



Аннотация. Рассмотрены три вычислительные формы r -алгоритмов с различным объемом вычислений на одной итерации. Приведены результаты о сходимости предельного варианта r -алгоритмов для выпуклых гладких функций и $r_\mu(\alpha)$ -алгоритма для выпуклых кусочно-гладких функций. Обсуждены практические аспекты варианта $r(\alpha)$ -алгоритмов с постоянным α — коэффициентом растяжения пространства, и адаптивным способом регулировки шага в направлении нормированного антисубградиента в преобразованном пространстве переменных.

Ключевые слова: субградиентный метод, наискорейший спуск, разность субградиентов, растяжение пространства, r -алгоритм, метод сопряженных градиентов, адаптивный шаг, программная реализация.

ВВЕДЕНИЕ

В работе [1], посвященной 75-летию со дня рождения Н.З. Шора, рассмотрены три его важнейшие идеи: обобщенный градиентный спуск (1962 г.), использование линейных неортогональных преобразований пространства для улучшения обусловленности овражных функций (1969 г.), двойственный подход к получению и уточнению оценок целевой функции в невыпуклых квадратичных моделях (1985 г.). Также описано применение этих идей в методах и алгоритмах, разработанных в Институте кибернетики им. В.М. Глушкова НАН Украины. Однако в [1] недостаточно внимания уделено r -алгоритмам, а их применение очень важно для подтверждения эффективности второй идеи для субградиентных методов с преобразованием пространства. В настоящей статье, приуроченной к 80-летию со дня рождения Н.З. Шора, дан более обширный анализ современных r -алгоритмов.

Субградиентные методы с растяжением пространства в направлении разности двух последовательных субградиентов предложены в [2, 3]. Они названы r -алгоритмами и являются одним из центральных результатов докторской диссертации Н.З. Шора (1970 г.). Программные реализации r -алгоритмов оказались конкурентноспособными как по времени счета, так и по точности результатов с наиболее эффективными методами решения гладких плохо обусловленных задач. Ускоренную сходимость r -алгоритмов при минимизации негладких выпуклых функций обеспечивает взаимосвязь в них двух принципов из численных методов оптимизации.

Первый принцип состоит в использовании процедуры наискорейшего спуска в направлении антисубградиента выпуклой функции в преобразованном пространстве переменных. Если поиск минимума функции осуществляется точно, то этот

¹Работа выполнена при поддержке НАН Украины (проекты № 0117U000327, № 0116U004558) и Volkswagen Foundation (грант N 90 306).