq \mathsf{T}^{(3)}(\mathsf{S}; S_1, S_2)$ и равенство $\mathsf{T}^{(1)}(\mathsf{S}; S_1, S_2) = \mathsf{T}^{(2)}(\mathsf{S}; S_1, S_2) \cap$ $\cap \mathsf{T}^{(3)}(\mathsf{S}; S_1, S_2)$ истинны для всех множеств состояний $S_1, S_2 \subseteq S$.

Для любого множества X конечных историй (трасс) обозначим $\mathsf{L}_{\mathsf{S}}(X)$ множество всех последовательностей действий, считываемых вдоль историй (трасс), принадлежащих X. Таким образом, истинны следующие два утверждения.

Утверждение 3. Если в АТС $\mathsf{S} = (S, B, U, T, \varphi)$ приоритеты скрытых и доступных действий совпадают, то для любых множеств состояний $S_1, S_2 \subseteq S$ истинны равенства $\mathsf{L}_{\mathsf{S}}(\mathsf{H}(\mathsf{S}; S_1, S_2)) = \mathsf{L}_{\mathsf{S}}(\mathsf{T}^{(1)}(\mathsf{S}; S_1, S_2)) = \mathsf{L}_{\mathsf{S}}(\mathsf{T}^{(2)}(\mathsf{S}; S_1, S_2)) =$ $= \mathsf{L}_{\mathsf{S}}(\mathsf{T}^{(3)}(\mathsf{S}; S_1, S_2))$.

Утверждение 4. Если в АТС $\mathsf{S} = (S, B, U, T, \varphi)$ приоритеты скрытых и доступных действий совпадают, то равенство $\mathsf{H}(\mathsf{S}; S_1, S_2) = \varnothing$ $(S_1, S_2 \subseteq S)$ истинно тогда и только тогда, когда истинно равенство $\mathsf{L}_{\mathsf{S}}(\mathsf{H}(\mathsf{S}; S_1, S_2)) = \varnothing$.

Следуя [8], язык, представленный настроенным автоматом $(\mathsf{M}, q_{in}, Q_{fin})$ (источником $(\mathsf{B}, Q_{in}, Q_{fin})$), обозначим $\omega(\mathsf{M}, q_{in}, Q_{fin})$ (соответственно $\omega(\mathsf{B}, Q_{in}, Q_{fin})$).

Теорема 1. Если для конечной АТС $\mathsf{S} = (S, B, U, T, \varphi)$ приоритеты скрытых и доступных действий совпадают, то для всех множеств состояний $S_1, S_2 \subseteq S$ существуют алгоритмы построения каждого из множеств $\mathsf{H}(\mathsf{S}; S_1, S_2)$, $\mathsf{T}^{(1)}(\mathsf{S}; S_1, S_2)$, $\mathsf{T}^{(2)}(\mathsf{S}; S_1, S_2)$ и $\mathsf{T}^{(3)}(\mathsf{S}; S_1, S_2)$.

Доказательство. Пусть $\mathsf{S} = (S, B, U, T, \varphi)$ — конечная АТС, для которой приоритеты скрытых и доступных действий совпадают, а $S_1, S_2 \subseteq S$ — произвольные множества состояний.

Из (1)–(4) вытекает, что если $S_1 = \varnothing$ или $S_2 = \varnothing$, то истинны равенства $\mathsf{H}(\mathsf{S}; S_1, S_2) = \mathsf{T}^{(1)}(\mathsf{S}; S_1, S_2) = \mathsf{T}^{(2)}(\mathsf{S}; S_1, S_2) = \mathsf{T}^{(3)}(\mathsf{S}; S_1, S_2) = \varnothing$. Поэтому считаем, что $S_1 \neq \varnothing$ и $S_2 \neq \varnothing$.

Рассмотрим АТС $\mathsf{S}_0 = (S, S \times B \times S, U, T_0, \varphi)$, где $T_0 = \{s \xrightarrow{(s,\, b,\, s')} s' \mid s \xrightarrow{b} s' \in T\}$. Эта АТС по своей сути является таким частичным автоматом без выхода $\mathsf{M} = (S, S \times B \times S, \delta)$, что $\mathrm{Dom}\, \delta = \{(s, (s, b, s')) \in S \times (S \times B \times S) \mid s \xrightarrow{(s,\, b,\, s')} s' \in T_0\}$, причем $\delta(s, (s, b, s')) = s'$ для всех $s \in S$ и $s \xrightarrow{(s,\, b,\, s')} s' \in T_0$.

Преобразуем автомат M в такой всюду определенный автомат без выхода $\breve{\mathsf{M}} = (S \cup \{\alpha\}, S \times B \times S, \breve{\delta})$ $(\alpha \notin S)$, что $\breve{\delta}|_{\mathrm{Dom}\,\delta} = \delta$, $\breve{\delta}(s, (s', b, s'')) = \alpha$ для всех $(s, (s', b, s'')) \in (S \times (S \times B \times S)) \setminus \mathrm{Dom}\,\delta$ и $\breve{\delta}(\alpha, (s', b, s'')) = \alpha$ для всех $(s', b, s'') \in$ $\in S \times B \times S$. Из построения автомата $\breve{\mathsf{M}}$ вытекает, что для каждого настроенного автомата $(\breve{\mathsf{M}}, s, S_2)$ $(s \in S)$ истинно равенство $\omega(\breve{\mathsf{M}}, s, S_2) = \mathsf{H}(\mathsf{S}; \{s\}, S_2)$.

Известно, что существует алгоритм, который по заданным настроенным автоматам строит автомат, являющийся объединением представленных ими языков. Применив этот алгоритм к заданному конечному множеству настроенных автоматов $(\breve{\mathsf{M}}, s_1, S_2)$ $(s_1 \in S_1)$, построим такой настроенный автомат $(\tilde{\mathsf{M}}, q_{in}, Q_{fin})$, что $\omega(\tilde{\mathsf{M}}, q_{in}, Q_{fin}) = \bigcup\limits_{s_1 \in S_1} \omega(\breve{\mathsf{M}}, s_1, S_2)$. А так как $\bigcup\limits_{s_1 \in S_1} \omega(\breve{\mathsf{M}}, s_1, S_2) =$ $= \bigcup\limits_{s_1 \in S_1} \mathsf{H}(\mathsf{S}; \{s_1\}, S_2) = \mathsf{H}(\mathsf{S}; S_1, S_2)$, то $\omega(\tilde{\mathsf{M}}, q_{in}, Q_{fin}) = \mathsf{H}(\mathsf{S}; S_1, S_2)$. Следовательно, существует алгоритм построения множества $\mathsf{H}(\mathsf{S}; S_1, S_2)$.

Рассмотрим АТС $\mathsf{S}_1 = (S, U \times B \times U, U, T_1, \varphi)$, где $T_1 = \{s \xrightarrow{(\varphi(s), b, \varphi(s'))} s' \mid s \xrightarrow{b} s' \in T\}$. Зафиксировав состояния $s_1, s_2 \in S$, интерпретируем АТС S_1 как источник, у которого $\{s_1\}$ и $\{s_2\}$ являются множеством соответственно начальных и финальных состояний, а множество $U \times B \times U$ является входным алфавитом. Применив к нему процедуру детерминизации источников, предложенную в [8], получим такой настроенный автомат $(\hat{\mathsf{M}}_{\{s_1\},\{s_2\}}, \{s_1\}, Q_{\{s_2\}})$ $(Q_{\{s_2\}} = \{Q \in \mathcal{B}(S) \setminus \{\varnothing\} \mid s_2 \in Q\})$, что язык $\omega(\hat{\mathsf{M}}_{\{s_1\},\{s_2\}}, \{s_1\}, Q_{\{s_2\}})$ является множеством всех трасс АТС S с началом в состоянии s_1 и концом в состоянии s_2. Отсюда вытекает истинность равенства $\{\Phi_{\mathsf{S}}(\mathsf{h})_{s_1, s_2} \mid \Phi_{\mathsf{S}}(\mathsf{h}) \in \omega(\hat{\mathsf{M}}_{\{s_1\},\{s_2\}}, \{s_1\}, Q_{\{s_2\}})\} = \mathsf{T}^{(1)}(\mathsf{S}; \{s_1\}, \{s_2\})$.

Так как $\mathsf{T}^{(1)}(\mathsf{S}; S_1, S_2) = \bigcup\limits_{s_1 \in S_1} \bigcup\limits_{s_2 \in S_2} \{\Phi_{\mathsf{S}}(\mathsf{h})_{s_1, s_2} \mid \Phi_{\mathsf{S}}(\mathsf{h}) \in \omega(\hat{\mathsf{M}}_{\{s_1\},\{s_2\}}, \{s_1\}, Q_{\{s_2\}})\}$,

то существует алгоритм построения множества

$$Z^{(1)}_{S_1, S_2} = \{((s_1, s_2), (\hat{\mathsf{M}}_{\{s_1\},\{s_2\}}, \{s_1\}, Q_{\{s_2\}})) \mid s_1 \in S_1 \&$$

$$\& \, s_2 \in S_2 \& \, \omega((\hat{\mathsf{M}}_{\{s_1\},\{s_2\}}, \{s_1\}, Q_{\{s_2\}})) \neq \varnothing\}, \tag{5}$$

представляющего множество $\mathsf{T}^{(1)}(\mathsf{S}; S_1, S_2)$.

Исходя из заданного конечного множества настроенных автоматов $(\hat{\mathsf{M}}_{\{s_1\},\{s_2\}}, \{s_1\}, Q_{\{s_2\}})$ $(s_1 \in S_1,\ s_2 \in S_2)$, построим такой настроенный автомат $(\mathsf{M}_{S_1, S_2}, v_{in}, V_{fin})$, что $\omega(\mathsf{M}_{S_1, S_2}, v_{in}, V_{fin}) = \bigcup\limits_{s_1 \in S_1} \bigcup\limits_{s_2 \in S_2} \omega(\hat{\mathsf{M}}_{\{s_1\},\{s_2\}}, \{s_1\}, Q_{\{s_2\}})$.

Известно, что существует алгоритм, выходом которого является настроенный автомат, отображающий пересечение языков, представленных исходными автоматами. Применив этот алгоритм к настроенным автоматам $(\mathsf{M}_{S_1, S_2}, v_{in}, V_{fin})$ и $(\hat{\mathsf{M}}_{\{s_1\},\{s_2\}}, \{s_1\}, Q_{\{s_2\}})$ (где либо $s_1 \in S \setminus S_1$ и $s_2 \in S_2$, либо $s_1 \in S_1$ и $s_2 \in S \setminus S_2$), получим такой настроенный автомат $(\tilde{\mathsf{M}}_{\{s_1\},\{s_2\}}, w_{\{s_1\}}, W_{\{s_2\}})$, что

$$\omega(\tilde{\mathsf{M}}_{\{s_1\},\{s_2\}}, w_{\{s_1\}}, W_{\{s_2\}}) =$$

$$= \{\Phi_{\mathsf{S}}(\mathsf{h}) \mid in(\mathsf{h}) = s_1 \& \, fin(\mathsf{h}) = s_2 \& \, (\exists \mathsf{h}_1 \in \mathsf{H}(\mathsf{S}; S_1, S_2)(\Phi_{\mathsf{S}}(\mathsf{h}) = \Phi_{\mathsf{S}}(\mathsf{h}_1))\}. \tag{6}$$

Следовательно, существуют алгоритмы построения каждого из множеств

$$Z^{(2)}_{S_1,S_2} = \{((s_1, s_2), (\widetilde{\mathsf{M}}_{\{s_1\},\{s_2\}}, w_{\{s_1\}}, W_{\{s_2\}})) \mid s_1 \in S \setminus S_1 \,\&\, s_2 \in S_2 \,\&$$

$$\& \,\omega((\widetilde{\mathsf{M}}_{\{s_1\},\{s_2\}}, w_{\{s_1\}}, W_{\{s_2\}})) \neq \varnothing\}, \qquad (7)$$

$$Z^{(3)}_{S_1,S_2} = \{((s_1, s_2), (\widetilde{\mathsf{M}}_{\{s_1\},\{s_2\}}, w_{\{s_1\}}, W_{\{s_2\}})) \mid s_1 \in S_1 \,\&\, s_2 \in S \setminus S_2 \,\&$$

$$\& \,\omega((\widetilde{\mathsf{M}}_{\{s_1\},\{s_2\}}, w_{\{s_1\}}, W_{\{s_2\}})) \neq \varnothing\}. \qquad (8)$$

Из (5)–(7) вытекает, что $Z^{(1)}_{S_1,S_2} \cup Z^{(2)}_{S_1,S_2}$ представляет множество $\mathsf{T}^{(2)}(\mathsf{S}; S_1, S_2)$, а из (5), (6) и (8) следует, что $Z^{(1)}_{S_1,S_2} \cup Z^{(3)}_{S_1,S_2}$ представляет множество $\mathsf{T}^{(3)}(\mathsf{S}; S_1, S_2)$.

Теорема доказана.

Для АТС $\mathsf{S} = (S, B, U, T, \varphi)$, в которой приоритеты скрытых и доступных действий совпадают, будем рассматривать только такие НАТС $\mathsf{S} = (\mathsf{S}, S_{in}, S_{fin}, S_{frb}, S_{\perp})$, которые удовлетворяют следующему условию.

Условие 1. Для всех состояний $s_1 \in S_{in}$ и $s_2 \in S_{fin}$ истинны неравенства $\mathsf{H}(\mathsf{S}; \{s_1\}, S_{fin}) \neq \varnothing$ и $\mathsf{H}(\mathsf{S}; S_{in}, \{s_2\}) \neq \varnothing$.

Целесообразность выделения НАТС, удовлетворяющих условию 1, обусловлена следующими двумя положениями. Во-первых, ни во множество начальных состояний, ни во множество финальных состояний не должны включаться состояния, которые не обеспечивают успешной инициализации и завершения любого процесса, взаимодействующего с АТС. Во-вторых, из теоремы 1 вытекает истинность следующего следствия.

Следствие 1. Если АТС $\mathsf{S} = (S, B, U, T, \varphi)$ конечная и приоритеты скрытых и доступных действий совпадают, то существует алгоритм, который для любой НАТС $\mathsf{S} = (\mathsf{S}, S_{in}, S_{fin}, S_{frb}, S_{\perp})$ осуществляет проверку выполнения условия 1.

Для НАТС $\mathsf{S} = (\mathsf{S}, S_{in}, S_{fin}, S_{frb}, S_{\perp})$ $(\mathsf{S} = (S, B, U, T, \varphi))$ положим $\mathsf{H}(\mathsf{S}) = \mathsf{H}(\mathsf{S}; S_{in}, S_{fin})$ и $\mathsf{T}(\mathsf{S}) = \mathsf{T}^{(1)}(\mathsf{S}; S_{in}, S_{fin})$. Отметим, что из утверждения 3 вытекает, что $\mathsf{L}_{\mathsf{S}}(\mathsf{H}(\mathsf{S})) = \mathsf{L}_{\mathsf{S}}(\mathsf{T}(\mathsf{S}))$.

Определение 1. Пусть для АТС $\mathsf{S} = (S, B, U, T, \varphi)$ приоритеты скрытых и доступных действий совпадают. Назовем НАТС $\mathsf{S} = (\mathsf{S}, S_{in}, S_{fin}, S_{frb}, S_{\perp})$ допустимой тогда и только тогда, когда для языка $\mathsf{L}_{\mathsf{S}}(\mathsf{H}(\mathsf{S}))$ истинны соотношения $\varnothing \neq annul_{\tau_{\mathsf{S}}}(\mathsf{L}_{\mathsf{S}}(\mathsf{H}(\mathsf{S}))) \subseteq \mathsf{L}_{\mathsf{S}}$.

Теорема 2. Если для конечной АТС $\mathsf{S} = (S, B, U, T, \varphi)$ приоритеты скрытых и доступных действий совпадают, то для каждой НАТС $\mathsf{S} = (\mathsf{S}, S_{in}, S_{fin}, S_{frb}, S_{\perp})$ алгоритмически разрешима проверка свойства «быть допустимой».

Доказательство. Пусть $\mathsf{S} = (S, B, U, T, \varphi)$ — конечная АТС, для которой приоритеты скрытых и доступных действий совпадают. Рассмотрим произвольную НАТС $\mathsf{S} = (\mathsf{S}, S_{in}, S_{fin}, S_{frb}, S_{\perp})$.

Интерпретируем НАТС S как источник, у которого S_{in} и S_{fin} являются множеством соответственно начальных и финальных состояний, а маркер τ_{S} — пустым символом. Применим к нему процедуру детерминизации источников, предложенную в [8]. Получим такой настроенный автомат $(\mathsf{M}_{\mathsf{S}}, q_{in}, Q_{fin})$ $(\mathsf{M}_{\mathsf{S}} = (Q_{\mathsf{S}}, A, \delta_{\mathsf{S}}),\ q_{in} \in Q_{\mathsf{S}},\ Q_{fin} \in B(Q_{\mathsf{S}}) \setminus \{\varnothing\})$, что истинно равенство $\omega(\mathsf{M}_{\mathsf{S}}, q_{in}, Q_{fin}) = annul_{\tau_{\mathsf{S}}}(\mathsf{L}_{\mathsf{S}}(\mathsf{H}(\mathsf{S})))$.

Известно, что проверка свойства «представляемый настроенным автоматом язык непустой» (а следовательно, и свойства «представляемый настроенным автоматом язык является пустым») алгоритмически разрешима. Применив этот алгоритм к настроенному автомату $(\mathsf{M}_\mathsf{S}, q_{in}, Q_{fin})$, проверим истинность неравенства $annul_{\tau_\mathsf{S}}(\mathsf{L}_\mathsf{S}(\mathsf{H}(\mathsf{S}))) \neq \varnothing$.

Для проверки включения $annul_{\tau_\mathsf{S}}(\mathsf{L}_\mathsf{S}(\mathsf{H}(\mathsf{S}))) \subseteq \mathsf{L}_\mathsf{S}$ воспользуемся формулой

$$annul_{\tau_\mathsf{S}}(\mathsf{L}_\mathsf{S}(\mathsf{H}(\mathsf{S}))) \subseteq \mathsf{L}_\mathsf{S} \Leftrightarrow annul_{\tau_\mathsf{S}}(\mathsf{L}_\mathsf{S}(\mathsf{H}(\mathsf{S}))) \cap \neg \mathsf{L}_\mathsf{S} = \varnothing,$$

где $\neg \mathsf{L}_\mathsf{S}$ — дополнение языка L_S во множестве A^+.

Так как $\mathsf{L}_\mathsf{S} = \omega(\mathsf{M}_{\mathsf{L}_\mathsf{S}}, v_{\mathsf{L}_\mathsf{S}}, V_{fin})$ $(\mathsf{M}_{\mathsf{L}_\mathsf{S}} = (V_{\mathsf{L}_\mathsf{S}}, A, \delta_{\mathsf{L}_\mathsf{S}})$, $q_{\mathsf{L}_\mathsf{S}} \in V_{\mathsf{L}_\mathsf{S}}$, $V_{fin} \in \in B(V_{\mathsf{L}_\mathsf{S}}) \setminus \{\varnothing\})$, то для настроенного автомата $(\mathsf{M}_{\mathsf{L}_\mathsf{S}}, v_{\mathsf{L}_\mathsf{S}}, V_{\mathsf{L}_\mathsf{S}} \setminus V_{fin})$ истинно равенство $\neg \mathsf{L}_\mathsf{S} = \omega(\mathsf{M}_{\mathsf{L}_\mathsf{S}}, v_{\mathsf{L}_\mathsf{S}}, V_{\mathsf{L}_\mathsf{S}} \setminus V_{fin})$.

Построим автомат $\mathsf{M} = (W, A, \delta)$, являющийся декартовым произведением автоматов $\mathsf{M}_\mathsf{S} = (Q_\mathsf{S}, A, \delta_\mathsf{S})$ и $\mathsf{M}_{\mathsf{L}_\mathsf{S}} = (V_{\mathsf{L}_\mathsf{S}}, A, \delta_{\mathsf{L}_\mathsf{S}})$ с отождествлением их входов, т.е. $W = Q_\mathsf{S} \times V_{\mathsf{L}_\mathsf{S}}$ и $\delta((q, v), a) = (\delta_\mathsf{S}(q, a), \delta_{\mathsf{L}_\mathsf{S}}(v, a))$ для всех $q \in Q_\mathsf{S}$, $v \in V_{\mathsf{L}_\mathsf{S}}$ и $a \in A$. Рассмотрим настроенный автомат $(\mathsf{M}, (q_{in}, v_{\mathsf{L}_\mathsf{S}}), Q_{fin} \times (V_{\mathsf{L}_\mathsf{S}} \setminus V_{fin}))$. Так как для любого входного слова $p \in A^+$

$$p \in \omega(\mathsf{M}, (q_{in}, v_{\mathsf{L}_\mathsf{S}}), Q_{fin} \times (V_{\mathsf{L}_\mathsf{S}} \setminus V_{fin})) \Leftrightarrow \delta((q_{in}, v_{\mathsf{L}_\mathsf{S}}), p) \in Q_{fin} \times (V_{\mathsf{L}_\mathsf{S}} \setminus V_{fin}) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow pr_1 \delta((q_{in}, v_{\mathsf{L}_\mathsf{S}}), p) \in Q_{fin} \,\&\, pr_2 \delta((q_{in}, v_{\mathsf{L}_\mathsf{S}}), p) \in (V_{\mathsf{L}_\mathsf{S}} \setminus V_{fin}) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \delta_\mathsf{S}(q_{in}, p) \in Q_{fin} \,\&\, \delta_{\mathsf{L}_\mathsf{S}}(v_{\mathsf{L}_\mathsf{S}}, p) \in V_{\mathsf{L}_\mathsf{S}} \setminus V_{fin} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow p \in annul_{\tau_\mathsf{S}}(\mathsf{L}_\mathsf{S}(\mathsf{H}(\mathsf{S}))) \,\&\, p \in \neg \mathsf{L}_\mathsf{S} \Leftrightarrow p \in annul_{\tau_\mathsf{S}}(\mathsf{L}_\mathsf{S}(\mathsf{H}(\mathsf{S}))) \cap \neg \mathsf{L}_\mathsf{S},$$

то $\omega(\mathsf{M}, (q_{in}, v_{\mathsf{L}_\mathsf{S}}), Q_{fin} \times (V_{\mathsf{L}_\mathsf{S}} \setminus V_{fin})) = annul_{\tau_\mathsf{S}}(\mathsf{L}_\mathsf{S}(\mathsf{H}(\mathsf{S}))) \cap \neg \mathsf{L}_\mathsf{S}$.

Применив к настроенному автомату $(\mathsf{M}, (q_{in}, v_{\mathsf{L}_\mathsf{S}}), Q_{fin} \times (V_{\mathsf{L}_\mathsf{S}} \setminus V_{fin}))$ алгоритм проверки свойства «представляемый настроенным автоматом язык является пустым», проверим истинность включения $annul_{\tau_\mathsf{S}}(\mathsf{L}_\mathsf{S}(\mathsf{H}(\mathsf{S}))) \subseteq \mathsf{L}_\mathsf{S}$.

Теорема доказана.

Далее будем рассматривать только допустимые НАТС.

Определение 2. Пусть для АТС $\mathsf{S} = (S, B, U, T, \varphi)$ приоритеты скрытых и доступных действий совпадают. Назовем НАТС $\mathsf{S} = (\mathsf{S}, S_{in}, S_{fin}, S_{frb}, S_\perp)$ X-безопасной $(\mathsf{X} \in \{\mathsf{H}, \mathsf{T}^{(1)}\})$ тогда и только тогда, когда $\mathsf{X}(\mathsf{S}; S_{in}, S_{frb}) = \varnothing$ и $\mathsf{X}(\mathsf{S}; S_{frb}, S_{fin}) = \varnothing$.

Из утверждения 1 вытекает истинность следующего утверждения.

Утверждение 5. Если для АТС $\mathsf{S} = (S, B, U, T, \varphi)$ приоритеты скрытых и доступных действий совпадают, то любая НАТС $\mathsf{S} = (\mathsf{S}, S_{in}, S_{fin}, S_{frb}, S_\perp)$ является H-безопасной тогда и только тогда, когда она является $\mathsf{T}^{(1)}$-безопасной.

Теорема 3. Если для конечной АТС $\mathsf{S} = (S, B, U, T, \varphi)$ приоритеты скрытых и доступных действий совпадают, то для каждой НАТС $\mathsf{S} = (\mathsf{S}, S_{in}, S_{fin}, S_{frb}, S_\perp)$ алгоритмически разрешима проверка свойства «быть X-безопасной» $(\mathsf{X} \in \{\mathsf{H}, \mathsf{T}^{(1)}\})$.

Доказательство. Пусть $\mathsf{S} = (S, B, U, T, \varphi)$ — конечная АТС, для которой приоритеты скрытых и доступных действий совпадают. Рассмотрим произвольную НАТС $\mathsf{S} = (\mathsf{S}, S_{in}, S_{fin}, S_{frb}, S_\perp)$. Из утверждения 5 вытекает, что достаточно доказать теорему для случая, когда $\mathsf{X} = \mathsf{H}$.

Интерпретировав НАТС $\mathsf{S} = (\mathsf{S}, S_{in}, S_{fin}, S_{frb}, S_\perp)$ как источник, у которого S_{in} и S_{frb} являются множеством соответственно начальных и финальных состояний, а B — входным алфавитом, применим процедуру детерминизации источников, предложенную в [8]. Получим такой настроенный автомат $(\mathsf{M}_{\mathsf{S}}, q_{in}, Q_{fin})$, что $\omega(\mathsf{M}_{\mathsf{S}}, q_{in}, Q_{fin}) = \mathsf{L}_{\mathsf{S}}(\mathsf{H}(\mathsf{S}; S_{in}, S_{frb}))$. Известно, что проверка свойства «представляемый настроенным автоматом язык непустой» алгоритмически разрешима. Применив этот алгоритм к настроенному автомату $(\mathsf{M}_{\mathsf{S}}, q_{in}, Q_{fin})$, проверим истинность равенства $\mathsf{L}_{\mathsf{S}}(\mathsf{H}(\mathsf{S}; S_{in}, S_{frb})) = \varnothing$. Из утверждения 4 вытекает, что осуществлена проверка истинности равенства $\mathsf{H}(\mathsf{S}; S_{in}, S_{frb}) = \varnothing$.

Аналогичным образом, интерпретируя НАТС $\mathsf{S} = (\mathsf{S}, S_{in}, S_{fin}, S_{frb}, S_{\perp})$ как источник, у которого S_{frb} и S_{fin} являются множеством соответственно начальных и финальных состояний, а множество B — входным алфавитом, проверим истинность равенства $\mathsf{H}(\mathsf{S}; S_{frb}, S_{fin}) = \varnothing$.

Теорема доказана.

Обозначим $\mathsf{h}_1 \circ \mathsf{h}_2$ $(\mathsf{h}_1, \mathsf{h}_2 \in \mathsf{H}_{fnt}(\mathsf{S}),\ fin(\mathsf{h}_1) = in(\mathsf{h}_2))$ конкатенацию историй h_1 и h_2. Положим $\Phi_{\mathsf{S}}(\mathsf{h}_1)_{in(\mathsf{h}_1),\ fin(\mathsf{h}_1)} * \Phi_{\mathsf{S}}(\mathsf{h}_2)_{in(\mathsf{h}_2),\ fin(\mathsf{h}_2)} = \Phi_{\mathsf{S}}(\mathsf{h}_1 \circ \mathsf{h}_2)_{in(\mathsf{h}_1),\ fin(\mathsf{h}_2)}$ для любых таких историй $\mathsf{h}_1, \mathsf{h}_2 \in \mathsf{H}_{fnt}(\mathsf{S})$, что $fin(\mathsf{h}_1) = in(\mathsf{h}_2)$.

Определение 3. Пусть для АТС $\mathsf{S} = (S, B, U, T, \varphi)$ приоритеты скрытых и доступных действий совпадают. Назовем НАТС $\mathsf{S} = (\mathsf{S}, S_{in}, S_{fin}, S_{frb}, S_{\perp})$ H-корректной тогда и только тогда, когда $\mathsf{H}(\mathsf{S}; S_{in}, S_{frb}) \circ \mathsf{H}(\mathsf{S}; S_{frb}, S_{fin}) = \varnothing$, и $(\mathsf{T}^{(i)}, \mathsf{T}^{(j)})$-корректной (где $(i, j) \in \{(1,1), (2,1), (1,3), (2,3), (3,2)\}$) тогда и только тогда, когда $\mathsf{T}^{(i)}(S_{in}, S_{frb}) * \mathsf{T}^{(j)}(S_{frb}, S_{fin}) = \varnothing$.

Из (1)–(4) и утверждения 2 вытекает истинность следующих трех утверждений.

Утверждение 6. Если для АТС $\mathsf{S} = (S, B, U, T, \varphi)$ приоритеты скрытых и доступных действий совпадают, то НАТС $\mathsf{S} = (\mathsf{S}, S_{in}, S_{fin}, S_{frb}, S_{\perp})$ является H-корректной тогда и только тогда, когда она является $(\mathsf{T}^{(1)}, \mathsf{T}^{(1)})$-корректной.

Утверждение 7. Если для АТС $\mathsf{S} = (S, B, U, T, \varphi)$ приоритеты скрытых и доступных действий совпадают и НАТС $\mathsf{S} = (\mathsf{S}, S_{in}, S_{fin}, S_{frb}, S_{\perp})$ является $(\mathsf{T}^{(i)}, \mathsf{T}^{(j)})$-корректной (где $(i, j) \in \{(2,1), (1,3), (3,2)\}$), то она является $(\mathsf{T}^{(1)}, \mathsf{T}^{(1)})$-корректной.

Утверждение 8. Если для АТС $\mathsf{S} = (S, B, U, T, \varphi)$ приоритеты скрытых и доступных действий совпадают и НАТС $\mathsf{S} = (\mathsf{S}, S_{in}, S_{fin}, S_{frb}, S_{\perp})$ является $(\mathsf{T}^{(2)}, \mathsf{T}^{(3)})$-корректной, то она является $(\mathsf{T}^{(1)}, \mathsf{T}^{(3)})$-корректной и $(\mathsf{T}^{(2)}, \mathsf{T}^{(1)})$-корректной.

Теорема 4. Если для конечной АТС $\mathsf{S} = (S, B, U, T, \varphi)$ приоритеты скрытых и доступных действий совпадают, то для каждой НАТС $\mathsf{S} = (\mathsf{S}, S_{in}, S_{fin}, S_{frb}, S_{\perp})$ алгоритмически разрешима проверка каждого из свойств «быть H-корректной» и «быть $(\mathsf{T}^{(i)}, \mathsf{T}^{(j)})$-корректной» (где $(i, j) \in \{(1,1), (2,1), (1,3), (2,3), (3,2)\}$).

Доказательство. Пусть $\mathsf{S} = (S, B, U, T, \varphi)$ — конечная АТС, для которой приоритеты скрытых и доступных действий совпадают. Рассмотрим произвольную НАТС $\mathsf{S} = (\mathsf{S}, S_{in}, S_{fin}, S_{frb}, S_{\perp})$.

Пусть $\breve{\mathsf{M}} = (S \cup \{\alpha\}, S \times B \times S, \breve{\delta})$ $(\alpha \notin S)$ — всюду определенный автомат без выхода, построенный при доказательстве теоремы 1. Тогда для каждого настроенного автомата $(\breve{\mathsf{M}}, s_1, \{s_2\})$ $(s_1, s_2 \in S)$ истинно равенство $\omega(\breve{\mathsf{M}}, s_1, \{s_2\}) = \mathsf{H}(\mathsf{S}; \{s_1\}, \{s_2\})$. Отсюда вытекает, что существуют алгоритмы построения множеств

$$X_1 = \{s_2 \in S_{frb} \mid (\exists s_1 \in S_{in})(\omega(\breve{\mathsf{M}}, s_1, \{s_2\}) \neq \varnothing)\},$$

$$X_2 = \{s_1 \in S_{frb} \mid (\exists s_2 \in S_{fin})(\omega(\breve{\mathsf{M}}, s_1, \{s_2\}) \neq \varnothing)\}.$$

А поскольку истинна формула

$$\mathsf{H}(\mathsf{S}; S_{in}, S_{frb}) \circ \mathsf{H}(\mathsf{S}; S_{frb}, S_{fin}) = \varnothing \Leftrightarrow X_1 \cap X_2 = \varnothing,$$

то для НАТС $\mathsf{S} = (\mathsf{S}, S_{in}, S_{fin}, S_{frb}, S_{\perp})$ существует алгоритм проверки свойства «быть H-корректной».

Исходя из равенств (5), (7) и (8), вытекает существование алгоритмов построения множеств

$$Y_1 = \{s_2 \in S_{frb} \,|\, \exists\, ((s_1, s_2), (\widehat{\mathsf{M}}_{\{s_1\},\{s_2\}}, \{s_1\}, Q_{\{s_2\}})) \in Z^{(1)}_{S_{in}, S_{frb}}\},$$

$$Y_2 = \{s_1 \in S_{frb} \,|\, \exists\, ((s_1, s_2), (\widehat{\mathsf{M}}_{\{s_1\},\{s_2\}}, \{s_1\}, Q_{\{s_2\}})) \in Z^{(1)}_{S_{frb}, S_{fin}}\},$$

$$Y_3 = \{s_2 \in S_{frb} \,|\, \exists\, ((s_1, s_2), (\widetilde{\mathsf{M}}_{\{s_1\},\{s_2\}}, w_{\{s_1\}}, W_{\{s_2\}})) \in Z^{(2)}_{S_{in}, S_{frb}}\},$$

$$Y_4 = \{s_1 \in S \setminus S_{frb} \,|\, \exists\, ((s_1, s_2), (\widetilde{\mathsf{M}}_{\{s_1\},\{s_2\}}, w_{\{s_1\}}, W_{\{s_2\}})) \in Z^{(2)}_{S_{frb}, S_{fin}}\},$$

$$Y_5 = \{s_2 \in S \setminus S_{frb} \,|\, \exists\, ((s_1, s_2), (\widetilde{\mathsf{M}}_{\{s_1\},\{s_2\}}, w_{\{s_1\}}, W_{\{s_2\}})) \in Z^{(3)}_{S_{in}, S_{frb}}\},$$

$$Y_6 = \{s_1 \in S_{frb} \,|\, \exists\, ((s_1, s_2), (\widetilde{\mathsf{M}}_{\{s_1\},\{s_2\}}, w_{\{s_1\}}, W_{\{s_2\}})) \in Z^{(3)}_{S_{frb}, S_{fin}}\}.$$

Поскольку истинны формулы

$$\mathsf{T}^{(1)}(S_{in}, S_{frb}) * \mathsf{T}^{(1)}(S_{frb}, S_{fnl}) = \varnothing \Leftrightarrow Y_1 \cap Y_2 = \varnothing,$$

$$\mathsf{T}^{(2)}(S_{in}, S_{frb}) * \mathsf{T}^{(1)}(S_{frb}, S_{fnl}) = \varnothing \Leftrightarrow (Y_1 \cup Y_3) \cap Y_2 = \varnothing,$$

$$\mathsf{T}^{(1)}(S_{in}, S_{frb}) * \mathsf{T}^{(3)}(S_{frb}, S_{fnl}) = \varnothing \Leftrightarrow Y_1 \cap (Y_2 \cup Y_6) = \varnothing,$$

$$\mathsf{T}^{(2)}(S_{in}, S_{frb}) * \mathsf{T}^{(3)}(S_{frb}, S_{fnl}) = \varnothing \Leftrightarrow (Y_1 \cup Y_3) \cap (Y_2 \cup Y_6) = \varnothing,$$

$$\mathsf{T}^{(3)}(S_{in}, S_{frb}) * \mathsf{T}^{(2)}(S_{frb}, S_{fnl}) = \varnothing \Leftrightarrow (Y_1 \cup Y_5) \cap (Y_4 \cup Y_6) = \varnothing,$$

то для НАТС $\mathsf{S} = (\mathsf{S}, S_{in}, S_{fin}, S_{frb}, S_{\perp})$ существует алгоритм проверки каждого из свойств «быть $(\mathsf{T}^{(i)}, \mathsf{T}^{(j)})$-корректной» $((i, j) \in \{(1,1), (2,1), (1,3), (2,3), (3,2)\})$.

Теорема доказана.

Для каждой АТС $\mathsf{S} = (S, B, U, T, \varphi)$, для которой приоритеты скрытых и доступных действий совпадают, по аналогии с тем, как это было сделано в [7], любая НАТС $\mathsf{S} = (\mathsf{S}, S_{in}, S_{fin}, S_{frb}, S_{\perp})$ может быть преобразована в эквивалентный ей двухполюсник $\widetilde{\mathsf{S}}$.

Это обстоятельство дает возможность расширить алгебру, построенную в [7] для НАТС без скрытых переходов, на НАТС со скрытыми переходами в предположении, что для АТС $\mathsf{S} = (S, B, U, T, \varphi)$ приоритеты скрытых и доступных действий совпадают. При этом если исходные НАТС являются допустимыми, X-безопасными $(\mathsf{X} \in \{\mathsf{H}, \mathsf{T}^{(1)}\})$, H-корректными или $(\mathsf{T}^{(i)}, \mathsf{T}^{(j)})$-корректными $((i, j) \in \{(1,1), (2,1), (1,3), (2,3), (3,2)\})$, то композиции $\widetilde{\mathsf{S}}^*$, $\widetilde{\mathsf{S}}^{(1)} || \widetilde{\mathsf{S}}^{(2)}$, $\widetilde{\mathsf{S}}^{(1)} \widetilde{\mathsf{S}}^{(2)}$ и $\widetilde{\mathsf{S}}^{(1)} \Diamond \widetilde{\mathsf{S}}^{(2)}$ обладают такими же свойствами (с дополнительным условием, что для допустимости двухполюсника $\widetilde{\mathsf{S}}^{(1)} \Diamond \widetilde{\mathsf{S}}^{(2)}$ требуется, чтобы пересечение языков, представимых двухполюсниками $\widetilde{\mathsf{S}}^{(1)}$ и $\widetilde{\mathsf{S}}^{(2)}$, было непустым).

3. СКРЫТЫЕ ДЕЙСТВИЯ, ОБЛАДАЮЩИЕ БОЛЕЕ ВЫСОКИМ ПРИОРИТЕТОМ ПО СРАВНЕНИЮ С ДОСТУПНЫМИ

Поставим в соответствие АТС $\mathsf{S}=(S, B, U, T, \varphi)$ такую АТС $\hat{\mathsf{S}}=(S, B, U, \hat{T}, \varphi)$, что

$$\hat{T}=T_{\tau_S} \cup \{s \xrightarrow{a} s' \in T_A \mid (\neg(\exists s'' \in S))\,(s \xrightarrow{\tau_S} s'')\}. \tag{9}$$

По предположению, маркер τ_S представляет скрытые действия компьютерной системы, приоритет которых выше приоритета любого доступного экспериментатору действия $a \in A$. Поэтому из (9) вытекает, что АТС $\mathsf{S}=(S, B, U, T, \varphi)$ и $\hat{\mathsf{S}}=(S, B, U, \hat{T}, \varphi)$ эквивалентны в том понимании, что множество всех реализуемых в АТС S историй (трасс) совпадает с множеством всех реализуемых в АТС $\hat{\mathsf{S}}$ историй (трасс). Более того, любые НАТС $\mathbb{S}=(\mathsf{S}, S_{in}, S_{fin}, S_{frb}, S_{\perp})$ ($\mathsf{S}=(S, B, U, T, \varphi)$) и $\hat{\mathbb{S}}=(\hat{\mathsf{S}}, S_{in}, S_{fin}, S_{frb}, S_{\perp})$ ($\hat{\mathsf{S}}=(S, B, U, \hat{T}, \varphi)$) также эквивалентны в указанном выше смысле. А так как структура АТС $\hat{\mathsf{S}}$ является более простой, чем структура АТС S, то естественно назвать АТС $\hat{\mathsf{S}}$ приведенной формой АТС S, а НАТС $\hat{\mathbb{S}}$ — приведенной формой НАТС $\mathbb{S}$.

Целесообразность такого определения приведенной формы для АТС в случае, когда маркер τ_S представляет скрытые действия компьютерной системы, приоритет которых выше приоритета любого доступного экспериментатору действия $a \in A$, характеризуется следующим образом.

Теорема 5. Пусть в АТС $\mathsf{S}=(S, B, U, T, \varphi)$ маркер τ_S представляет скрытые действия компьютерной системы, приоритет которых выше приоритета любого доступного экспериментатору действия $a \in A$. Тогда приведенная форма $\hat{\mathsf{S}}=(S, B, U, \hat{T}, \varphi)$ представляет собой АТС, в которой приоритеты скрытых и доступных действий совпадают.

Доказательство. Предположим, что $\mathsf{S}=(S, B, U, T, \varphi)$ — такая АТС, что маркер τ_S представляет скрытые действия компьютерной системы, приоритет которых выше приоритета любого доступного экспериментатору действия $a \in A$. Рассмотрим АТС $\hat{\mathsf{S}}=(S, B, U, \hat{T}, \varphi)$.

Предположим, что в АТС $\hat{\mathsf{S}}$ для состояния $s \in S$ существует переход $s \xrightarrow{\tau_S} s' \in \hat{T}$. Из (9) вытекает, что в АТС $\hat{\mathsf{S}}$ все переходы с началом s имеют вид $s \xrightarrow{\tau_S} s'' \in T_{\tau_S}$. Это означает, что в АТС $\hat{\mathsf{S}}$ все переходы с началом s имеют один и тот же приоритет.

Теперь предположим, что в АТС $\hat{\mathsf{S}}$ для состояния $s \in S$ существует переход $s \xrightarrow{a} s' \in \hat{T}$. Из (9) вытекает, что в АТС $\hat{\mathsf{S}}$ все переходы с началом s имеют вид $s \xrightarrow{a'} s' \in \{s \xrightarrow{a} s' \in T_A \mid (\neg(\exists s'' \in S))\,(s \xrightarrow{\tau_S} s'')\}$. Это означает, что в АТС $\hat{\mathsf{S}}$ все переходы с началом s имеют один и тот же приоритет.

Так как в АТС $\hat{\mathsf{S}}$ все переходы с началом в каждом состоянии s имеют один и тот же приоритет, то приведенная форма $\hat{\mathsf{S}}$ представляет собой АТС, в которой приоритеты скрытых и доступных действий совпадают.

Теорема доказана.

Из теоремы 5 непосредственно вытекает следующее утверждение.

Следствие 1. Пусть в АТС $\mathsf{S}=(S, B, U, T, \varphi)$ маркер τ_S представляет скрытые действия компьютерной системы, приоритет которых выше приоритета любого доступного экспериментатору действия $a \in A$. Тогда для любой НАТС $\mathbb{S}=(\mathsf{S}, S_{in}, S_{fin}, S_{frb}, S_{\perp})$ приведенная форма $\hat{\mathbb{S}}=(\hat{\mathsf{S}}, S_{in}, S_{fin}, S_{frb}, S_{\perp})$ представляет собой НАТС, в которой приоритеты скрытых и доступных действий совпадают.

При переходе от АТС S к ее приведенной форме $\hat{\mathsf{S}}$ может быть нарушено условие 1. Кроме того, в АТС S (а следовательно, и в ее приведенной форме $\hat{\mathsf{S}}$) могут существовать бесконечные истории, у которых определенный (бесконечный) финальный отрезок состоит только из переходов, отмеченных символом τ_{S}. При активации такого финального отрезка истории компьютерная система блокирует все взаимодействующие с ней процессы и может бесконечно долго совершать скрытые действия.

Для того чтобы избежать указанных выше ситуаций, введем следующее определение.

Определение 4. Пусть в АТС $\mathsf{S}=(S, B, U, T, \varphi)$ маркер τ_{S} представляет скрытые действия компьютерной системы, приоритет которых выше приоритета любого доступного экспериментатору действия $a \in A$. Назовем НАТС $\mathsf{S}=(\mathsf{S}, S_{in}, S_{fin}, S_{frb}, S_{\perp})$ допустимой тогда и только тогда, когда ее приведенная форма $\hat{\mathsf{S}}=(\hat{\mathsf{S}}, S_{in}, S_{fin}, S_{frb}, S_{\perp})$ удовлетворяет следующим трем условиям.

Условие 2. Для всех $s_1 \in S_{in}$ и $s_2 \in S_{fin}$ истинны неравенства $\mathsf{H}(\hat{\mathsf{S}}; \{s_1\}, S_{fin}) \neq \varnothing$ и $\mathsf{H}(\hat{\mathsf{S}}; S_{in}, \{s_2\}) \neq \varnothing$.

Условие 3. В АТС $\hat{S}=(S, B, U, \hat{T}, \varphi)$ нет ни одной бесконечной истории $s_1 \xrightarrow{b_1} s_2 \xrightarrow{b_2} \ldots \xrightarrow{b_{i-1}} s_i \xrightarrow{b_i} \ldots$ $(s_i \in S,\ b_i \in B\ \ (i \in \mathbf{N}))$, для которой существует такое $i \in \mathbf{N}$, что равенство $b_j=\tau_{\mathsf{S}}$ истинно для всех $j \geq i$.

Условие 4. Для языка $\mathsf{L}_{\hat{\mathsf{S}}}(\mathsf{H}(\hat{\mathsf{S}}))$ истинны соотношения

$$\varnothing \neq annul_{\tau_{\mathsf{S}}}(\mathsf{L}_{\hat{\mathsf{S}}}(\mathsf{H}(\hat{\mathsf{S}}))) \subseteq \mathsf{L}_{\mathsf{S}}.$$

Теорема 6. Пусть в конечной АТС $\mathsf{S}=(S, B, U, T, \varphi)$ маркер τ_{S} представляет скрытые действия компьютерной системы, приоритет которых выше приоритета любого доступного экспериментатору действия $a \in A$. Тогда для каждой НАТС $\mathsf{S}=(\mathsf{S}, S_{in}, S_{fin}, S_{frb}, S_{\perp})$ алгоритмически разрешима проверка свойства «быть допустимой».

Доказательство. Предположим, что $\mathsf{S}=(S, B, U, T, \varphi)$ является конечной АТС, в которой маркер τ_{S} представляет скрытые действия компьютерной системы, приоритет которых выше приоритета любого доступного экспериментатору действия $a \in A$. Рассмотрим произвольную НАТС $\mathsf{S}=(\mathsf{S}, S_{in}, S_{fin}, S_{frb}, S_{\perp})$.

В силу теоремы 5 приведенная форма $\hat{\mathsf{S}}=(S, B, U, \hat{T}, \varphi)$ представляет собой конечную АТС, в которой приоритеты скрытых и доступных действий совпадают. Воспользуемся той ситуацией, когда для АТС $\hat{S}$ истинны все результаты, полученные в разд. 1.

В силу следствия 1 теоремы 1 существует алгоритм, который для НАТС $\hat{\mathsf{S}}=(\hat{\mathsf{S}}, S_{in}, S_{fin}, S_{frb}, S_{\perp})$ осуществляет проверку истинности неравенств $\mathsf{H}(\hat{\mathsf{S}}; \{s_1\}, S_{fin}) \neq \varnothing$ $(s_1 \in S_{in})$ и $\mathsf{H}(\hat{\mathsf{S}}; S_{in}, \{s_2\}) \neq \varnothing$ $(s_2 \in S_{fin})$, т.е. проверку выполнимости условия 2.

Из теоремы 2 (с учетом определения 1) вытекает, что для НАТС $\hat{\mathsf{S}}$ существует алгоритм проверки выполнения условия 4.

Так как АТС $\hat{\mathsf{S}}=(S, B, U, \hat{T}, \varphi)$ конечная, то условие 3 выполненяется в том и только том случае, когда в размеченном направленном графе $G=(S, T_{\tau_{\mathsf{S}}})$ отсутствуют циклы. Известно, что эта задача алгоритмически разрешима (см., например, [9]).

Теорема доказана.

Далее будем рассматривать только допустимые НАТС $\mathsf{S} = (\mathsf{S}, S_{in}, S_{fin}, S_{frb}, S_{\perp})$.

Определение 5. Пусть в АТС $\mathsf{S} = (S, B, U, T, \varphi)$ маркер τ_S представляет скрытые действия компьютерной системы, приоритет которых выше приоритета любого доступного экспериментатору действия $a \in A$. Назовем НАТС $\mathsf{S} = (\mathsf{S}, S_{in}, S_{fin}, S_{frb}, S_{\perp})$ X-безопасной ($\mathsf{X} \in \{\mathsf{H}, \mathsf{T}^{(1)}\}$) тогда и только тогда, когда НАТС $\hat{\mathsf{S}} = (\hat{\mathsf{S}}, S_{in}, S_{fin}, S_{frb}, S_{\perp})$ является X-безопасной.

Определение 6. Пусть в АТС $\mathsf{S} = (S, B, U, T, \varphi)$ маркер τ_S представляет скрытые действия компьютерной системы, приоритет которых выше приоритета любого доступного экспериментатору действия $a \in A$. Назовем НАТС $\mathsf{S} = (\mathsf{S}, S_{in}, S_{fin}, S_{frb}, S_{\perp})$ H-корректной ($(\mathsf{T}^{(i)}, \mathsf{T}^{(j)})$-корректной, где $(i, j) \in \in \{(1,1), (2,1), (1,3), (2,3), (3,2)\}$), тогда и только тогда, когда НАТС $\hat{\mathsf{S}} = (\hat{\mathsf{S}}, S_{in}, S_{fin}, S_{frb}, S_{\perp})$ является H-корректной ($(\mathsf{T}^{(i)}, \mathsf{T}^{(j)})$-корректной).

В силу теоремы 5 приведенная форма $\hat{\mathsf{S}} = (S, B, U, \hat{T}, \varphi)$ представляет собой конечную АТС, в которой приоритеты скрытых и доступных действий совпадают. Поэтому из утверждений 5–8 и теорем 3 и 4 вытекает, что истинны следующие утверждения.

Утверждение 9. Пусть в АТС $\mathsf{S} = (S, B, U, T, \varphi)$ маркер τ_S представляет скрытые действия компьютерной системы, приоритет которых выше приоритета любого доступного экспериментатору действия $a \in A$. В этом случае любая НАТС $\mathsf{S} = (\mathsf{S}, S_{in}, S_{fin}, S_{frb}, S_{\perp})$ является H-безопасной тогда и только тогда, когда она является $\mathsf{T}^{(1)}$-безопасной.

Утверждение 10. Пусть в конечной АТС $\mathsf{S} = (S, B, U, T, \varphi)$ маркер τ_S представляет скрытые действия компьютерной системы, приоритет которых выше приоритета любого доступного экспериментатору действия $a \in A$. Тогда для каждой НАТС $\mathsf{S} = (\mathsf{S}, S_{in}, S_{fin}, S_{frb}, S_{\perp})$ алгоритмически разрешима проверка свойства «быть X-безопасной» ($\mathsf{X} \in \{\mathsf{H}, \mathsf{T}^{(1)}\}$).

Утверждение 11. Пусть в АТС $\mathsf{S} = (S, B, U, T, \varphi)$ маркер τ_S представляет скрытые действия компьютерной системы, приоритет которых выше приоритета любого доступного экспериментатору действия $a \in A$. В этом случае НАТС $\mathsf{S} = (\mathsf{S}, S_{in}, S_{fin}, S_{frb}, S_{\perp})$ является H-корректной тогда и только тогда, когда она является $(\mathsf{T}^{(1)}, \mathsf{T}^{(1)})$-корректной.

Утверждение 12. Пусть в АТС $\mathsf{S} = (S, B, U, T, \varphi)$ маркер τ_S представляет скрытые действия компьютерной системы, приоритет которых выше приоритета любого доступного экспериментатору действия $a \in A$. Если НАТС $\mathsf{S} = (\mathsf{S}, S_{in}, S_{fin}, S_{frb}, S_{\perp})$ является $(\mathsf{T}^{(i)}, \mathsf{T}^{(j)})$-корректной (где $(i, j) \in \{(2,1), (1,3), (3,2)\}$), то она является $(\mathsf{T}^{(1)}, \mathsf{T}^{(1)})$-корректной.

Утверждение 13. Пусть в АТС $\mathsf{S} = (S, B, U, T, \varphi)$ маркер τ_S представляет скрытые действия компьютерной системы, приоритет которых выше приоритета любого доступного экспериментатору действия $a \in A$. Если НАТС $\mathsf{S} = (\mathsf{S}, S_{in}, S_{fin}, S_{frb}, S_{\perp})$ является $(\mathsf{T}^{(2)}, \mathsf{T}^{(3)})$-корректной, то она является $(\mathsf{T}^{(1)}, \mathsf{T}^{(3)})$-корректной и $(\mathsf{T}^{(2)}, \mathsf{T}^{(1)})$-корректной.

Утверждение 14. Пусть в конечной АТС $\mathsf{S} = (S, B, U, T, \varphi)$ маркер τ_S представляет скрытые действия компьютерной системы, приоритет которых выше приоритета любого доступного экспериментатору действия $a \in A$. Тогда для каждой НАТС $\mathsf{S} = (\mathsf{S}, S_{in}, S_{fin}, S_{frb}, S_{\perp})$ алгоритмически разрешима проверка каждого из свойств «быть H-корректной» и «быть $(\mathsf{T}^{(i)}, \mathsf{T}^{(j)})$-корректной» (где $(i, j) \in \{(1,1), (2,1), (1,3), (2,3), (3,2)\}$).

Очевидно, что алгебра, построенная в [7] для НАТС без скрытых переходов, может быть расширена на НАТС со скрытыми переходами в предположении, что в АТС $\mathsf{S} = (S, B, U, T, \varphi)$ маркер τ_{S} представляет скрытые действия компьютерной системы, приоритет которых выше приоритета любого доступного экспериментатору действия $a \in A$. При этом если исходные НАТС являются допустимыми, X-безопасными ($\mathsf{X} \in \{\mathsf{H}, \mathsf{T}^{(1)}\}$), H-корректными или $(\mathsf{T}^{(i)}, \mathsf{T}^{(j)})$-корректными ($(i, j) \in \{(1,1), (2,1), (1,3), (2,3), (3,2)\}$), то композиции $\widetilde{\mathsf{S}}^*$, $\widetilde{\mathsf{S}}^{(1)} || \widetilde{\mathsf{S}}^{(2)}$, $\widetilde{\mathsf{S}}^{(1)} \widetilde{\mathsf{S}}^{(2)}$ и $\widetilde{\mathsf{S}}^{(1)} \Diamond \widetilde{\mathsf{S}}^{(2)}$ обладают теми же свойствами (с дополнительным условием, что для допустимости двухполюсника $\widetilde{\mathsf{S}}^{(1)} \Diamond \widetilde{\mathsf{S}}^{(2)}$ требуется, чтобы пересечение языков, представимых двухполюсниками $\widetilde{\mathsf{S}}^{(1)}$ и $\widetilde{\mathsf{S}}^{(2)}$, было непустым).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей статье разработан теоретико-множественный аппарат, предназначенный для анализа структуры НАТС со скрытыми переходами, в предположении, что множество доопределяемых состояний зафиксировано и не изменяет структуру НАТС.

По аналогии с тем, как это было изложено в [7], большинство из полученных результатов могут быть распространены на макронастроенные АТС (МАТС), т.е. для исследования множеств бесконечных историй и трасс.

Рассмотрены случаи, когда либо приоритеты скрытых и доступных действий совпадают, либо когда приоритет скрытых действий выше приоритета доступных действий. В обоих случаях предполагалось, что все скрытые действия в АТС $\mathsf{S} = (S, B, U, T, \varphi)$ представлены одним и тем же маркером τ_{S}.

В реальности могут быть ситуации, когда для представления скрытых действий компьютерной системы необходимо использовать некоторое конечное множество маркеров $\mathrm{M} = \{\tau_{\mathsf{S}}^{(1)}, \ldots, \tau_{\mathsf{S}}^{(k)}\}$ $(k \geq 2)$. При замене операции $annul_{\tau_{\mathsf{S}}}(w)$ операцией $annul_{\mathrm{M}}(w)$, когда происходит вычеркивание всех элементов множества М в слове w, остаются истинными все результаты, полученные в разд. 2, т.е. для случая, когда приоритеты скрытых и доступных действий совпадают. Если приоритет скрытых действий выше приоритета доступных действий, то имеем иную ситуацию. Если множество М линейно упорядочено, то для сохранения истинности результатов, полученных в разд. 3, в равенстве (9) достаточно заменить множество $T_{\tau_{\mathsf{S}}}$ множеством, в которое для каждого состояния включены только те скрытые переходы из него, которым соответствует наибольшее значение маркера. Если множество М частично упорядочено, то в равенстве (9) необходимо заменить множество $T_{\tau_{\mathsf{S}}}$ множеством, в которое для каждого состояния включены все скрытые переходы из него с максимальными значениями маркеров. При этом в нормальной форме АТС для множества попарно несравнимых скрытых переходов из каждого состояния необходимо в явном виде использовать либо параллелизм, либо недетерминированный выбор скрытого перехода, либо вероятностный выбор скрытого перехода.

Возможны следующие направления дальнейших исследований:

— анализ условий, при которых нестационарная НАТС $\mathsf{S} = (\mathsf{S}, S_{in}, S_{fin}, S_{frb}, S_{\perp})$ со скрытыми переходами (т.е. в предположении, что множество доопределяемых состояний $S_{\perp}$ может изменять структуру НАТС) является X-безопасной ($\mathsf{X} \in \{\mathsf{H}, \mathsf{T}^{(1)}\}$), H-корректной или $(\mathsf{T}^{(i)}, \mathsf{T}^{(j)})$-корректной ($(i, j) \in \{(1,1), (2,1), (1,3), (2,3), (3,2)\}$);

— детальное исследование структуры стационарных и нестационарных НАТС со скрытыми переходами в предположении, что множество маркеров A частично упорядочено;

— разработка для НАТС со скрытыми переходами алгоритмов, которые предназначены для построения минимальных и неприводимых покрытий множеств историй и трасс, идущих из начальных состояний в финальные состояния.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Летичевский А.Ад., Капитонова Ю.В., Волков В.А. и др. Спецификация систем с помощью базовых протоколов. *Кибернетика и системный анализ*. 2005. № 4. С. 3–21.
2. Летичевский А.А., Капитонова Ю.В. Инсерционное моделирование. *Праці Міжнародної конференції «50 років Інституту кібернетики ім. В.М. Глушкова НАН України»,* 2008. С. 293–301.
3. Handbook of process algebra. J.A. Bergstra, A. Ponce, S.A. Smolka (Eds.). Amsterdam: North-Holland, 2001. 1342 p.
4. Park D. Concurrency and automata on infinite sequences. *LNCS*. 1981. Vol. 104. P. 166–183.
5. Abdulla P.A. Well (and better) quasi-ordered transition systems. *Bull. Symbolic Logic*. 2010. Vol. 16, Iss. 4. P. 457-–515.
6. Schmitz S., Schnoebelen P. The power of well-structured systems. *LNCS.* 2013. Vol. 8052. P. 5–24.
7. Скобелев В.В. Анализ структуры атрибутных транзиционных систем без скрытых переходов. *Кибернетика и системный анализ*. 2017. Т. 53, № 2. С. 3–15.
8. Трахтенброт Б.А., Барздинь Я.М. Конечные автоматы. Поведение и синтез. Москва: Наука, 1970. 400 с.
9. Bollobás B. Modern graph theory. New York: Springer-Verlag, 1998. 394 p.

Надійшла до редакції 23.01.2017

В.В. Скобелєв

АТРИБУТНІ ТРАНЗИЦІЙНІ СИСТЕМИ З ПРИХОВАНИМИ ПЕРЕХОДАМИ

Анотація. Наведено теоретико-множинний аналіз структури атрибутних транзиційних систем з прихованими переходами у припущенні, що множина станів, які можна довизначити, зафіксована і не змінює структури системи. Досліджено випадки, коли пріоритети прихованих і доступних дій збігаються або пріоритет прихованих дій вищий, ніж пріоритет доступних дій. У термінах систем з виділеними початковими і фінальними станами визначено та охарактеризовано класи допустимих**,** безпечних і коректних систем. Побудовано алгебру таких систем.

Ключові слова: атрибутні транзиційні системи, приховані переходи, допустимість, безпека та коректність систем.

V.V. Skobelev

ATTRIBUTED TRANSITION SYSTEMS WITH HIDDEN TRANSITIONS

Abstract. The given paper conducts set-theoretic analysis of the structure of attributed transition systems with hidden transitions on the assumptions that the set of states for which the set of transitions can be extended is fixed and do not change the structure of the system. The cases are investigated where either priorities of hidden and available actions coincide or where the priority of hidden actions is higher than the priority of available actions. In terms of systems with selected initial and final states, the classes of admissible, safe, and correct systems are defined and characterized. The algebra of such systems is proposed.

Keywords: attributed transition systems, hidden transitions, admissibility, safeness and correctness of systems.

Скобелев Владимир Владимирович,
доктор физ.-мат. наук, старший научный сотрудник Института кибернетики им. В.М. Глушкова НАН Украины, Киев, e-mail: skobelevvg@mail.ru.