

## ПІДХІД ДО ОЦІНЮВАННЯ ЦІННОСТІ ТА КІЛЬКОСТІ ІНФОРМАЦІЇ В СИСТЕМАХ МАСОВОГО ОБСЛУГОВУВАННЯ НА ОСНОВІ ТЕОРІЇ РОЗПІЗНАВАННЯ ОБРАЗІВ ТА НЕЧІТКИХ МНОЖИН

**Анотація.** Запропоновано новий підхід, що ґрунтується на теорії нечітких множин, який дає змогу кількісно оцінити цінність інформації. Розглянуто різні підходи до визначення та розрахунку основних понять теорії інформації, зокрема, кількості інформації та оцінювання її цінності, виходячи зі статистичних міркувань (класичний підхід), теорії алгоритмів (алгоритмічний підхід) та теорії розпізнавання образів (образний підхід). Представлено підходи до оброблення нечіткої інформації в умовах неповного визначення вектора вхідних ознак, що ґрунтуються на теорії нечітких множин. Проведено їхній аналіз, зазначено межі використання та сфери ефективного застосування.

**Ключові слова:** теорія інформації, теорія розпізнавання образів, кількість інформації, цінність інформації, ймовірність, нечіткі множини, розмита логіка, системи масового обслуговування.

### ВСТУП

Значимість теоретичних результатів вимірюють переважно їхньою практичною цінністю у прикладних застосуваннях. Теоретичні результати, які дають змогу отримувати нові знання про досліджуваний об'єкт чи явище, є інформацією. У пропонованій роботі розглянуто проблеми вимірювання кількості та цінності інформації.

Мета роботи — показати універсальність підходу до кількісного оцінювання цінності інформації на основі теорії розпізнавання образів та нечітких множин, порівняти його з наявними методами та підходами до оцінювання кількості та цінності інформації, вказати межі практичного застосування, переваги та недоліки, визначити напрями подальших досліджень.

### 1. АНАЛІЗ КЛАСИЧНИХ ПІДХОДІВ ДО ОЦІНЮВАННЯ КІЛЬКОСТІ ІНФОРМАЦІЇ

Класична теорія інформації, розроблена К. Шеноном та Р. Хартлі [1–3], на сьогодні залишається широко застосовною для розв'язання задач, пов'язаних з кодуванням інформації, її перетворенням та оптимальним передаванням каналами зв'язку на великі відстані. Обмеженість цієї теорії полягає в ігноруванні семантики (способу утворення) інформації, зокрема людського фактору, у її формуванні. Також відсутня оцінка цінності інформації — характеристики, яка залежить від цілей та уподобань користувача. Це і є платою за можливість обчислення кількості інформації, виходячи із статистичних міркувань (ймовірнісних характеристик об'єкта досліджень).

Зазначимо, що кількість інформації завжди є величиною додатною. У випадку взаємного впливу однієї системи на іншу виникає умовна невизначеність станів системи, яка може призвести до зміни знаку у визначенні кількості корисної інформації, що свідчить про наявність інформації іншої якості — дезінформації або хибної інформації.

Алгоритмічна теорія, що ґрунтується на понятті складності алгоритму [4], зробила суттєвий крок у напрямку врахування способу утворення інформації. Незважаючи на низку недоліків цієї теорії, її основні положення використано в образній концепції теорії інформації [5–7]. Згідно з цією концепцією, інформацією є розпізнані образи, які зберігаються у пам'яті комп'ютера або будь-якої іншої кібернетичної машини. Образом вважається сигнал, записаний у сенсорну пам'ять

сканувальних пристроїв кібернетичної машини. Таким чином, для отримання інформації потрібно реалізувати процедуру розпізнавання вхідного об'єкта  $O$  на основі його відображення  $Q$  — певного еталона цього образу, створеного на основі домовленостей між відправником та приймачем повідомлень.

Кількість інформації  $I$ , яка міститься в деякому образі, отриманому та успішно розпізнаному кібернетичною машиною, можна визначити за формулою

$$I = q^{-1} F [G(O)], \quad (1)$$

де  $q$  — ймовірність правильного розпізнавання образу;  $F$  — функція довжини розгорнутої (з урахуванням циклів) програми розпізнавання образу;  $G$  — довжина програми розпізнавання образу, виражена в бітах,  $O$  — образ вхідного (реального) об'єкта.

Очевидно, за підходу (1) стає можливим обчислення кількості інформації складно структурованих образів, які можуть бути окремими словами, реченнями або текстами чи малюнками. При цьому кількість інформації суттєво залежатиме від довжини розгорнутої програми розпізнавання, ймовірності правильного розпізнавання та функціональних можливостей кібернетичної машини, яка реалізує процедуру розпізнавання. Для об'єктивного обчислення кількості інформації згідно з (1) треба враховувати таке:

а) програми розпізнавання образів мають бути оптимальними щодо власного розміру, швидкодії та функціональних можливостей;

б) збільшення кількості операцій (команд), які потрібно виконати машині для успішного розпізнавання, призводить до збільшення інформації, яку отримують від образу;

в) чим меншою є ймовірність правильного розпізнавання образу, тим більшою є кількість інформації;

г) кількість інформації у незнаковому повідомленні дорівнює довжині цього повідомлення (вираженій у бітах), помноженій на довжину програми розпізнавання одного біта цього повідомлення та розділеній на ймовірність правильного розпізнавання повідомлення.

Перші експерименти [6] підтвердили право на існування такого підходу до обчислення кількості інформації, хоча його ефективність можна визначити лише у процесі проведення числових (комп'ютерних) експериментів з розпізнавання складно структурованих об'єктів. Цей підхід має такі недоліки:

1) залежність оцінки кількості інформації, яку несе у собі образ, від технічних можливостей кібернетичної машини, та якості програми розпізнавання;

2) втрата властивості адитивності кількості інформації, притаманної класичній теорії інформації;

3) формула (1) надмірно громіздка, що ускладнює здійснення аналітичного оцінювання.

Недолік 2) під час обчислення кількості семантичної (образної) інформації можна усунути, якщо перейти до логарифмічного масштабу:

$$I_o = -\log_2 q + \log_2 F [G(O)]. \quad (2)$$

## 2. ОБЧИСЛЕННЯ ЦІННОСТІ ІНФОРМАЦІЇ ЯК МІРИ РЕАЛІЗАЦІЇ ЦІЛЬОВОЇ ФУНКЦІЇ

Цінність інформації можна розглядати як міру досягнення мети користувача після її отримання, тобто рівень реалізації цільової функції. У роботі [5] А.А. Харкевич запропонував обчислювати цінність інформації  $V$  за формулою

$$V = \log_2 \frac{p_0}{p_i}, \quad (3)$$

де  $p_0$  — ймовірність правильного розв'язання проблеми до отримання інформації, а  $p_i$  — ймовірність правильного розв'язання проблеми після отримання інформації. Такий підхід має право на існування, хоча і викликає низку

сумнівів щодо його ефективності та доцільності застосування. По-перше, одиницею вимірювання цінності інформації за такого підходу є біт, як у випадку обчислення кількості інформації. Очевидно, введення нової величини передбачає появу нової одиниці вимірювання або результат обчислень має бути безрозмірним. По-друге, формула (3) не може претендувати на об'єктивність, оскільки оцінки  $p_0$  і  $p_i$  встановлює користувач. По-третє, методика оцінювання цих ймовірностей не є очевидною. По-четверте, цінність інформації є динамічною величиною [6] і в процесі надходження інформації може змінюватися. Також у формулі не враховано існування певної цільової функції. Як цільову функцію для досягнення поставленої мети доцільно обрати задоволення певних потреб користувача (матеріальних, духовних, естетичних, смакових, пізнавальних тощо) або можливість виконання користувачем певних дій.

Оптимальним (з урахуванням розмаїття потреб користувача) видається підхід, за якого цінність інформації обчислюють у відсотках: 100 % — за умови цінності інформації; 0 % — за умови, якщо цільова функція не досягнута. Таким чином, цінність інформації  $V$  для сформованого поточного значення функції цілі  $Z$  та досягнутої ефективності  $E$  після отримання повідомлення на поточний момент часу можна задати у вигляді правила

$$V = \begin{cases} 100\%, & \text{якщо } Z - E = 0, \\ 0\%, & \text{якщо } Z - E > 0. \end{cases} \quad (4)$$

Для підвищення точності обчислення цінності інформації доцільно будувати цільову функцію для послідовних проміжків часу. Ця умова суттєво підвищує цінність інформації після отримання всього повідомлення:

$$V = \frac{E}{Z} \cdot 100\%. \quad (5)$$

Формула (5) є уточненням (4), що підтверджено конкретними прикладами систем масового обслуговування [7]. Отримані результати є свідченням доцільності використання запропонованого підходу до кількісного оцінювання цінності інформації незалежно від її змісту та від способу подання.

### 3. ОЦІНЮВАННЯ КІЛЬКОСТІ ТА ЦІННОСТІ ІНФОРМАЦІЇ В СИСТЕМАХ МАСОВОГО ОБСЛУГОВУВАННЯ

**3.1. Алгоритмічний підхід.** Принципово інший підхід до визначення кількості та цінності інформації запропонував російський учений А.М. Колмогоров [4]. Його алгоритмічна теорія інформації ґрунтується на понятті алгоритму перетворення одного об'єкта на інший. За такого підходу принциповим є встановлення взаємних зв'язків між об'єктами, які досліджуються, та довжиною програми, яка їх опрацьовує. Кількість інформації згідно з теорією алгоритмів визначається довжиною програми, яка забезпечує можливість перетворення об'єкта  $A$  на об'єкт  $B$ :

$$I = F[G(A, B)], \quad (6)$$

де  $G$  — програма перетворення об'єкта  $A$  на об'єкт  $B$ ;  $F$  — функція, яка визначає довжину програми перетворення в бітах.

Зазначимо, що кількість інформації за такого підходу суттєво залежить від вибору структурного елемента перетворення. Кількість інформації є максимальною, якщо як елемент перетворення вибрано піксель, мінімальною — якщо елементом є ціла літера (порівнювати літеру з нею самою не має сенсу, оскільки довжина програми перетворення у цьому випадку дорівнюватиме нулю), і проміжною — у разі вибору елементом перетворення частини літери.

Таким чином, за алгоритмічного підходу є очевидними такі недоліки:

а) під час обчислення кількості інформації використовується довжина програми перетворення, яка суттєво залежить від структури елементів перетворення одного об'єкта на інший. Чим дрібнішою є вибрана структура елементів, тим довшою стає програма перетворення для однакових об'єктів;

б) одна і та сама програма перетворення може бути використана для опрацювання цілого набору об'єктів, аналіз яких потребує виконання різної кількості комп'ютерних команд;

в) не визначено метод для обчислення кількості інформації під час розгляду окремого об'єкта;

г) втрачається властивість адитивності інформації під час розгляду взаємодіючих систем, що суттєво ускладнює їх аналіз.

**3.2. Семантичний підхід.** Перелічені вище недоліки характерні і для семантичного підходу до обчислення кількості інформації. Семантичний підхід ґрунтується на опрацюванні логічних тверджень

$$I = \log_2 L(O), \quad (7)$$

де  $L$  — функція, що залежить від кількості станів у логічних твердженнях (змінних, фактах, правилах);  $O$  — логічне твердження або предикат.

Обчислення кількості інформації в окремих літерах чи словах за підходу (7) неможливе в принципі, оскільки ні окремі літери, ні окремі слова не є логічними твердженнями.

**3.3. Підхід на основі теорії розпізнавання образів та нечітких множин.** Зазначені недоліки усунуто у підході, який ґрунтується на застосуванні теорії розпізнавання і базується на інших, отриманих на основі теорії ймовірності, класичних означеннях інформації, її кількості та цінності.

Проблеми математичного і комп'ютерного моделювання наразі полягають, зокрема, у неможливості застосування правил чіткої логіки та моделей задач із чітко визначеними вхідними параметрами у випадках, коли з якихось причин мають місце суперечливість, невизначеність або нечіткість інформації про досліджуваний об'єкт, систему чи явище [7].

Як відомо, невизначеність виникає через недостатність знань про конкретну подію [8], яка існує до проведення експерименту. Математична модель невизначеності ґрунтується на теорії ймовірностей, теорії можливостей, теорії розпізнавання образів, теорії прогнозування і передбачення та ряді інших.

Феномен нечіткості виникає у процесі об'єднання в одне ціле  $X$  об'єктів, які мають спільну властивість  $\varphi$ :

$$X = \{x | x \text{ має } \varphi\},$$

де  $x$  належить деякій універсальній множині.

Зважаючи на те, що у реальній ситуації завжди є елементи  $x$ , для яких однозначно не можна стверджувати, мають вони вказану властивість, чи ні,  $X$  не є множиною у класичному розумінні. Будь-яка спроба здійснити точний загальний опис призводить до надлишку деталей. Збільшення точності в описі веде до збільшення кількості інформації, змістовність якої зменшується до того моменту, поки точність і змістовність не стають взаємовиключальними. На необхідності застосування нечітких множин для передавання змістовної інформації вперше наголосив Л.А. Заде [9]. Саме ідеї цього американського вченого стали поштовхом для розвитку теорії [10], яка разом з апаратом нечітких множин містить інші прийоми роботи з невизначеністю.

Застосування теорії нечітких множин та мір — це крок на шляху до зближення точності класичної математики з наповненим неточністю навколишнім середовищем, спроба подолати лінгвістичний бар'єр між людиною, судження і оцінки якої є образними та нечіткими з одного боку, і технічними засобами, які можуть виконувати тільки чіткі інструкції [11] з іншого боку.

Апаратом, який дає змогу працювати з нечіткою логікою, «розмитими» параметрами моделей, є fuzzy-технології. Підрозділом fuzzy-технологій є нечіткі експертні системи.

Лінгвістичні (описові) змінні розширюють можливості представлення знань. Їх формалізують нечіткими множинами шляхом опису універсальної множини та

побудови функцій належності. Останні, здебільшого, будують, виходячи із суб'єктивних оцінок експертів [12–14], або шляхом аналізу нечітких кластерів. Згідно з [12] нечіткі експертні системи є застосовними, коли вартість набуття точної інформації перевищує максимальний дохід від реструктуризації моделі або є практично неможливою.

Відомо, що первісний етап побудови штучного інтелекту базується на двозначній логіці та механізмі виведення із жорсткими правилами.

Сучасне покоління експертних систем має принаймні дві особливості: нечітке подання знань та нечітке виведення. Одну з найтипівіших задач логічного виведення за умов нечіткості можна сформулювати так:

*Дано (нечітке) продукційне правило "Якщо  $A$ , то  $B$ ";*

*Спостерігається  $A'$  ( $A$  певною мірою). Яким повинно бути  $B$ ?*

Розглянемо об'єкт з одним виходом і  $n$  входами типу

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n), \quad (8)$$

де  $x_1, \dots, x_n$  — набір значень вхідних змінних;  $y$  — вихідна змінна.

Для побудови математичної моделі шляхом проведення операції фазифікації, кількісні та якісні змінні переводять у лінгвістичні терми

$$U_i = [\underline{u}_i, \overline{u}_i], \quad i = \overline{1, n}, \quad (9)$$

$$Y = [\underline{y}, \overline{y}], \quad (10)$$

де  $\underline{u}_i, \overline{u}_i$  — найменше та найбільше можливе значення змінної величини  $x_i$ ;  $\underline{y}, \overline{y}$  — найменше та найбільше можливе значення вихідної змінної  $y$ .

Для розв'язання поставленої задачі (8) необхідно застосувати методику прийняття рішення, за допомогою якої фіксованому вектору вхідних змінних  $x^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$ ,  $x_i^* \in U_i$ , однозначно ставився б у відповідність розв'язок  $y^* \in Y$ . Для формального встановлення такої залежності будемо розглядати вхідні  $x_i$ ,  $i = \overline{1, n}$ , та вихідний  $y$  параметри як лінгвістичні змінні, задані на універсальних множинах (9), (10). Для оцінювання лінгвістичних змінних  $x_i$ ,  $i = \overline{1, n}$ , та  $y$  будемо використовувати якісні терми з таких терм-множин:  $A_i = \{a_i^1, a_i^2, \dots, a_i^{p_i}\}$  — терм-множина вхідної змінної  $x_i$ ,  $i = \overline{1, n}$ ;  $D = \{d_1, d_2, \dots, d_m\}$  — терм-множина вихідної змінної  $y$ . Для побудови терм-множин можна застосувати, наприклад, методику, запропоновану в [7].

Для кожного терму кожної лінгвістичної змінної на основі знань експерта будують функції належності  $\mu^{a_i^p}(x)$  та  $\mu^{d_j}(y)$  (трапецієподібні, трикутні, прямокутні, синусоїдальні, параболічні тощо [13]), де  $\mu^{a_i^p}(x)$  — міра належності елемента  $x \in U_i$  до терму  $a_i^p \in A_i$ ,  $i = \overline{1, n}$ ;  $p = \overline{1, p_i}$ ;  $\mu^{d_j}(y)$  — міра належності елемента  $y \in Y$  до терму  $d_j \in D$ ,  $j = \overline{1, m}$ .

Визначення лінгвістичних оцінок змінних і необхідних для їх формалізації функцій належності є першим етапом побудови нечіткої моделі досліджуваного об'єкта. У літературі з нечіткої логіки він отримав назву «фазифікація змінних» (fuzzification) [14].

Наступним кроком є створення бази нечітких знань.

Нехай для об'єкта (8) відомо  $N$  правил, які пов'язують його входи та вихід за допомогою векторів виду

$$V_k = (x_1, x_2, \dots, x_n, y), \quad k = \overline{1, N}, \quad \text{причому } N = k_1 + \dots + k_j + \dots + k_m, \quad (11)$$

де  $k_j$  — кількість експериментальних даних, що відповідають однаковому значенню  $d_j$  терм-множини вихідної змінної  $y$ ;  $m$  — загальна кількість термів вихідної змінної, причому в загальному випадку  $k_1 \neq \dots \neq k_m$ .

Будемо вважати, що  $N < p_1 p_2 \dots p_n$ , тобто кількість наявних експериментальних даних менша кількості, отриманої у результаті повного перебору різних комбінацій можливих термів вхідних змінних  $p_1 p_2 \dots p_n$ . Тоді база знань — це таблиця, сформована за такими правилами.

1. Розмір таблиці дорівнює  $N \times (n+2)$ , де  $N$  — кількість рядків,  $n+2$  — кількість стовпців.

2. Кожен рядок матриці — це комбінація вхідних змінних, зарахованих експертом до одного з можливих значень терм-множини вихідної змінної  $y$ . При цьому перші  $k_1$  рядків відповідають значенню вихідної змінної  $y = d_1$ , наступні  $k_2$  рядки — значенню  $y = d_2$  і т.д., а останні  $k_m$  рядків — значенню  $y = d_m$ ;

3. Перші  $n$  стовпців матриці відповідають вхідним змінним  $x_i$ ,  $i = \overline{1, n}$ ;  $(n+1)$ -й стовпчик — вазі правила  $w_{jp}$ ,  $j = \overline{1, m}$ ,  $p = \overline{1, k_j}$ , а  $(n+2)$ -й — значенням  $d_j$  вихідної терм-множини змінної  $y$ ,  $j = \overline{1, m}$ , які відповідають комбінації значень у перших  $(n+1)$  стовпцях.

4. Елемент  $a_i^{jp}$ , що знаходиться на перетині  $i$ -го стовпця та  $jp$ -го рядка, відповідає лінгвістичній оцінці параметра  $x_i$  у рядку матриці знань з номером  $jp$ . При цьому лінгвістичну оцінку  $a_i^{jp}$  вибирають із терм-множини, що відповідає змінній  $x_i$ , тобто

$$a_i^{jp} \in A_i, \quad i = \overline{1, n}; \quad j = \overline{1, m}; \quad p = \overline{1, k_j}, \quad (\text{форматування}).$$

Під час формування експертом лінгвістичних правил типу «ЯКЩО — ТОДІ», які утворюють базу нечітких знань про певний об'єкт, упевненість експерта в кожному правилі може бути різною. Якщо одне правило на думку експерта може бути безперечною істиною, то щодо іншого правила той самий експерт може мати деякі сумніви.

З метою відображення цих різних ступенів упевненості в базу нечітких знань вводять ваги правил — числа з інтервалу  $[0, 1]$ , що характеризують упевненість експерта в кожному вибраному ним конкретному правилі для прийняття рішення.

Після побудови бази знань потрібно ретельно перевірити у табл. 1 наявність протилежних за змістом рядків, тобто правил, що за однакових вхідних змінних мають різні вихідні значення. Введена матриця знань визначає систему логічних висловлювань типу «ЯКЩО — ТОДІ, ІНАКШЕ», які пов'язують значення вхідних змінних  $x_1, \dots, x_n$  з одним із можливих значень виходу  $d_j$ ,  $j = \overline{1, m}$ :

$$\text{ЯКЩО } (x_1 = a_1^{11}) \text{ І } (x_2 = a_2^{11}) \text{ І } \dots \text{ І } (x_n = a_n^{11}) \text{ (з вагою } w_{11}),$$

$$\text{АБО } (x_1 = a_1^{12}) \text{ І } (x_2 = a_2^{12}) \text{ І } \dots \text{ І } (x_n = a_n^{12}) \text{ (з вагою } w_{12}),$$

АБО ...

$$\text{АБО } (x_1 = a_1^{1k_1}) \text{ І } (x_2 = a_2^{1k_1}) \text{ І } \dots \text{ І } (x_n = a_n^{1k_1}) \text{ (з вагою } w_{1k_1}),$$

ТОДІ  $y = d_1$ , ІНАКШЕ

$$\text{ЯКЩО } (x_1 = a_1^{21}) \text{ І } (x_2 = a_2^{21}) \text{ І } \dots \text{ І } (x_n = a_n^{21}) \text{ (з вагою } w_{21}),$$

АБО ...

$$\text{АБО } (x_1 = a_1^{2k_2}) \text{ І } (x_2 = a_2^{2k_2}) \text{ І } \dots \text{ І } (x_n = a_n^{2k_2}) \text{ (з вагою } w_{2k_2}),$$

ТОДІ  $y = d_2$ , ІНАКШЕ ...

$$\text{ЯКЩО } (x_1 = a_1^{m1}) \text{ І } (x_2 = a_2^{m1}) \text{ І } \dots \text{ І } (x_n = a_n^{m1}) \text{ (з вагою } w_{m1}),$$

АБО ...

**АБО**  $(x_1 = a_1^{mk_m}) \mathbf{I} (x_2 = a_2^{mk_m}) \mathbf{I} \dots \mathbf{I} (x_n = a_n^{mk_m})$  (з вагою  $w_{mk_m}$ ),

ТОДІ  $y = d_m$ .

Подібну систему логічних висловлювань називають нечіткою базою знань. Із використанням операцій  $\cup$  (**АБО**) та  $\cap$  (**І**) описану систему логічних висловлювань можна подати у більш компактному вигляді:

$$\bigcup_{p=1}^{k_j} \left[ \bigcap_{i=1}^n (x_i = a_i^{jp}) \right] \rightarrow y = d_j, \quad j = \overline{1, m}. \quad (12)$$

Таким чином, вхідне співвідношення (8), що встановлює зв'язок між вхідними параметрами  $x_i$ ,  $i = \overline{1, n}$ , та вихідною змінною  $y$ , формалізовано у вигляді системи нечітких логічних висловлювань (12), що базується на створеній матриці знань. Правила описаної системи нечіткого виведення, в яких величина істинності відмінна від нуля, вважають активними.

Лінгвістичні оцінки  $a_i^{jp}$  змінних  $x_1, \dots, x_n$ , які містяться у логічних висловлюваннях (12), є нечіткими множинами, визначеними на універсальних множинах (9). Введемо такі позначення:  $\mu^{a_i^{jp}}(x_i)$  — функція належності параметра  $x_i$  до нечіткого терму  $a_i^{jp}$ ,  $i = \overline{1, n}$ ,  $j = \overline{1, m}$ ,  $p = \overline{1, k_j}$ ;  $\mu^{d_j}(x_1, x_2, \dots, x_n)$  — функція належності вектора вхідних змінних  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  терму вихідної змінної  $y = d_j$ ,  $j = \overline{1, m}$ .

Таким чином, утворено два типи функцій, зв'язок між якими визначається базою нечітких знань (12), на основі чого можна утворити систему логічних рівнянь:

$$\mu^{d_j}(x_1, x_2, \dots, x_n) = \bigvee_{p=1}^{k_j} \left( w_{jp} \left[ \bigwedge_{i=1}^n \mu^{a_i^{jp}}(x_i) \right] \right), \quad j = \overline{1, m}. \quad (13)$$

де  $\vee$  — логічне «АБО»;  $\wedge$  — логічне «І». Логічні функції «АБО» та «І» над функціями належності в більшості випадків на практиці заміняють на операції  $\max$  та  $\min$ :

$$\mu(a) \vee \mu(b) = \max [\mu(a), \mu(b)], \quad (14)$$

$$\mu(a) \wedge \mu(b) = \min [\mu(a), \mu(b)]. \quad (15)$$

Прийняття рішення  $d^* \in D \{d_1, d_2, \dots, d_m\}$ , яке відповідає фіксованому вектору значень вхідних змінних  $x^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$ , здійснюють відповідно до алгоритму, побудованого з використанням апарату нечіткої (розмитої) логіки [15].

У запропонованому алгоритмі використано ідею ідентифікації лінгвістичного терму за максимумом функції належності та узагальнює цей підхід на всю матрицю знань.

Для одержання чіткого числа з інтервалу  $[y, \bar{y}]$ , що відповідає нечіткому значенню вихідної змінної, необхідно застосувати операцію дефазифікації. Визначити це чітке число  $y^*$  можна, наприклад, за методом центру тяжіння

$$y^* = \frac{\int_{Min}^{Max} y \mu(y) dy}{\int_{Min}^{Max} \mu(y) dy}, \quad (16)$$

де  $Min$  і  $Max$  — ліва і права точки інтервалу носія нечіткої множини вихідної змінної  $y$ .

**3.4. Обчислення цінності інформації, отриманої на прикладі нечіткої математичної моделі системи масового обслуговування.** Розглянемо задачу отримання інформації про прогнозовану вартість нереалізованого товару певного виду на кінець сезону торгівлі для фірми, яка спеціалізується на препаратах хімічного захисту рослин. Очевидно, мінімізація залишку товару сприятиме зростанню ефективності торгівельної фірми. Наступною задачею є обчислення цінності отриманої інформації внаслідок застосування нечіткої моделі.

Експертами встановлено, що вагомими чинниками, які впливають на поточний залишок  $Y$ , є:  $x_1$  («залишок») — залишок попереднього сезону торгівлі (у доларах США);  $x_2$  («нові закупки») — вартість нових закупок (у доларах США);  $x_3$  («націнка») — середня величина торговельної націнки (у відсотках);  $x_4$  («термін») — тривалість продажу даного препарату (у роках). Універсальні множини для описаних змінних визначено такими:  $U_1 = [0; 600000]$ ;  $U_2 = [20000; 1500000]$ ;  $U_3 = [0; 50]$ ;  $U_4 = [0; 10]$ . Універсальна множина для прогнозованої величини збігається, очевидно, з  $U_1$ .

Для кожної вхідної та для вихідної змінних побудовано відповідні терм-множини:

$$A_1 = \{\text{"малий"}, \text{"середній"}, \text{"великий"}, \text{"критичний"}\} = \{M, C, B, K\};$$

$$A_2 = \{\text{"мала"}, \text{"середня"}, \text{"велика"}\} = \{M, C, B\};$$

$$A_3 = \{\text{"малий"}, \text{"середній"}, \text{"великий"}\} = \{M, C, B\};$$

$$A_4 = \{\text{"короткий"}, \text{"середній"}, \text{"довготривалий"}\} = \{K, C, D\};$$

$$D = \{\text{"малий"}, \text{"середній"}, \text{"великий"}, \text{"критичний"}\} = \{M, C, B, K\}.$$

Функції належності для термів вхідних та вихідної змінних зображено на рис. 1 — для лінгвістичної змінної «залишок», рис. 2 — для лінгвістичної змінної «нові закупки», рис. 3 — для лінгвістичної змінної «націнка» та рис. 4 — для лінгвістичної змінної «термін».

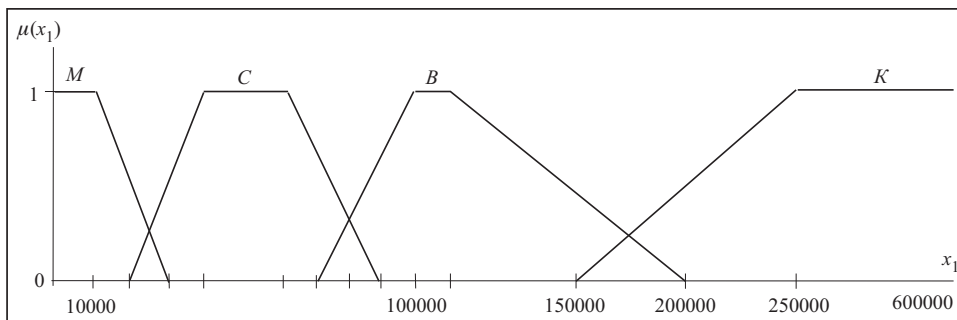


Рис. 1. Графік функції належності  $\mu(x_1)$  лінгвістичної змінної «залишок» до множини  $U_1$

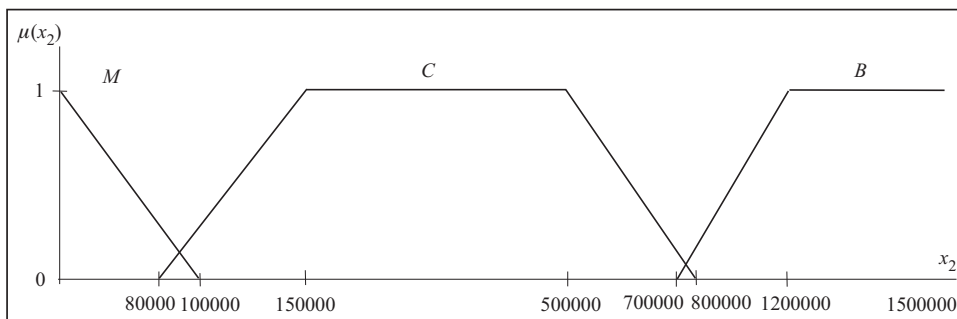


Рис. 2. Графік функції належності  $\mu(x_2)$  лінгвістичної змінної «нові закупки» до множини  $U_2$



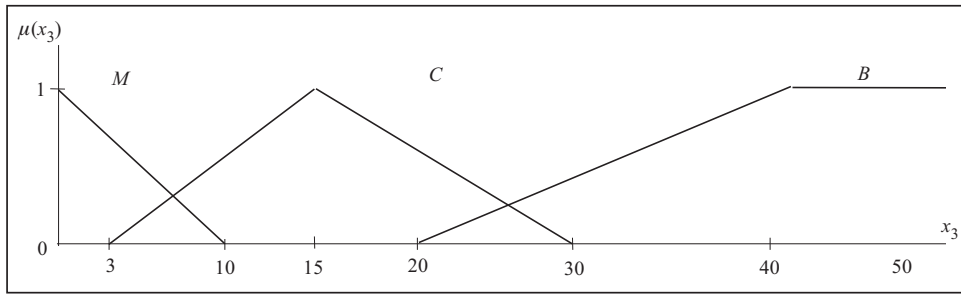


Рис. 3. Графік функції належності  $\mu(x_3)$  лінгвістичної змінної «націнка» до множини  $U_3$

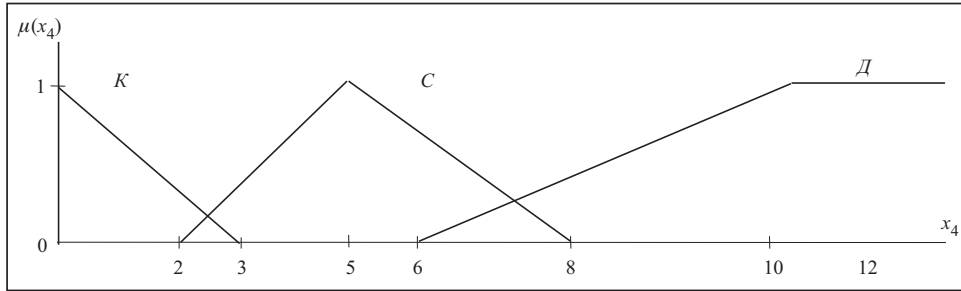


Рис. 4. Графік функції належності  $\mu(x_4)$  лінгвістичної змінної «термін» до множини  $U_4$

Далі побудуємо базу нечітких знань (табл. 1).

Наведені нижче розрахунки виконано для даних торговельного підприємства за сезон продажів:  $x_1^* = 80000$ ;  $x_2^* = 36000$ ;  $x_3^* = 22$ ;  $x_4^* = 9$ . У цьому випадку змінна  $x_1$  належить до термів «середній» (з мірою належності  $\mu(x) = 1 - \frac{1}{30000}(x - 60000)$ ) або «високий» (із мірою належності  $\mu(x) = \frac{1}{30000} \times (x - 70000)$ );  $x_2$  — до терму «мала» (з мірою належності  $\mu(x) = 1 - \frac{1}{100000}x$ );  $x_3$  — до термів «середня» (з мірою належності  $\mu(x) = 1 - \frac{1}{15}(x - 15)$ ) або «висока» (з мірою належності  $\mu(x) = \frac{1}{20}(x - 20)$ );  $x_4$  — до терму «довготривалий» (із мірою належності  $\mu(x) = \frac{1}{4}(x - 6)$ ). У результаті простого зіставлення легко побачити, що активними правилами будуть правила 18, 20, 21 (призводять до виходу  $d_1$ ) та 23 (призводить до виходу  $d_2$ ).

Кількісне значення вихідної величини  $y^*$  (результат дефазифікації) обчислено методом центру тяжіння (16). Остаточне, значення прогнозованої величини залишку товарної маси дорівнює  $y^* = \frac{353865180}{13588.5} \approx 26041.5$ , що є достатньо близьким до реального залишку товару на кінець сезону 2011 року, а саме 23200 доларів США.

Пов'язавши отримане значення  $y^*$  з ефективністю  $E$ , а прогнозоване значення вихідної змінної — з функцією цілі  $Z$ , на основі формули (5) можна дійти висновку, що цінність отриманої на основі нечіткої моделі інформації про прогнозовану величину становить 89 %.

Зауважимо, що прогнозовані значення можна більше наблизити до реально спостережуваних шляхом перегляду встановлених вагових коефіцієнтів, коригування функцій належності тощо. Також можна збільшувати кількість вхідних ве-

Таблиця 1. База нечітких знань задачі

Номер вхідної комбінації (логічного правила)	Вхідні змінні				Вага $w$	Вихідна змінна $y$
	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$		
11	<i>M</i>	<i>M</i>	<i>M</i>	<i>K</i>	1	$d_1$
12	<i>B</i>	<i>M</i>	<i>M</i>	<i>C</i>	0.9	
13	<i>B</i>	<i>M</i>	<i>M</i>	<i>Д</i>	1	
14	<i>K</i>	<i>M</i>	<i>M</i>	<i>C</i>	1	
15	<i>M</i>	<i>M</i>	<i>B</i>	<i>Д</i>	0.7	
16	<i>M</i>	<i>C</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	0.7	
17	<i>C</i>	<i>M</i>	<i>C</i>	<i>C</i>	0.8	
18	<i>C</i>	<i>M</i>	<i>C</i>	<i>Д</i>	0.8	
19	<i>C</i>	<i>C</i>	<i>C</i>	<i>C</i>	0.7	
20	<i>B</i>	<i>M</i>	<i>C</i>	<i>Д</i>	0.9	
21	<i>B</i>	<i>M</i>	<i>B</i>	<i>Д</i>	0.5	
23	<i>C</i>	<i>M</i>	<i>B</i>	<i>Д</i>	1	$d_2$
24	<i>M</i>	<i>C</i>	<i>C</i>	<i>C</i>	1	
25	<i>M</i>	<i>B</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	0.8	
26	<i>C</i>	<i>C</i>	<i>M</i>	<i>C</i>	0.8	
27	<i>C</i>	<i>B</i>	<i>M</i>	<i>B</i>	0.7	
28	<i>C</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>C</i>	0.7	
29	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>C</i>	<i>C</i>	0.7	$d_3$
30	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>C</i>	<i>Д</i>	0.5	
31	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>B</i>	<i>Д</i>	0.3	
32	<i>K</i>	<i>C</i>	<i>B</i>	<i>Д</i>	0.8	
33	<i>M</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>C</i>	0.9	
34	<i>M</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>K</i>	1	
35	<i>C</i>	<i>B</i>	<i>M</i>	<i>K</i>	1	
36	<i>C</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>Д</i>	0.8	
37	<i>M</i>	<i>B</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	0.8	$d_4$
38	<i>M</i>	<i>B</i>	<i>B</i>	<i>Д</i>	0.9	
39	<i>C</i>	<i>B</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	0.9	
40	<i>C</i>	<i>B</i>	<i>B</i>	<i>Д</i>	1	
41	<i>B</i>	<i>B</i>	<i>B</i>	<i>Д</i>	1	

личин. Проте для їхньої надто великої кількості побудова нечіткої бази знань про невідому залежність стає важким завданням. Це зумовлено тим, що пам'ять середньостатистичної людини одночасно може утримувати не більше  $7 \pm 2$  понять-ознак. У таких випадках доцільно проводити класифікацію вхідних змінних і згідно з нею будувати дерево виведення, яке визначає систему вкладених одне в одне висловлювань [11, 13, 15].

Для роботи з нечисловими даними в задачах штучного інтелекту, побудови систем розпізнавання, експертних систем, медичній та параметричній діагностиці, створення логіко-лінгвістичних моделей найбільш пристосованими є декларативні мови програмування. Тут мовою логічних висловлювань та функціонально-логічних залежностей забезпечено можливість опису задачі з нечітко сформульованими даними, а також можливість отримання розв'язків у вигляді логічних висновків, нових функціональних залежностей або ймовірнісних характеристик.

У процесі опрацювання апріорної інформації та під час вибору відповідних критеріїв правдоподібності можна вносити дані, яких бракує, забезпечуючи формування нових знань та підвищуючи цінність отриманої інформації.

Для реалізації описаного підходу до обчислення цінності інформації доцільно використовувати декларативні мови програмування (Лісп, Пролог або

їхні модифікації, залежно від конкретної предметної задачі) [16], які найбільш вдало пристосовані для реалізації функцій виду (4)–(7), (12), (13). Останні можуть бути як аналітичними, так і описовими (функціонали, логічні правила, нечіткі множини). Це дає змогу розв'язувати задачі, пов'язані з якісним розпізнаванням та аналізом об'єктів складної структури (розпізнавання почерку, рукописного тексту, психофізіологічного стану особи, побудова та аналіз систем зберігання, опрацювання та захист інформації, автоматизоване доведення теорем, екологічний моніторинг та прийняття рішень), а також обчислювати цінність отриманої інформації на основі реалізації цільових функцій, що відповідають конкретній прикладній чи науковій задачі.

## ВИСНОВКИ

Запропоновано новий підхід до оцінювання цінності інформації на основі теорії розпізнавання образів та нечітких множин, який розширює можливості оцінювання цінності інформації та може бути успішно реалізований з використанням декларативних мов програмування [16] або універсальних мов моделювання [17]. Відзначено особливості його застосування та напрями подальшого удосконалення.

У роботі досліджено три основні підходи до оцінювання кількості інформації та її цінності: класичний, алгоритмічний та образний. Представлено порівняльну характеристику наведених підходів, вказано переваги та обмеження кожного з них та визначено перспективи їхнього застосування.

Проілюстровано можливість досягнення високої цінності інформації для незначної її кількості на прикладі нечіткої математичної моделі системи масового обслуговування.

Подальший розвиток запропонованих підходів можна забезпечити під час проведення статистичних досліджень конкретних прикладних задач, пов'язаних з необхідністю оцінювання як кількості, так і цінності інформації на основі використання теорії нечітких множин та теорії розпізнавання образів.

Запропонований підхід доцільно використовувати у прикладних задачах, строгий математичний опис яких є складним або навіть абсолютно неможливим. Такий підхід сприятиме розвитку як методів теорії розпізнавання та ідентифікації, так і теорії інформації як такої.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Бриллюэн Л. Наука и теория информации. Москва: Госиздат, 1960. 392 с.
2. Хартли Р.В. Теория информации и её приложения. Москва: Физматгиз, 1959. 356 с.
3. Шеннон К. Работы по теории информации и кибернетике. Москва: Изд-во иностран. л-ры, 1963. 286 с.
4. Колмогоров А.Н. Три подхода к определению понятия «количество информации» *Проблемы передачи информации*. 1965. Т. 1, Вып. 1. С. 63–67.
5. Харкевич А.А. О ценности информации. *Проблемы кибернетики*. 1960. Вып. 4. С. 53–57.
6. Партико З.В. Образна концепція теорії інформації. Львів: В-во ЛНУ ім. І. Франка, 2001. 98 с.
7. Заяць В.М., Рибицька О.М. Приховані можливості математики для статистичної обробки інформації. *Матеріали Міжнар. науково-технічної конф. «Системний аналіз та інформаційні технології» (SAIT-2013)*. 27–31 травня 2013 р. Київ: НТТУ «КПІ», 2013. С. 317–318.
8. Новак В., Перфильева И., Мочкорж И. Математические принципы нечеткой логики. Москва: Физматлит, 2006. 347 с.
9. Zadeh L.A. Outline of a new approach to the analysis of complex systems and decision processes. *IEEE Trans. Syst. Man and Cybern.* 1973. Vol. 3, N 1. P. 28–44.
10. Коньшева Л.К., Назаров Д.М. Основы теории нечетких множеств. Санкт-Петербург: Питер, 2011. 190 с.
11. Сявавко М. Математика прихованих можливостей. Острог: В-во НУ «Острозька академія», 2011. 394 с.
12. Турксен И.Б. Нечеткие экспертные системы. Под ред. М. Желены. Санкт-Петербург: Питер, 2002. 1120 с.
13. Сявавко М., Рибицька О. Математичне моделювання за умов невизначеності. Львів: Українські технології, 2000. 320 с.

14. Zimmermann H.J. Fuzzy set theory and its applications. 2nd ed. Dordrecht; Boston: Kluwer Academic Publishers, 1991. 315 p.
15. Kuzmin O.Ye., Bublyk M.I., Rybytska O.M. The application of fuzzy logic to forecasting of technogenic damage in the national economy. *Visnyk natsion. univ. Lviv. Politehnika. Menedzhment ta pidpriemnytstvo v Ukraini: etapy stanovlennya i problemy rozvytku*. Lviv: V-vo Lviv. Politehnika, 2014. № 790. P. 63–73.
16. Заяць В.М., Заяць М.М. Логічне та функціональне програмування. Кам'янець-Подільський: Рута, 2016. 400 с
17. Gamma E., Helm R., Johnson R., Vlissides J. Wzorce projektowe. Warszawa: Helion, 2010. 376 s.

*Надійшла до редакції 26.11.2018*

**В.М. Заяць, О.М. Рыбыцка, М.М. Заяць**  
**ПОДХОД К ОЦЕНКЕ ЦЕННОСТИ И КОЛИЧЕСТВА ИНФОРМАЦИИ В СИСТЕМАХ**  
**МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ НА ОСНОВАНИИ ТЕОРИИ РАСПОЗНАВАНИЯ**  
**ОБРАЗОВ И НЕЧЕТКИХ МНОЖЕСТВ**

**Аннотация.** Предложен новый подход на основе теории нечетких множеств, который позволяет количественно оценить ценность информации. Рассмотрены различные подходы к определению и вычислению основных понятий теории информации, в частности, количества информации и оценки ее ценности, исходя из статистических соображений (классический подход), теории алгоритмов (алгоритмический подход) и теории распознавания образов (образный подход). Предложены подходы к обработке нечеткой информации в условиях неполного определения вектора входных признаков, основанные на теории распознавания образов и нечетких множеств. Проведен их анализ, отмечены пределы их использования и области эффективного применения.

**Ключевые слова:** теория информации, теория распознавания образов, количество информации, ценность информации, вероятность, нечеткие множества, размытая логика, системы массового обслуживания.

**V.M. Zaiats, O.M. Rybytska, M.M. Zaiats**  
**AN APPROACH TO EVALUATING THE VALUES AND QUANTITY OF INFORMATION**  
**IN QUEUEING SYSTEMS BASED ON PATTERN RECOGNITION AND FUZZY SETS THEORIES**

**Abstract.** A new approach based on the pattern recognition theory is proposed, which allows one to quantify the value of information. Different approaches to definition and calculation of basic concepts of information theory are considered, in particular, the amount of information and its evaluation, based on statistical considerations (the classical approach), theory of algorithms (algorithmic approach), and theory of pattern recognition (image approach). Approaches to processing of fuzzy information under incomplete definition of the vector of input attributes based on the theory of fuzzy sets and measures are proposed. Their analysis is carried out, the limits of their use and the fields of efficient application are established.

**Keywords:** information theory, information quantity, information value, probability, fuzzy set, fuzzy logic, queueing systems.

**Заяць Василь Михайлович,**  
 доктор тех. наук, професор, професор кафедри Національного університету водного господарства та природокористування, Рівне, e-mail: v.m.zaiats@nuwm.edu.ua;  
 професор Університету технологічно-природничого в Бидгощі, Польща, e-mail: vasyli.zaiats@utp.edu.pl.

**Рыбыцка Ольга Мар'янівна,**  
 кандидат фіз.-мат. наук, доцент кафедри Національного університету «Львівська політехніка»,  
 e-mail: olga.rybytska@nulp.edu.ua.

**Заяць Марія Михайлівна,**  
 старший викладач кафедри Національного університету «Львівська політехніка»,  
 e-mail: zaiats.marija.@nulp.edu.ua.