

ДИФРАКЦИЯ УПРУГИХ ВОЛН НА СФЕРЕ В ПОЛУОГРАНИЧЕННОЙ ОБЛАСТИ

Аннотация. Рассмотрена задача рассеяния плоских упругих волн на жесткой сфере вблизи плоской жесткой границы, что приводит к появлению многократно переотраженных дилатационных и сдвиговых волн. Это порождает сильные осцилляции волнового поля. Приведена постановка задачи и сведение ее к определению скалярных функций и также для сдвиговых волн как следствие симметрии. Представлены приближенные формулы для поля в дальней зоне и в случае длинноволнового рэлеевского приближения. Получены оценки построения многократно переотраженных волн методом изображений. Проведены расчеты рассеянных волновых полей, представленные в виде диаграмм рассеяния.

Ключевые слова: дифракция волн, сфера, полуограниченная область, метод изображений.

ВВЕДЕНИЕ

Для большинства материалов с микроэлектронными устройствами, включая компьютерные, возможно наличие инородных включений, что может приводить к сильным осцилляциям волнового поля ввиду возникновения переотраженных волн. Жесткие включения присутствуют во многих материалах, а также в биотканях человека. В этих случаях возникает сложное волновое поле переотраженных волн, что приводит к осцилляциям. В настоящей статье эта задача моделируется как задача дифракции волн на жестком сферическом включении вблизи плоской жесткой границы.

Задачи дифракции волн на неоднородностях рассматривались для случая радиальных неоднородностей в статье [1]. Применение теорем сложения в многосвязных областях, а также построение многократно рассеянных полей представлено в работе [2]. В монографии [3] дано содержательное изложение метода изображений. Основные соотношения в сферической системе координат приведены в работе [4], а для цилиндрических функций — в работе [5]. Теорема сложения для сферических функций приведена в статье [6]. Дифракция плоских волн на жесткой сфере рассмотрена в статье [7], где отмечены более ранние исследования в области сейсмологии, в частности в [8]. Дифракция упругих волн на упругой сфере рассматривалась в работе [9].

В настоящей статье приведена постановка задачи дифракции упругих волн на сферическом включении, расположенном вблизи плоской границы. Рассматривается преобразование векторного поля к определению скалярных функций. Построены поля в дальней зоне и приближенные решения в длинноволновом рэлеевском приближении. Определяются переотраженные волновые поля методом изображений и показаны их сильные осцилляции.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим сферическую систему координат r, θ, φ (радиальная, зенитная и азимутальная), соответствующую прямоугольной декартовой системе координат x, y, z (рис. 1). Ось Oy перпендикулярна плоской границе с началом координат

в центре абсолютно жесткого сферического включения (рассеивателя) и направлена из бесконечности к плоской границе.

При набегаии плоских волн из бесконечности (плоские волны распространяются вдоль оси Oy) в системе возникает дифрагированное поле многократно переотраженных волн.

Из бесконечности в направлении оси Oy распространяется плоская волна перемещения

$$u_y(0, y, 0, t) = u_0 e^{i(py + \omega t)}. \quad (1)$$

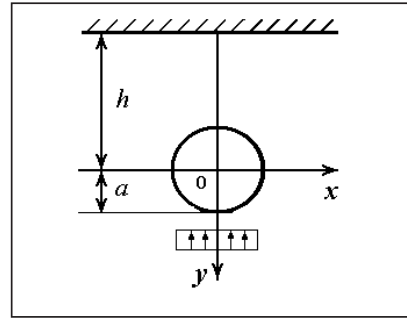


Рис. 1. Сферическая система координат

Движение упругой среды описывается уравнениями

$$\left(\nabla^2 - \frac{1}{c_e^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \psi = 0, \quad \left(\nabla^2 - \frac{1}{c_s^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \vec{a} = 0, \quad (2)$$

а вектор перемещений определяется по формуле

$$\vec{u} = \nabla \psi + \nabla \times \vec{a}, \quad \nabla \cdot \vec{a} = 0, \quad (3)$$

где точка (\cdot) обозначает скалярное произведение.

Граничные условия на сфере и на плоской границе имеют вид

$$u_r|_{r=a} = 0, \quad u_\theta|_{r=a} = 0, \quad u_y|_{y=-h} = 0, \quad \sigma_{xy}|_{y=-h} = 0. \quad (4)$$

Согласно условию (4) на поверхности сферы $r = a$ вектор перемещений равен нулю, а на плоской границе $y = -h$ его нормальная компонента и касательное напряжение равны нулю (проскальзывание). Искомые функции должны также удовлетворять условиям излучения Зоммерфельда.

В настоящей статье реализуются безразмерные величины, в качестве характерных величин приняты следующие: длина (м) — радиус сферы a , время (с) — это соотношение $1/\omega$, килограмм-масса (кг) — модуль Юнга. Таким образом, безразмерное расстояние от центра сферы до плоской границы равно h/a . В рэлеевском приближении величина h/a принимается большой, т.е. $\frac{h}{a} \gg 1$ (поле в дальней зоне), а величины pa и qa считаются малыми, $pa \ll 1$, $qa \ll 1$.

Выражение для набегающей волны (1) соответствует дилатационным волнам, поэтому из (1) и (3) получаем

$$\psi = \frac{1}{ip} u_0 e^{i(py + \omega t)} + f(x, 0, z, t) + \text{const}. \quad (5)$$

Потенциал ψ определен с точностью до произвольной функции, которую можно принять как $f \equiv 0$ и записать в соответствии с (2) уравнение для набегающей волны

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} - \frac{1}{c_e^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \psi(y, t) = 0. \quad (6)$$

Таким образом, функция (6) определяет потенциал падающей волны.

Уравнения (2) следуют из уравнений эластодинамики

$$G \nabla^2 \vec{u} + (\lambda + G) \nabla (\nabla \cdot \vec{u}) = \rho \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2}$$

с применением известной формулы $\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{a} = \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{a}) - \nabla^2 \vec{a}$. В результате определение векторного оператора $\vec{\nabla} \times \vec{a}$ в (3) приводится к определению скалярного оператора $\nabla^2 \vec{a}$ [10]:

$$\begin{aligned} \nabla^2 \vec{a} = & \vec{e}_r \left[\nabla^2 a_r - \frac{2}{r^2} a_r - \frac{2}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta a_\theta) - \frac{2}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial a_\varphi}{\partial \varphi} \right] + \\ & + \vec{e}_\theta \left[\nabla^2 a_\theta - \frac{a_\theta}{r^2 \sin^2 \theta} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial a_r}{\partial \theta} - \frac{2 \cos \theta}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial a_\varphi}{\partial \varphi} \right] + \\ & + \vec{e}_\varphi \left[\nabla^2 a_\varphi - \frac{a_\varphi}{r^2 \sin^2 \theta} + \frac{2}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial a_r}{\partial \varphi} + \frac{2 \cos \theta}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial a_\theta}{\partial \varphi} \right]. \end{aligned} \quad (7)$$

В случае осевой симметрии $\frac{\partial(\bullet)}{\partial \varphi} = 0$ из (7) получаем

$$\begin{aligned} \nabla^2 \vec{a} = & \vec{e}_r \left[\nabla^2 a_r - \frac{2}{r^2} a_r - \frac{2}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta a_\theta) \right] + \\ & + \vec{e}_\theta \left[\nabla^2 a_\theta - \frac{a_\theta}{r^2 \sin^2 \theta} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial a_r}{\partial \theta} \right] + \vec{e}_\varphi \left[\nabla^2 a_\varphi - \frac{a_\varphi}{r^2 \sin^2 \theta} \right]. \end{aligned} \quad (8)$$

Третий член в квадратных скобках выражения (8) также равен нулю, поскольку $a_\varphi = 0$. Компоненты a_φ представляют собой проекции вектора \vec{a} на координатную линию φ и в случае осевой симметрии равны нулю. Деформации сдвига возможны только в плоскостях, нормальных к линиям φ . Для дилатационного поля решение задачи (волны расширения — сжатия) считается несложным, а в случае эквивоминального поля, характеризующего касательные напряжения, задача усложняется. При набегании плоской падающей волны на сферический рассеиватель в направлении оси Oy упругие перемещения в силу осевой симметрии, т.е. касательные напряжения, и соответствующие деформации будут только в направлениях, ортогональных координатной линии \vec{e}_φ . Отсюда следует, что из условий симметрии все производные $\frac{\partial(\bullet)}{\partial \varphi}$ равны нулю. В результате

получаем, что выражение $\nabla^2 \vec{a}$ в (8) зависит также от двух координат: r и θ . По аналогии с построением уравнения для ψ можно ввести скалярную функцию $\xi(r, \theta)$ с нормировкой u_0 , зависящую от двух аргументов, т.е. получить скалярное волновое уравнение для скалярной функции $\xi(r, \theta)$:

$$\left(\nabla^2 - \frac{1}{c_s^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \xi = 0,$$

из которого после разделения переменных следуют уравнение Лежандра и уравнение Бесселя для сферических функций.

Для реализации метода изображений [3] для сферы в бесконечной области на основе приведенных выше формул применяется известное решение дифракции упругих волн на сфере [7].

ПРИБЛИЖЕННЫЕ РЕШЕНИЯ ДЛЯ ПОЛЕЙ

Решения в бесконечной области для функций ψ и ξ запишем в виде

$$\psi = \sum_{m=0}^{\infty} [f_m j_m(pr) + a_m h_m^{(2)}(qr)] P_m(\cos \theta), \quad \xi = \sum_{m=0}^{\infty} b_m h_m^{(2)}(qr) \frac{\partial}{\partial \theta} P_m(\cos \theta), \quad (9)$$

где $f_m = -(2m+1)u_0 p^{-1} i^{-(m+1)}$, $j_m(pr)$ и $h_m^{(2)}(pr)$ – сферические функции Бесселя и Ханкеля. Например,

$$j_m(\xi) = J_{m+\frac{1}{2}}(\xi) \sqrt{\frac{\pi \xi}{2}}.$$

Из первых двух граничных условий (4) следует

$$\left[\frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta \times \alpha_\varphi) \right]_{r=a} = 0, \quad \left[\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} + \frac{1}{r} \left(-\frac{\partial}{\partial r} r \alpha_\varphi \right) \right]_{r=a} = 0,$$

откуда с учетом (9) получаем коэффициенты a_m и b_m :

$$\begin{aligned} a_m &= f_m \Delta_m^{-1} \{m(m+1)j_m(pa)h_m(qa) - pa j'_m(pa)[h_m(qa) + qah'_m(qa)]\}, \\ b_m &= f_m \Delta_m^{-1} pa \{h_m(pa)j'_m(pa) - h'_m(pa)j_m(pa)\}, \end{aligned} \quad (10)$$

где

$$\Delta_m = pa h'_m(pa)[h_m(qa) + qa h'_m(qa)] - m(m+1)h_m(pa)h_m(qa).$$

Приближенные решения для поля в дальней зоне $\frac{r}{a} \gg 1$ находим, представляя функции Ханкеля их асимптотическими разложениями при больших r/a ,

$$u_r \cong \sum_{m=0}^{\infty} a_m i^m \frac{1}{r} e^{-ipr} P_m(\cos \theta), \quad u_\theta \cong - \sum_{m=0}^{\infty} b_m i^m \frac{1}{r} e^{-iqr} \frac{\partial}{\partial \theta} P_m(\cos \theta). \quad (11)$$

Величины pa соответствуют отношениям размера рассеивателя a к длине волны l . Чем меньше pa , тем лучше сходятся ряды, а при больших pa решение в рядах неприменимо и необходимо переходить к высокочастотной асимптотике. В работе [7] даны диаграммы рассеяния волн при различных величинах pa , что приводит в некоторых случаях к некорректным результатам, не удовлетворяющих рэлеевскому приближению $pa \ll 1$, и при этом ряды плохо сходятся.

В рэлеевском приближении справедливы неравенства $pa \ll 1$, $qa \ll 1$. В этом случае, исходя из (10) и (11), можно установить, что доминирующими являются коэффициенты

$$a_1 \cong i3a \left[1 + 2 \left(\frac{q}{p} \right)^2 \right]^{-1}, \quad b_1 \cong i3a \left[1 + 2 \left(\frac{q}{p} \right)^2 \right]^{-1} \left(\frac{q}{p} \right)^2. \quad (12)$$

Соотношения (12) справедливы при малых значениях $\frac{a}{h} \ll 1$ в соответствии с рэлеевским приближением.

Решение, удовлетворяющее третьему и четвертому граничным условиям в (4) в каждом k -м приближении, представляем в виде

$$\bar{u}(r, \theta, r^*, \theta^*) = \sum_{k=1}^{\infty} [\bar{u}_k(r, \theta) + \bar{u}_k^*(r^*, \theta^*)], \quad (13)$$

где суммарные компоненты перемещений для рассеянного поля кратности k имеют вид

$$\begin{aligned}
(\bar{u}_k + \bar{u}_k^*)_r &= U_{rk} = u_{rk} - u_{rk}^* \cos(\theta + \theta^*) + u_{\theta k}^* \sin(\theta + \theta^*), \\
U_{\theta k} &= u_{\theta k} + u_{\theta k}^* \cos(\theta + \theta^*) - u_{rk}^* \sin(\theta + \theta^*).
\end{aligned}
\tag{14}$$

Разные расстояния от действительного и мнимого препятствий до некоторой точки r , θ и разное время прихода P -волн и S -волн в первом приближении учитываются формулами вида

$$\begin{aligned}
\exp(-i\alpha_j) &= (\cos \eta_j - i \sin \eta_j) \exp(-ipr), \quad \alpha_0 = qr, \quad \alpha_1 = pr^*, \quad \alpha_2 = qr^*, \\
\eta_0 &= pr \left(\frac{q}{p} - 1 \right), \quad \eta_1 = \eta_p = pr(\eta - 1), \quad \eta_2 = \eta_q = pr \left(\frac{q}{p} \eta - 1 \right).
\end{aligned}
\tag{15}$$

Формулы (15) следуют из полученных ниже геометрических соотношений для основного и зеркального препятствий.

По формулам (12)–(15) после преобразований для однократно рассеянного поля находим

$$\begin{aligned}
U_{r1} &\cong -\cos \theta + \left(\frac{2h}{r} \cos \theta - 1 \right) \left(\frac{2h}{r} - \cos \theta \right) (\cos \eta_p - i \sin \eta_p) \eta^{-3} + \\
&+ \left(\frac{q}{p} \right)^2 (\cos \eta_q - i \sin \eta_q) \frac{2h}{r} \eta^{-3} \sin^2 \theta,
\end{aligned}
\tag{16}$$

$$\begin{aligned}
U_{\theta 1} &\cong \left[-\left(\frac{q}{p} \right)^2 (\cos \eta_q - i \sin \eta_q) - \left(\frac{2h}{r} \cos \theta - 1 \right) (\cos \eta_q - i \sin \eta_q) \eta^{-3} \left(\frac{q}{p} \right)^2 - \right. \\
&\left. - \left(\frac{2h}{r} - \cos \theta \right) (\cos \eta_p - i \sin \eta_p) \frac{2h}{r} \eta^{-3} \right] \sin \theta.
\end{aligned}
\tag{17}$$

В правых частях формул (16), (17) опущен множитель $\frac{a}{r} \exp(ipr)$, левые части нормированы множителем $3[1+2(q/p)^2]^{-1}$, а перемещения отнесены к u_0 . Поле падающей волны и соответствующее ему поле отраженной от границы волны имеют вид $u_y = u_y^i - u_y^* = \exp(ipr) - \exp[i(p\eta - 2ph)]$.

Таким образом, однократно дифрагированное поле описывается формулами (16), (17). Первое приближение включает рассеянное на сферическом включении поле от падающей волны (до отражения от плоской границы в системе координат с началом в $z=0$) и поле от отраженных волн от плоской границы до рассеяния (это поле описывается в системе координат с началом в $z^*=0$), включающее только нормальные составляющие в связи с проскальзыванием (четвертое условие в (4)). Волны рассеиваются на сфере, достигают границы, отражаются от границы и снова рассеиваются на сфере. Это значит, что рассеиваются волны в координатах изображения (r^* , θ^* , φ^*), но их необходимо по теореме сложения перевести в координаты r , θ , φ . Этим завершается построение решений первичного поля.

ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ СООТНОШЕНИЯ И ВТОРОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ

Отметим, что действительное и зеркальное поля определяются в разных системах координат. В некоторых случаях зеркальное поле может быть выражено посредством геометрических преобразований и с применением теорем сложения в переменных основного поля.

Приведем основные формулы, отображающие препятствия, характеризуемые функциями $Z_n(pr^*) \exp(in\theta^*)$:

$$r^* = \eta r = \left[1 + 4 \left(\frac{h}{r} \right)^2 + 4 \frac{h}{r} \cos \theta \right]^{\frac{1}{2}} r,$$

$$\sin n\theta^* = \sum_{k=0}^{m_1} (-1)^k C_n^{2k+1} \eta^{-n} \left(-\frac{2h}{r} - \cos \theta \right)^{n-2k-1} \sin^{2k+1} \theta,$$

$$\cos n\theta^* = \sum_{k=0}^{m_2} (-1)^k C_n^{2k} \eta^{-n} \left(-\frac{2h}{r} - \cos \theta \right)^{n-2k} \sin^{2k} \theta, \quad (18)$$

при $n=0,1$ имеем $m_1 = m_2 = 0$, а при $n \geq 2$ имеем $\frac{n-2}{2} \leq m_1 \leq \frac{n-1}{2}$, $\frac{n-1}{2} \leq m_2 \leq \frac{n}{2}$. Здесь C_n^{2k+1} и C_n^{2k} — биномиальные коэффициенты. Из формулы (18) можно определить

$$\frac{r^*}{a} = \frac{r}{a} \eta, \quad \eta = \left[1 + 4 \left(\frac{h}{r} \right)^2 + 4 \frac{h}{r} \cos \theta \right]^{\frac{1}{2}},$$

$$\sin \theta^* = \eta \sin \theta,$$

$$\cos \theta^* = -\eta^{-1} \left(\frac{2h}{r} + \cos \theta \right),$$

$$\sin(\theta + \theta^*) = -\eta^{-1} \frac{2h}{r} \sin \theta,$$

$$\cos(\theta + \theta^*) = -\eta^{-1} \frac{2h}{r} (\cos \theta + 1).$$

В случае осевой симметрии (дифракция плоских волн) достаточно рассмотреть изменение в плоскости с меридиональной линией θ , но с применением теорем сложения для сферических или цилиндрических функций (рис. 2).

Вторичное дифрагированное поле состоит из двух частей. Падающее поле в первом приближении можно принять в виде волн, рассеянных на мнимом препятствии и достигающих действительного препятствия. Во втором приближении необходимо рассмотреть рассеянное поле на сферическом включении в поле отраженных от плоской границы волн, т.е. снова приходят эти волны к плоской границе и отражаются от нее до второго рассеяния. Отраженные от плоской границы волны можно аппроксимировать плоской волной, и снова получаем решение задачи.

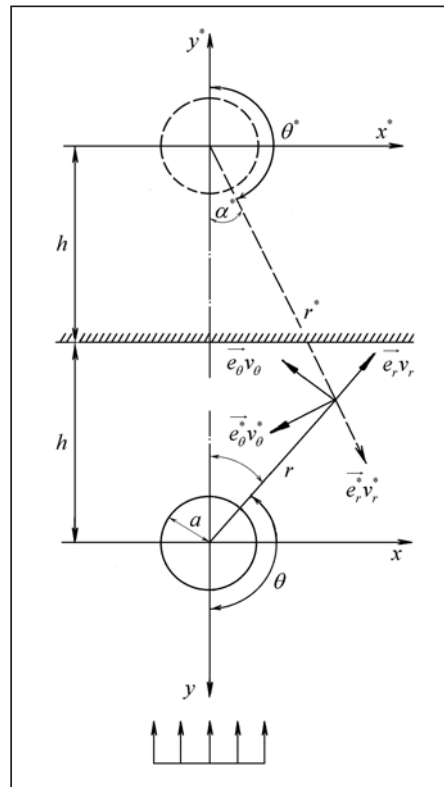


Рис. 2. Осевая симметрия рассеяния плоской волны на препятствии в полуограниченной области

Решение задачи рассеяния во втором приближении представляется в виде

$$u_r \cong U_{r1} + U_{r2}; \quad u_\theta \cong U_{\theta1} + U_{\theta2}.$$

В построенных приближениях действительное и зеркальное поля определяются в разных системах координат; в некоторых случаях зеркальное поле может быть выражено посредством геометрических преобразований и с применением теорем сложения в переменных основного поля.

Теорема сложения для сферических волновых функций приведена в работе [6]. Рассматривалась теорема для преобразования функций $j_n(kR)P_n^{|m|}(\cos \theta)e^{im\varphi}$, $h_n^{(1)}(kR)P_n^{|m|}(\cos \theta)e^{im\varphi}$, $h_n^{(2)}(kR)P_n^{|m|}(\cos \theta)e^{im\varphi}$ из точки P в точку O' . Формулы такого типа могут быть получены и для других координатных систем.

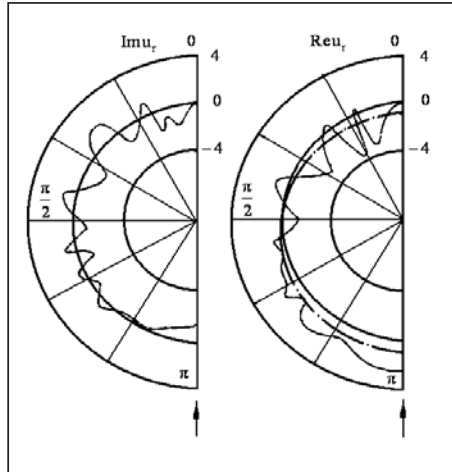


Рис. 3. Диаграммы изменения величин рассеянного поля $\text{Im } u_r$ и поля $\text{Re } u_r$ при $h/a = 200$ (сплошная линия) и при $h/r = \infty$ (штрихпунктирная линия) без плоской границы

Рассмотрим пример нахождения перемещений u_r и u_θ при следующих данных: коэффициент Пуассона $\nu = 0.25$; $pa = 0.18$; $r/a = 200$. При выбранных параметрах погрешность применяемых формул не превышает 10%. Вычисления выполнены в точках с шагом $\pi/36$. На диаграммах, представленных на рис. 3, хорошо видны осцилляции переотраженных волн. Представляют интерес расчеты при одночленной аппроксимации для величин $pa = 0.10$, $\frac{q}{p} = 1.870$ при $\nu = 0.3$; $pa = 0.10$, $\frac{q}{p} = 3.317$ при $\nu = 0.45$, а также оценка мо-

дулей коэффициентов a_1 , b_1 . В случае двухчленной аппроксимации можно использовать данные, приведенные выше.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Описано построение полей рассеяния плоских упругих волн на жесткой сфере, расположенной на расстоянии от плоской жесткой границы, на которой заданы условия проскальзывания. Определены общие решения и построены приближенные решения для поля в дальней зоне ($h/a \gg 1$) и в длинноволновом рэлеевском приближении ($pa \ll 1$). На этой основе построены приближенные решения методом изображений, описывающим переотраженное волновое поле. Приведены расчеты и построены диаграммы рассеяния, из которых видно сильноосциллирующее волновое поле.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Selezov I.T. Diffraction of waves by radially inhomogeneous inclusions. *Physical Express*, March. 1993. Vol. 1, N 2. P. 104–115.
2. Selezov I.T., Kryvonos Yu.G., Gandzha I.S. Wave propagation and diffraction. Mathematical methods and applications. In: *Series Foundations of Engineering Mechanics*. Springer, 2018. 237 p. DOI 10.1007/978-981-10-4923-1.
3. Jackson J.D. *Classic electrodynamics*. John Wiley & Sons, 1962. 808 p.
4. Kratzer A., Franz W. *Transzendente funktionen*. Leipzig: Geest & Portig, 1963. 375 S.
5. Watson G.N. *A treatise of the theory of Bessel functions*. Cambridge; New York: Macmillan, 1945.

6. Friedman B., Russek J. Addition theorem for spherical waves. *Quart. Appl. Math.* 1954. Vol. 12, N1. P. 13–23.
7. Knopoff L. Scattering of compression waves by spherical obstacles. *Geophysics*. 1959. Vol. 24, N 1. P. 30–39.
8. Ying C.F., Truell R. Scattering of a plane longitudinal wave by a spherical obstacle in an isotropically elastic solid. *J. Appl. Physics*. 1956. Vol. 27. P. 1086–1097.
9. Jain D.L., Kanwal R.P. Scattering of elastic waves by an elastic sphere. *Int. J. Eng. Sci.* 1980. Vol. 18, N 9. P. 1117–1127.
10. Morse Ph. M., Feshbach H. *Methods of theoretical physics. Part I.* New York: Mc Gray–Hill Book Company, 1953. 1072 p.

Надійшла до редакції 21.03.2018

І.Т. Селезов

ДИФРАКЦІЯ ПРУЖНИХ ХВИЛЬ НА СФЕРІ У НАПІВОБМЕЖЕНІЙ ОБЛАСТІ

Анотація. Розглянуто задачу розсіяння плоских пружних хвиль на жорсткій сфері поблизу плоскої жорсткої границі, що призводить до появи багатократно перевідбитих дилатаційних та зсувних хвиль. Це породжує сильні осциляції хвильового поля. Наведено постановку задачі і зведення її до визначення скалярних функцій і для зсувних хвиль також, як свідчення симетрії. Представлено наближені формули для поля в дальній зоні і у випадку довгохвильового релеевського наближення. Одержано оцінки побудови багатократно перевідбитих хвиль методом зображень. Проведено розрахунки розсіяних хвильових полів, які представлені у вигляді діаграм розсіяння.

Ключові слова: дифракція хвиль, сфера, напівобмежена область, метод зображень.

I.T. Selezov

DIFFRACTION OF ELASTIC WAVES BY SPHERE IN THE SEMIBOUNDED REGION

Abstract. The problem of scattering of plane elastic waves by a rigid sphere near a plane rigid boundary, which causes multiply re-reflected dilatational and shear waves, is considered. This generates strong oscillations of the wave field. The problem is formulated and reduced to the definition of scalar functions and for shear waves also as a consequence of symmetry. Approximate formulas for the field in the far zone and in the case of the long wavelength Rayleigh approximation are presented. Estimations of the construction of multiply re-reflected waves by the image method are obtained. Calculations of scattered wave fields, presented in the form of scattering diagrams, are carried out.

Keywords: wave diffraction, sphere, semibounded region, image method.

Селезов Игорь Тимофеевич,

доктор физ. мат. наук, профессор, заведующий отделом Института гидромеханики НАН Украины, Киев, e-mail: igor.selezov@gmail.com.