УДК 519.21+62

І.В. САМОЙЛЕНКО, А.В. НІКІТІН, Г.В. ВЕРЬОВКІНА

ОСОБЛИВОСТІ ПОБУДОВИ ТА АНАЛІЗ МОДЕЛІ ІНФОРМАЦІЙНОЇ БОРОТЬБИ З МАРКОВСЬКИМИ ПЕРЕМИКАННЯМИ ТА ІМПУЛЬСНИМИ ЗБУРЕННЯМИ В УМОВАХ АПРОКСИМАЦІЇ ЛЕВІ

Анотація. Побудовано та досліджено неперервну еволюційну модель, яка описує конфліктну взаємодію двох складних систем з нетривіальними внутрішніми структурами. Показано, що зовнішню конфліктну взаємодію можна моделювати додатковим впливом випадкових факторів, при цьому динаміка внутрішнього конфлікту подібна до моделі Лотки–Вольтерри, а саме моделі інформаційної боротьби. Наведено інтерпретацію нової моделі інформаційної боротьби як впливу рідкісних подій, які швидко змінюють певні уявлення великої кількості людей. У результаті кількість прихильників різних ідей здійснює стохастичні стрибки, які можна побачити, використовуючи схему апроксимації Леві. Припущено, що нова модель є більш природною, оскільки нині важливі новини мають швидкий імпульсний вплив на аудиторію через інформаційні канали та соціальні мережі.

Ключові слова: випадкова еволюція, апроксимація Леві, модель інформаційної боротьби.

ВСТУП

Модель Лотки–Вольтерри, що описує взаємодію типу «хижак-здобич», є однією з основних моделей багатьох процесів у прикладній математиці, соціальних науках та економіці [1–7]. Застосування цього підходу до моделі інформаційної війни запропоновано в роботі [7]. У ній розглянуто деяку соціальну спільноту зі сталою кількістю осіб N_0, яку потенційно піддають деякій інформаційній загрозі двох типів, наприклад, загрозі негативної зміни поглядів членів спільноти, передаючи деяку інформацію, яка буває двох типів. Слід розуміти, що інформація кожного типу може мати як позитивне, так і негативне забарвлення. Найцікавішим є випадок двох антагоністичних думок, розповсюдження яких призводить до поляризації суспільства і виникнення питання про переможця в інформаційній війні. Значення $N_1(t)$, $N_2(t)$ — це кількості «прихильників» залежно від часу t, які сприйняли нову інформацію, ідеї, норми тощо типу 1 і 2 відповідно. Основним недоліком класичної моделі є, по-перше, сталість характеристик (інтенсивностей) інформаційного впливу, а також відсутність можливостей врахувати раптові непередбачувані події, які впливають на свідомість споживачів інформації. Очевидно, в сучасному світі, де інформація розповсюджується миттєво й одночасно покриває широку аудиторію, такі дуже вагомі чинники впливу треба обов'язково враховувати. В цій роботі запропоновано модель у вигляді динамічної системи, що враховує як випадковий вплив середовища на інтенсивності розповсюдження інформації, так і рідкісні випадкові стрибки, які короткочасно, проте суттєво змінюють кількості «адептів» відповідних ідей.

КЛАСИЧНА МОДЕЛЬ ІНФОРМАЦІЙНОЇ БОРОТЬБИ

Основні припущення щодо моделі є такими:

1. Обидві ідеї поширюються у спільноті двома інформаційними каналами. Перший канал є «зовнішнім» відносно спільноти, наприклад, рекламна

© І.В. Самойленко, А.В. Нікітін, Г.В. Верьовкіна, 2021

медіа-кампанія. Його інтенсивність характеризується параметрами $\alpha_1 > 0$ і $\alpha_2 > 0$ відповідно й обидва параметри вважаються незалежними від часу та середовища. Другий, «внутрішній» канал — це міжособистісний зв'язок між членами соціальної спільноти. Його інтенсивність, тобто кількість еквівалентних інформаційних контактів, характеризується параметрами $\beta_1 > 0$ і $\beta_2 > 0$ відповідно, які також не залежать від часу та середовища. Як результат, прихильники першої ідеї, які вже були «завербовані» (їхня кількість становить $N_1(t)$), вносять свій особистий внесок у процес поширення ідеї у спільноті, впливаючи на «незавербованих» її членів (їхня кількість становить $N_0 - N_1(t) - N_2(t)$). Те саме стосується і прихильників другої ідеї.

2. Швидкість зміни кількості прихильників $N_1(t)$ і $N_2(t)$ (тобто числа прихильників відповідної ідеї, «завербованих» за одиницю часу) складається із:

— зовнішньої швидкості вербування (пропорційної результату множення інтенсивності α_1 і α_2 на кількість осіб, які ще не завербовані, $N_0 - N_1(t) - N_2(t)$), тобто $\alpha_1(N_0 - N_1(t) - N_2(t))$ і $\alpha_2(N_0 - N_1(t) - N_2(t))$ відповідно;

— внутрішньої швидкості вербування (пропорційної результату множення інтенсивності β_1 і β_2, на відповідну кількість активних прихильників $N_1(t)$, $N_2(t)$ та на кількість незавербованих осіб $N_0 - N_1(t) - N_2(t)$, тобто $\beta_1 N_1(t)(N_0 - N_1(t) - N_2(t))$ і $\beta_2 N_2(t)(N_0 - N_1(t) - N_2(t))$ відповідно.

Отже, модель описується рівняннями типу Лотки–Вольтерри (детальніше про можливі розв'язки та характеристики динамічної системи див. [7]):

$$dN_1(t)/dt = (\alpha_1 + \beta_1 N_1(t))(N_0 - N_1(t) - N_2(t)),$$

$$dN_2(t)/dt = (\alpha_2 + \beta_2 N_2(t))(N_0 - N_1(t) - N_2(t)), \quad t > 0.$$

МОДЕЛЬ ІНФОРМАЦІЙНОЇ БОРОТЬБИ З УРАХУВАННЯМ ІМПУЛЬСНОГО ВПЛИВУ ТА СЕРЕДОВИЩА

У цій статті запропоновано новий підхід до побудови моделі інформаційної боротьби, що ґрунтується на урахуванні випадкових впливів, зокрема, короткотривалих, але дуже істотних:

$$dN^\varepsilon(t) = C(N^\varepsilon(t), x(t/\varepsilon^2))dt + d\eta^\varepsilon(t), \tag{1}$$

де

$$C(N^\varepsilon(t), x(t/\varepsilon^2)) = \tag{2}$$

$$= \begin{pmatrix} -\alpha_1(x) + \beta_1(x)N_0 - \beta_1(x)N_1^\varepsilon(t) & -\alpha_1(x) + \beta_1(x)N_1^\varepsilon(t) \\ -\alpha_2(x) + \beta_2(x)N_2(t) & -\alpha_2(x) + \beta_2(x)N_0 - \beta_2(x)N_2^\varepsilon(t) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} N_1^\varepsilon(t) \\ N_2^\varepsilon(t) \end{pmatrix} +$$

$$+ \begin{pmatrix} \alpha_1 N_0 \\ \alpha_2 N_0 \end{pmatrix}.$$

Тут $N^\varepsilon(t)$ — двовимірний вектор розв'язків, компонентами якого є кількості прихильників різних ідей; $x(t/\varepsilon^2)$ — рівномірно ергодичний марковський процес, який моделює вплив середовища на інтенсивності розповсюдження інформації. Це означає, що протягом періоду між моментами відновлення такого марковського процесу значення $\alpha_1(x), \alpha_2(x)$, $\beta_1(x), \beta_2(x)$ є сталими як у класичній моделі, натомість у моменти відновлення значення миттєво змінюються. Це — модель випадкових подій, які відбуваються незалежно від суспільства та суттєво впливають на погляди людей. Процес $x(t/\varepsilon^2)$ визначений у стандартному фазовому просторі $(X, \mathbf{X})$, який задається генератором [7–14]

$$Q\varphi(x) = q(x)\int_X P(x, dy)[\varphi(y) - \varphi(x)]$$

на банаховому просторі $B(X)$ обмежених функцій із дійсними значеннями і супремум-нормою

$$\|\varphi(x)\| = \sup_{x \in X} |\varphi(x)|.$$

Стохастичне ядро $P(x, B)$, $x \in X$, $B \in \mathbf{X}$, визначає рівномірно ергодичний вкладений ланцюг Маркова $x_n = x(\tau_n)$, $n \geq 0$, де τ_n — моменти стрибків вкладеного ланцюга, що має стаціонарний розподіл $\rho(B)$, $x \in X$, $B \in \mathbf{X}$. Стаціонарний розподіл $\pi(B), B \in X$, марковського процесу $x(t)$, $t \geq 0$, можна визначити зі співвідношення

$$\pi(dx)q(x) = q\rho(dx),$$

де

$$q = \int_X \pi(dx)q(x).$$

Визначимо потенціальний оператор $\mathbf{R}_0$ для генератора $\mathbf{Q}$ за допомогою співвідношення

$$\mathbf{R}_0 = \mathbf{\Pi} - (\mathbf{\Pi} + \mathbf{Q})^{-1},$$

в якому $\mathbf{\Pi}\varphi(x) = \int_X \pi(dy)\varphi(y)$ є проєктором на підпростір $N_Q = \{\varphi : \mathbf{Q}\varphi = 0\}$ нулів оператора $\mathbf{Q}$.

Приклад 1. Процес Орнштейна–Уленбека $x(t) \in \mathbb{R}$ задається розв'язком стохастичного рівняння (означення див. у [15, 16], більш детальну інформацію — в [17]):

$$dx(t) = -cx(t)dt + \sigma dW(t),$$

де $c > 0, \sigma > 0$, $W(t)$ — стандартний вінерів процес. У просторі двічі диференційовних функцій процес Орнштейна–Уленбека задається генератором

$$Q\varphi(x) = \frac{\sigma^2}{2}\varphi''(x) - cx\varphi'(x).$$

Позначимо $C_0(\mathbb{R})$ простір неперервних функцій виду $\varphi + c$, $c = \mathrm{const}$, де φ дорівнює 0 на нескінченності. Відомо [16, 17], що напівгрупа, задана процесом Орнштейна–Уленбека $x(t)$ на $C_0(\mathbb{R})$, є строго неперервною в нулі, а інваріантна міра процесу має вигляд

$$\pi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_0} e^{-x^2/2\sigma_0^2}, \ \sigma_0^2 = \frac{\sigma^2}{2c}. \tag{3}$$

Також в [15] отримано потенціальний оператор процесу Орнштейна–Уленбека у вигляді

$$R_0\varphi(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} R_0(x, y)\varphi(y)dy, \tag{4}$$

де ядро є таким:

$$R_0(x, y) := \frac{2}{\sigma^2}\int_{-\infty}^{x \wedge y} e^{-\frac{(y^2 - z^2)}{2\sigma_0^2}} dz.$$

У [15] розглянуто граничну поведінку випадкової еволюції $u^{\varepsilon}(t)$, заданої рівнянням

$$\frac{d}{dt}u^{\varepsilon}(t)=C^{\varepsilon}(u^{\varepsilon}(t),x(t/\varepsilon^2)),\ \ u(0)=u\in\mathbb{R},\ \ \varepsilon\to 0\,(\varepsilon>0).$$

Тут $x(t)$ — перемикальний процес Орнштейна–Уленбека, функція

$$C^{\varepsilon}(u,x)=C(u,x)+\varepsilon^{-1}C_0(x),$$

де $C(u,x)$ має фізичний зміст швидкості еволюції, $C_0(x)$ завдяки наведеній нижче умові балансу породжує флуктуації і, як наслідок, дифузію у граничному процесі.

За умови балансу

$$\Pi C_0(x)=\int_{\mathbb{R}}\pi(dx)C_0(x)=0$$

граничний оператор

$$\hat{L}\varphi(u)=[\Pi C(u,x)\Pi+\Pi C_0(x)R_0C_0(x)\Pi]\varphi(u)=\hat{C}(u)\varphi'(u)+\frac{1}{2}B\varphi''(u)$$

визначає гауссів процес $\zeta(t),t\geq 0,$ що задається генератором

$$\hat{L}\varphi(u)=\hat{C}\varphi'(u)+\frac{1}{2}B\varphi''(u),$$

де явний вигляд компонент генератора обчислено в [15] для певних функцій $C(u,x),C_0(x)$.

Зауважимо, що у пропонованих еволюційних моделях ε — це малий параметр серії, що прямує до нуля та нормує шкалу часу. Очевидно, що передбачення впливу випадкових подій є можливим лише за умови накопичення достатньої кількості інформації про відповідний випадковий процес, тобто дослідження потрібно проводити на зростаючих інтервалах часу $t/\varepsilon^2\to\infty$.

Імпульсний процес збурень (ІПЗ) [7–14] $\eta^{\varepsilon}(t),t\geq 0,$ у схемі апроксимації Леві задається співвідношенням

$$\eta^{\varepsilon}(t)=\int_0^t\eta^{\varepsilon}(ds,x(s/\varepsilon^2)),$$

де сукупність процесів з незалежними приростами $\eta^{\varepsilon}(t,x),\ t\geq 0,x\in X,$ визначається генераторами

$$\Gamma^{\varepsilon}(x)\varphi(w)=\varepsilon^{-2}\int_R(\varphi(w+v)-\varphi(w))\,\Gamma^{\varepsilon}(dv,x),\ x\in X,$$

та задовольняє наведені нижче апроксимації Леві **L1**–**L3**:

L1. Апроксимація середніх:

$$\int_R v\Gamma^{\varepsilon}(dv,x)=\varepsilon a_1(x)+\varepsilon^2(a_2(x)+\theta_a(x)),\ \ \theta_a(x)\to 0,\varepsilon\to 0,$$

та

$$\int_R v^2\Gamma^{\varepsilon}(dv,x)=\varepsilon^2(b(x)+\theta_b(x)),\ \ \theta_b(x)\to 0,\varepsilon\to 0.$$

L2. Умова на функцію розподілу:

$$\int_R g(v)\Gamma^{\varepsilon}(dv, x) = \varepsilon^2 (\Gamma_g(x) + \theta_g(x)), \ \theta_g(x) \to 0, \varepsilon \to 0$$

для всіх $g(v) \in C_3(\mathbb{R})$. Тут міра $\Gamma_g(x)$ обмежена для всіх $g(v) \in C_3(\mathbb{R})$ та визначається співвідношенням

$$\Gamma_g(x) = \int_R g(v)\Gamma_0(dv, x), \ g(v) \in C_3(\mathbb{R}),$$

де $C_3(\mathbb{R})$ — клас функцій, що визначають міру, який містить обмежені функції з дійсними значеннями такі, що $g(v)/|v|^2 \to 0$ для $v \to 0$.

L3. Рівномірна квадратична інтегровність:

$$\lim_{c \to \infty} \sup_{x \in X} \int_{|v|>c} v^2 \Gamma_0(dv, x) = 0.$$

АСИМПТОТИЧНИЙ АНАЛІЗ МОДЕЛІ

Припустимо, що виконується умова балансу

$$\hat{a}_1 := \int_X \pi(dx) a_1(x) = 0.$$

Наведемо асимптотичні властивості імпульсного процесу збурень, отримані в роботі [10].

Теорема 1. Якщо виконується умова балансу, а також умови апроксимації Леві **L1–L3**, то має місце слабка збіжність

$$\eta^{\varepsilon}(t) \to \eta^0(t), \ \varepsilon \to 0.$$

Граничний процес $\eta^0(t)$ визначається за допомогою генератора

$$\Gamma\varphi(w) = \hat{a}_2 \varphi'(w) + \frac{1}{2}\sigma^2 \varphi''(w) + \int_R [\varphi(w+v) - \varphi(v)] \hat{\Gamma}_0(dv),$$

де

$$\hat{a}_2 = \int_X \pi(dx)(a_2(x) - a_0(x)),$$

$$\sigma^2 = \int_X \pi(dx)(b(x) - b_0(x)) + 2\int_X \pi(dx) a_1(x) R_0 a_1(x),$$

$$a_0(x) = \int_R v\Gamma_0(dv, x), \ b_0(x) = \int_R v^2 \Gamma_0(dv, x), \ \hat{\Gamma}_0(v) = \int_X \pi(dx)\Gamma_0(v, x).$$

Отже, у границі ми отримали процес Леві, який має три компоненти: детермінований зсув, дифузійну складову та пуассонову стрибкову частину.

Далі можна дослідити асимптотичні властивості динамічної системи (1), зокрема, з використанням підходів, запропонованих у [15, 16].

Теорема 2. У разі виконання умови балансу та умов апроксимації Леві **L1–L3** справедливою є слабка збіжність у сенсі збіжності генераторів

$$(u^{\varepsilon}(t), \eta^{\varepsilon}(t)) \to (u^0(t), \eta^0(t)), \ \varepsilon \to 0.$$

Граничний процес визначається генератором

$$\mathbf{L}\varphi(w, v) = \hat{C}(u)\varphi'(w, \cdot) + \Gamma_w \varphi(w, \cdot) + \Gamma_v \varphi(\cdot, v),$$

в якому генератори Γ_w і Γ_v мають однакову структуру (Γ визначено в теоремі 1), але діють за різними аргументами вектор-функції $\varphi(w, v)$.

Усереднена функція має вигляд

$$\hat{C}(u) = \int_X \pi(dx) C(u, x).$$

Останнє співвідношення означає, що для отримання граничних характеристик, що описують модель інформаційної боротьби, всі функції в (2), які залежать від x, мають бути усереднені за стаціонарною мірою марковського процесу перемикань. Граничний генератор, що описує модель інформаційної боротьби — це зрізаний генератор

$$\mathbf{L}\varphi(w, v) = \hat{C}(u)\varphi'(w, \cdot) + \Gamma_w \varphi(w, \cdot).$$

МЕТОДИ ДОВЕДЕННЯ ТА РЕЗУЛЬТАТИ

У цій роботі застосовано підходи до побудови та аналізу складних систем, запропоновані у роботах В.С. Королюка та його послідовників, зокрема, дослідження здійснюються за такою схемою:

1. Побудова генератора адитивного марковського процесу.
2. Визначення асимптотичного виду генератора, що діє на спеціальний тип тестових функцій.
3. Розв'язування задачі сингулярного збурення тестових функцій виду

$$\varphi^{\varepsilon}(u, w, v) = \varphi(u, w) + \varepsilon \varphi_1(u, w, v) + \varepsilon^2 \varphi_2(u, w, v).$$

З теорем 1 і 2 отримуємо важливі наслідки:

Наслідок 1. Слабка збіжність процесів

$$u^{\varepsilon}(t) \Rightarrow u^0(t), \ \varepsilon \to 0$$

випливає зі збіжності відповідних генераторів, коли компактність попереднього набору процесів справджується. Слабку збіжність стохастичних процесів зазвичай підтверджують шляхом перевірки двох умов: щільності розподілів процесів, які збігаються, що забезпечує існування збіжної послідовності, та єдиності слабкої границі. Граничний перехід здійснюється на напівгрупах, що відповідають процесам збіжності, а також на відповідних генераторах. Під час доведення збіжності генераторів виникає природне запитання щодо єдиності граничної напівгрупи. На нього можна відповісти, представляючи процес як єдиний розв'язок мартингальної задачі, яку формулюють за допомогою граничного генератора.

Наслідок 2. З вигляду генератора

$$\mathbf{L}\varphi(w, v) = \hat{C}(u)\varphi'(w, \ \cdot) + \Gamma_w \varphi(w, \ \cdot)$$

зрозуміло, що граничний процес можна задати стохастичним диференціальним рівнянням

$$d\hat{u}(t) = [\hat{C}(\hat{u}(t)) + \hat{a}_2]dt + \sigma dw(t) + \int_R v \tilde{\nu}(dt, dv),$$

де

$$\mathbf{E}\tilde{\nu}(dt, dv) = dt\hat{\Gamma}_0(dv).$$

Наслідок 3. Процес має три компоненти. Детермінований зсув визначається розв'язком диференціального рівняння

$$d\hat{u}_d(t) = [\hat{C}(\hat{u}_d(t)) + \hat{a}_2]dt,$$

де додатковий член виникає внаслідок накопичення з нормованим часом найменших стрибків імпульсного процесу, які відбуваються з імовірністю, близькою до одиниці. Друга, дифузійна компонента, визначається параметром, що виникає внаслідок накопичення зі зростанням нормованого часу міри малих стрибків, які відбуваються з імовірністю, близькою до одиниці. Третя компонента — це рідкісні великі стрибки (які моделюють непередбачувані події, що мають значний вплив на суспільну думку). Вони відбуваються з майже нульовою ймовірністю і визначаються через усереднену міру стрибків генератором

$$\Gamma_j \varphi(w) = \int_R [\varphi(w+u, \cdot) - \varphi(u, \cdot)]\hat{\Gamma}_0(du).$$

У нашій постановці усереднена гранична модель інформаційної боротьби має вигляд

$$L\varphi(w, v) = \hat{C}(u)\varphi'(w, \cdot) + \Gamma_w \varphi(w, \cdot),$$

де

$$\hat{C}(u) = \int_X \pi(dx) C(u, x),$$

$$C(N^{\varepsilon}(t), x(t/\varepsilon^2)) =$$

$$= \begin{pmatrix} -\alpha_1(x) + \beta_1(x)N_0 - \beta_1(x)N_1^{\varepsilon}(t) & -\alpha_1(x) + \beta_1(x)N_1^{\varepsilon}(t) \\ -\alpha_2(x) + \beta_2(x)N_2(t) & -\alpha_2(x) + \beta_2(x)N_0 - \beta_2(x)N_2^{\varepsilon}(t) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} N_1^{\varepsilon}(t) \\ N_2^{\varepsilon}(t) \end{pmatrix} +$$

$$+ \begin{pmatrix} \alpha_1 N_0 \\ \alpha_2 N_0 \end{pmatrix}.$$

$$\Gamma\varphi(w) = \hat{a}_2 \varphi'(w) + \frac{1}{2}\sigma^2 \varphi''(w) + \int_R [\varphi(w+v) - \varphi(v)]\hat{\Gamma}_0(dv),$$

де

$$\hat{a}_2 = \int_X \pi(dx)(a_2(x) - a_0(x)),$$

$$\sigma^2 = \int_X \pi(dx)(b(x) - b_0(x)) + 2\int_X \pi(dx) a_1(x) R_0 a_1(x),$$

$$a_0(x) = \int_R v\Gamma_0(dv, x), \ b_0(x) = \int_R v^2 \Gamma_0(dv, x), \ \hat{\Gamma}_0(v) = \int_X \pi(dx)\Gamma_0(v, x).$$

Приклад 2. У випадку перемикального процесу Орнштейна–Уленбека представлені вище формули можна явно обрахувати шляхом інтегрування за стаціонарною мірою (3) з урахуванням вигляду (4) потенціального оператора R_0. Наприклад, якщо припустити, що функції $b(x) := x^2$, $b_0(x) = a_1(x) := x$, то згідно з результатами, отриманими в [15]

$$\int_R x^2 \pi(dx) = \sigma_0^2, \int_R x\pi(dx) = 0, 2\int_R xR_0 x\pi(dx) = \frac{2}{c}\sigma_0^2,$$

а отже $\sigma^2 = \sigma_0^2 + \frac{2}{c}\sigma_0^2 = \frac{2+c}{c}\sigma_0^2$.

Аналогічно можна обрахувати інші характеристики граничного процесу для різних перемикальних марковських процесів з відомою стаціонарною мірою та потенціальним генератором.

ІНТЕРПРЕТАЦІЯ РЕЗУЛЬТАТІВ

Багато робіт з математичної біології, економіки, моделювання динаміки економічних і соціальних процесів ґрунтуються на дослідженні рівнянь типу Лотки–Вольтерри. Зазвичай вивчають детерміновані неперервні моделі.

У цій роботі запропоновано нову модель інформаційної боротьби з додатковим впливом випадковості. Цей додатковий вплив можна трактувати як вплив рідкісних подій, які швидко змінюють певні уявлення великої кількості людей. Як результат, кількість прихильників різних ідей здійснює стохастичні стрибки, які ми можемо побачити, застосовуючи схему апроксимації Леві. Ми припускаємо, що така модель могла б бути більш природною, оскільки в сучасному світі важливі новини чинять швидкий та істотний вплив на аудиторію через телебачення та Інтернет.

Поведінку нашої моделі не можна було проаналізувати очевидно протягом будь-якого фіксованого моменту, як це було зроблено в класичному випадку. Але, як це прийнято для стохастичних моделей, ми можемо отримати функціональні граничні теореми, які представляють поведінку на великих часових інтервалах. Отже, ми отримуємо усереднені граничні характеристики процесу і можемо використовувати їх для побудови явних розв'язків.

ВИСНОВКИ

Отримано такі результати дослідження:

• запропоновано модель, більш загальну і точну ніж класична;

• побудовано в явному вигляді граничні генератори імпульсного процесу та динамічної системи;

• проаналізовано поведінку граничного процесу щодо його складових.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Lotka A.J. Relation between birth rates and death rates. Science. 1907. Vol. 26, Iss. 653. P. 21–22. http://doi.org/10.1126/science.26.653.21-a.
2. Stone L., Olinky R. Phenomena in ecological systems, Experimental Chaos. *Proc. 6th Experimental Chaos Conference* (22–26 July 2001, Potsdam, Germany). Potsdam, Germany. 2003. P. 476-487.
3. Takahashi K.I., Salam K.Md.M. Mathematical model of conflict with non-annihilating multi-opponent. *J. Interdisciplinary Math*. 2006. Vol. 9, Iss. 3. P. 459–473. http://doi.org/10.1080/ 09720502.2006. 10700457.
4. Tufto J. Effects of releasing maladapted individuals: a demographic evolutionary model. *The American Naturalist*. 2001. Vol. 158, N 4. P. 331–340. http://doi.org/10.1086/321987.
5. Verhulst P.P. Notice sur la loi que la population suit dans son accroissement. *Correspondence mathematique et physique publiee par A. Quetelet*. 1838. Vol. 10. P. 113–
6. Volterra V. Sui tentativi di applicazione della matematiche alle scienze biologiche e sociali. *Giornale degli Economisti*. 1901. Vol. 23. P. 436–458.
7. Mikhailov A.P., Marevtseva N.A. Models of information warfare. *Math. Models Comput. Simul*. 2012. Vol. 4, Iss. 3. P. 251–259. http://doi.org/10.1134/S2070048212030076.

8. Korolyuk V.S., Limnios N. Stochastic Systems in Merging Phase Space. World Scientific Publishing, 2005. 330 p.
9. Korolyuk V.S., Limnios N., Samoilenko I.V. Lévy and Poisson approximations of switched stochastic systems by a semimartingale approach. *Comptes Rendus Mathématique*. 2016. Vol. 354, Iss. 7. P. 723–728.
10. Samoilenko I.V., Nikitin A.V. Differential equations with small stochastic terms under the Lévy approximating conditions. *Ukrainian Mathematical Journal*. 2018. Vol. 69. P. 1445–1454. http://doi.org/10.1007/s11253-018-1443-x.
11. Nikitin A.V. Asymptotic dissipativity of stochastic processes with impulsive perturbation in the Lévy approximation scheme. *Journal of Automation and Information Sciences*. 2018. Vol. 50, Iss. 4. P. 54–63. http://doi.org/10.1615/JAutomatInfScien.v50.i4.50.
12. Chabanyuk Y.M., Nikitin A.V., Khimka U.T. Asymptotic properties of the impulse perturbation process under Levy approximation conditions with the point of equilibrium of the quality criterion. *Matematychni Studii*. 2019. Vol. 52, Iss. 1. P. 96–104. http://doi.org/10.30970/ms.52.1.96-104.
13. Nikitin A.V. Asymptotic properties of a stochastic diffusion transfer process with an equilibrium point of a quality criterion. *Cybernetics and Systems Analysis*. 2015. Vol. 51, N 4. P. 650–656. http://doi.org/10.1007/s10559-015-9756-3.
14. Samoilenko I.V., Chabanyuk Y.M., Nikitin A.V., Khimka U.T. Differential equations with small stochastic additions under Poisson approximation conditions. *Cybernetics and Systems Analysis*. 2017. Vol. 53, N 3. P. 410–416. http://doi.org/10.1007/s10559-017-9941-7.
15. Korolyuk V.S., Samoilenko I.V. Potential operator of the Ornstein–Uhlenbeck process with applications. *National Academy of Ukraine Reports* (*in Ukrainian*). 2013. № 3. P. 21–27.
16. Uhlenbeck G.E., Ornstein L.S. On the theory of Brownian motion. *Phys. Rev.* 1930. Vol. 36. P. 823–841.
17. Королюк В.С., Скороход А.В., Портенко Н.И., Турбин А.Ф. Справочник по теории вероятностей и математической статистике. Киев: наукова думка, 1978. 582 с.
18. Nevelson M.B., Khas'minskii, R.Z. Stochastic approximation and recursive estimation. Moscow: Nauka, 1972. 298 p.
19. Papanicolaou G., Stroock D., Varadhan S.R.S. Martingale approach to some limit theorems. *Proc. Duke turbulence conference* (April 23-25, 1976, Durham, NC). Duke University Mathematics Series III, New York: Duke University, 1977, 120 p.

Надійшла до редакції 15.10.2020

И.В. Самойленко, А.В. Никитин, А.В. Верёвкина

ОСОБЕННОСТИ ПОСТРОЕНИЯ И АНАЛИЗ МОДЕЛИ ИНФОРМАЦИОННОЙ БОРЬБЫ С МАРКОВСКИМИ ПЕРЕКЛЮЧЕНИЯМИ И ИМПУЛЬСНЫМИ ВОЗМУЩЕНИЯМИ В УСЛОВИЯХ АППРОКСИМАЦИИ ЛЕВИ

Аннотация. Построена и изучена непрерывная эволюционная модель, которая описывает конфликтное взаимодействие двух сложных систем с нетривиальными внутренними структурами. Показано, что внешнее конфликтное взаимодействие можно моделировать дополнительным влиянием случайных факторов, при этом динамика внутреннего конфликта подобна модели Лотки–Вольтерры, а именно модели информационной борьбы. Приведена интерпретация новой модели информационной борьбы как влияния редких событий, которые быстро меняют определенные представления большого количества людей. Как результат, количество сторонников разных идей совершает стохастические прыжки, которые можно увидеть, используя схему аппроксимации Леви. Предполагается, что новая модель является более естественной, поскольку на сегодняшний день важные новости оказывают быстрое импульсное воздействие на аудиторию через информационные каналы и социальные сети.

Ключевые слова: случайная эволюция, аппроксимация Леви, модель информационной борьбы.

I.V. Samoilenko, A.V. Nikitin, G.V. Verovkina

PECULIARITIES OF CONSTRUCTION AND ANALYSIS OF THE INFORMATION WARFARE MODEL AT MARKOV SWITCHINGS AND IMPULSE PERTURBATIONS UNDER LEVY APPROXIMATION CONDITIONS

Abstract. We construct and analyze a continuous evolutionary model that describes the conflicting interaction of two complex systems with non-trivial internal structures. External conflict interaction is modeled by the additional influence of random factors. The dynamics of internal conflict is similar to the Lotka–Volterra model, namely, the information warfare model. We interpret the new model of information warfare as the impact of rare events that quickly change certain perceptions of a large number of people. As a result, the number of proponents of different ideas makes stochastic leaps, which we can see using the Levy approximation scheme. We claim that such a model is more natural, because important news now has a rapid impulse impact on the audience through information channels and social networks.

Keywords: random evolution, Levy approximation, information warfare model.

Самойленко Ігор Валерійович,
доктор фіз.-мат.наук, доцент, доцент кафедри Київського національного університету імені Тараса Шевченка, e-mail: isamoil@i.ua.

Нікітін Анатолій Володимирович,
доктор фіз.-мат.наук, доцент, доцент кафедри Національного університету біоресурсів і природокористування України, PhD, адьюнкт кафедри Університету імені Яна Кохановського в Кельцах,
e-mail: nikitin2505@nubip.edu.ua, anatolii.nikitin@ujk.edu.pl

Верьовкіна Ганна Володимирівна,
кандидат фіз.-мат. наук, доцент, доцент кафедри Київського національного університету імені Тараса Шевченка, e-mail: avv@univ.kiev.ua.