УДК 681.391, 519.72

Л.О. ГНАТІВ
Інститут кібернетики ім. В.М. Глушкова НАН України, Київ, Україна,
e-mail: *levhnativ@gmail.com.*

ДИСКРЕТНЕ КОСИНУС-СИНУСНЕ ПЕРЕТВОРЕННЯ ТИПУ VII ТА ШВИДКІ ЦІЛОЧИСЛОВІ ПЕРЕТВОРЕННЯ ДЛЯ INTRA-ПРОГНОЗУВАННЯ ЗОБРАЖЕНЬ І ВІДЕОКОДУВАННЯ

Анотація. Запропоновано матричний метод побудови дискретного косинус-синусного перетворення типу VII порядку N, на основі якого побудовано два цілочислові косинус-синусні перетворення типу VII порядку 8 і розроблено алгоритми їхнього швидкого обчислення, які потребують тільки цілочислових операцій. Алгоритми мають низьку мультиплікативну складність, яка в 7 і 10.5 раза менша, і потребують відповідно на 23.3 % і 44.2 % менше операцій додавання порівняно з відомим алгоритмом дискретного синусного перетворення типу VII. Перетворення мають більш високі характеристики ефективності кодування за якістю і ступенем стиснення порівняно з відомими синусними перетвореннями. Розроблено алгоритми швидкого обчислення 2D роздільних направлених цілочислових косинусного і косинус-синусних типу VII адаптивних перетворень для intra-прогнозування з блоками яскравості 8×8. Алгоритми мають низьку мультиплікативну складність, яка в 6.6 і 16.5 раза менша порівняно з відомими алгоритмами.

Ключові слова: дискретне косинусне перетворення, дискретне синусне перетворення, дискретне косинус-синусне перетворення, цілочислове косинусне перетворення, цілочислове синусне перетворення, цілочислове косинус-синусне перетворення, масштабоване перетворення, роздільне направлене адаптивне перетворення, факторизація, мультиплікативна складність, intra-прогнозування, відеокодування, H.265.

ВСТУП

Дискретні косинусні та синусні перетворення різних типів достатньо вивчені, мають розроблені алгоритми для їхнього швидкого обчислення [1–5] і є ефективним інструментом для декореляції даних [6, 7], усунення надлишковості в зображеннях [6, 8–12] і відеосигналах [12–15]. Кларк у роботі [16] першим показав, що оптимальним перетворенням Карунена–Лоева (ПКЛ) для марковського процесу першого порядку з несепарабельною кореляційною моделлю є дискретне косинусне перетворення (ДКП), коли коефіцієнт кореляції ρ між елементами прямує до одиниці. Коли ρ прямує до нуля, відповідним оптимальним перетворенням є дискретне синусне перетворення (ДСП) [17], яке в [1] названо парним (even) ДСП-1. Аналогічний результат аналітично отримано в [14] для гаусово-марковського процесу першого порядку, де показано, що ПКЛ для цього процесу є ДСП типу VII для коефіцієнта кореляції ρ, що прямує до нуля, і вперше опубліковано модозалежне ДКП/ДСП. Саксена і Фернандес у роботі [18] показали, що перетворення ДКП/ДСП порівняно із перетворенням ДКП типу II (ДКП-II) краще представлятимуть пред’явлені сигнали intra-прогнозуванням зображень у відеокодуванні. У [2] ДСП-VII названо непарним (odd) ДСП типу III (ДСП-III). Для покращення intra-прогнозування різниць (лишків) у [19] вперше введено модозалежне направлене перетворення (mode-dependent directional transform, MDDT), яке є ядром тестової моделі TMuC [20] стандарту відеокодування H.265/HEVC [21]. Це перетворення адаптивно змінюється залежно від моди (режиму), але виникає потреба у додатковій інформації, яка є важливою для малих блоків 4×4 і 8×8. MDDT ґрунтується на ПКЛ, яке є не роздільним перетворенням і надто вартісним відносно потрібного обсягу пам’яті та обчислювальної складності. У пропозиціях [22, 23] до стандарту HEVC наведено дві різні однонормові цілочислові апроксимації матричного обчислення ДСП типу VII (ЦСП-VII) порядку 8 і 16, а у пропозиції [24] наведено цілочислову апроксимацію матричного обчислення ДСП порядку 8 з різною нормою базисних векторів, що потребує додаткової пам'яті. Наразі відсутні літературні джерела, де описано алгоритми швидкого обчислення цілочислових синусних перетворень типу VII (ЦСП-VII) порядку 8 і 16. Це зумовлено тим, що матриця ЦСП-VII не має рекурентного представлення, а її структура є складною для факторизації (на основі якої розробляється алгоритм швидкого обчислення перетворення). У [5] розглянуто алгоритм 8-точкового швидкого обчислення ДСП-VII, який має нерегулярну складну структуру на сім ітерацій і високу обчислювальну складність, що потребує виконання 21 операції множення та 77 операцій додавання. Резнік у [25, 26] показав зв'язок між перетвореннями ДСП-VII і ДКП-II, а також що матриця $2N+1$-точкового ДКП-II містить $N+1$-точкове ДКП-VI і N-точкове ДСП-VII. Це поєднання дає швидкі алгоритми для побудови перетворень ДКП-VI і ДСП-VII. У [27] показано клас співвідношень, що зв'язують ДКП і ДСП типів V, VI, VII і VIII. Кекре і Соланкі [8] вперше запропонували дискретне синус-косинусне перетворення типу II, яке за характеристикою середньоквадратичної похибки для кодування тестового зображення «фото» з роздільною здатністю 256×256 пікселів з коефіцієнтом стиснення 4:1 для блоків 16×16 зменшує середнє значення похибки на 0.31 % порівняно з ДСП-II і на 0.35 % збільшує порівняно з ДКП-II та найближче до нього порівняно з іншими перетвореннями. У [28] запропоновано метод побудови цілочислового модифікованого синус-косинусного перетворення типу VII порядку 8 і розроблено два цілочислові перетворення із швидкими алгоритмами низької мультиплікативної складності, яка в 7 і 10.5 раза менша порівняно з відомим алгоритмом ДСП-VII [5]. Ці перетворення мають більш високі характеристики кодування за якістю і ступенем стиснення порівняно з відомим ЦСП-VII [23], яке має вищі характеристики за якістю, ніж інші синусні перетворення.

У цій статті запропоновано матричний метод побудови дискретного косинус-синусного перетворення типу VII порядку N. З метою суттєвого скорочення обчислювальних витрат роздільних направлених адаптивних перетворень для intra-прогнозування блоків яскравості 8×8 у кодуванні зображень та відео, покращення якості зображення та збільшення ступеня стиснення, що зумовлює виграш у бітрейті, на основі запропонованого методу побудовано два цілочислові косинус-синусні перетворення типу VII низької мультиплікативної складності і показано подальший розвиток алгоритмічного забезпечення для швидкого обчислення цілочислових косинус-синусних перетворень.

МЕТОД ПОБУДОВИ ДИСКРЕТНОГО КОСИНУС-СИНУСНОГО ПЕРЕТВОРЕННЯ ТИПУ VII ПОРЯДКУ N

Побудуємо матрицю дискретного косинус-синусного перетворення (ДКСП) типу VII порядку N, в якій рядки з парними номерами представляють базисні функції ДКП типу II (ДКП-II). Рядки з непарними номерами представляють базисні синусні функції ДСП-VII, антисиметричні відносно середини інтервалу. Ці функції будемо називати непарними модифікованими.

Матрицю N-точкового ДСП-VII (також відомого як непарне перетворення типу 1 [1] або типу III [2]) і матрицю N-точкового ДКП-II [4] визначатимемо як

$$[S_N^{\mathrm{VII}}]_{k,n} = \frac{2}{\sqrt{2N+1}} \sin\left[\frac{(2k+1)(n+1)\pi}{2N+1}\right],\ k, n = 0, \ldots, N-1, \tag{1}$$

$$[C_N^{\mathrm{II}}]_{k,n} = \sqrt{\frac{2}{N}}\lambda_k \cos\left[\frac{k(2n+1)\pi}{2N}\right],\ k, n = 0, \ldots, N-1, \tag{2}$$

де константа нормування λ_k визначається як

$$\lambda_k = \begin{cases} 1/\sqrt{2}, & k = 0 \text{ або } k = N, \\ 1 & \text{в інших випадках.} \end{cases}$$

У роботі [5] наведено три способи представлення матриці S_N^{VII} ДСП-VII через уявну частину $2N+1$-точкового дискретного перетворення Фур'є.

Матрицю CS_N^{VII} N-точкового ДКСП типу VII визначатимемо як

$$[CS_N^{\mathrm{VII}}]_{k,n} =$$

$$= \begin{cases} \sqrt{\dfrac{2}{N}}\lambda_k \cos\left[\dfrac{k(2n+1)\pi}{2N}\right], & n = 0, \ldots, N-1, \; k = 0, 2, \ldots, N-2, \; k \text{ — парне}, \\ \dfrac{2}{\sqrt{N+1}} \sin\left[\dfrac{k(n+1)\pi}{N+1}\right], & n = 0, \ldots, \dfrac{N}{2}-1, \; k = 1, 3, \ldots, N-1, \; k \text{ — непарне}, \\ (-1)\dfrac{2}{\sqrt{N+1}} \sin\left[\dfrac{k(n+1)\pi}{N+1}\right], & n = \dfrac{N}{2}-1, \dfrac{N}{2}-2, \ldots, 0, \; k = 1, 3, \ldots, N-1. \end{cases} \quad (3)$$

Розглянемо матрицю $DCST_N^{\mathrm{VII}*}$ розміру $N \times N$ ДКСП типу VII з переставленими рядками на основі обернених досконалих переставлень [29]

$$DCST_N^{\mathrm{VII}*} = P_N \, DCST_N^{\mathrm{VII}}, \quad (4)$$

де P_N — матриця $N \times N$ обернених досконалих переставлень, $P_N(0, N-1) = (0, 2, 4, \ldots, N-2, 1, 3, \ldots, N-1)$.

Матрицю $DCST_N^{\mathrm{VII}*}$ розміру $N \times N$ ДКСП типу VII з переставленими рядками можна побудувати, використовуючи рекурентний метод:

$$DCST_N^{\mathrm{VII}*} = 2^{-1/2} \operatorname{diag}[C_{N/2}^{\mathrm{II}}, S_{N/2}^{\mathrm{VII}}] H_N^*, \quad (5)$$

де $C_{N/2}^{\mathrm{II}}$ — матриця $\dfrac{N}{2} \times \dfrac{N}{2}$ ДКП-II, $S_{N/2}^{\mathrm{VII}}$ — матриця $\dfrac{N}{2} \times \dfrac{N}{2}$ ДСП типу VII, H_N^* — фактор-матриця $N \times N$ із ненульовими елементами ± 1,

$$H_N^* = \begin{bmatrix} I_{N/2} & \bar{I}_{N/2} \\ \bar{I}_{N/2} & -I_{N/2} \end{bmatrix}, \; \bar{I}_{N/2} = \operatorname{antidiag}[I_{N/2}], \; \bar{I}_{N/2} = \begin{bmatrix} & & & 1 \\ & & 1 & \\ & \cdots & & \\ 1 & & & \end{bmatrix},$$

$I_{N/2}$, $\bar{I}_{N/2}$ — одинична та антидіагональна одинична матриці $\dfrac{N}{2} \times \dfrac{N}{2}$.

ЦІЛОЧИСЛОВЕ КОСИНУС-СИНУСНЕ ПЕРЕТВОРЕННЯ ТИПУ VII ПОРЯДКУ 8

На основі методу (2) побудуємо цілочислове косинус-синусне перетворення (ЦКСП) типу VII порядку 8. Для цього розглянемо матрицю $ICST_8^{\mathrm{VII}*}$ розміру 8×8 ЦКСП типу VII з переставленими рядками на основі обернених досконалих переставлень, двійково-інверсних переставлень (ДІП) і простих досконалих переставлень [29]:

$$ICST_8^{\mathrm{VII}*} = \widetilde{P}_8 P_8 ICST_8^{\mathrm{VII}}, \quad (6)$$

де P_8 — матриця 8×8 обернених досконалих переставлень, $\widetilde{P}_8$ — блочно-діагональна матриця 8×8, яка містить матрицю P_4 ДІП розміру 4×4, а також матрицю $\overline{P}_4$ розміру 4×4 простих досконалих переставлень; $\widetilde{P}_8 = \operatorname{diag}[P_4, \overline{P}_4]$, $P_4 = \operatorname{diag}[1, \bar{I}_2, 1]$, $\overline{P}_4 = \operatorname{antidiag}[I_2, I_2]$; P_4 — діагональна матриця 4×4, яка містить одиничні елементи і антидіагональну одиничну 2×2-матрицю $\bar{I}_2$, $\overline{P}_4$ — антидіагональна матриця 4×4, яка містить одиничні 2×2-матриці I_2:

$$\bar{I}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \; P_4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \overline{P}_4 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Матрицю $ICST_8^{\mathrm{VII}*}$ розміру 8×8 ЦКСП типу VII з переставленими рядками запишемо, використовуючи матрицю ядра ЦКСП типу VII:

$$ICST_8^{\mathrm{VII}*} = B_8 CS_8^{\mathrm{VII}*}, \tag{7}$$

де $CS_8^{\mathrm{VII}*}$ — матриця 8×8 ядра ЦКСП типу VII з переставленими рядками, B_8 — діагональна матриця 8×8 коефіцієнтів нормування.

Матрицю $CS_8^{\mathrm{VII}*}$можна побудувати на основі рекурентного методу (5):

$$CS_8^{\mathrm{VII}*} = \operatorname{diag}[C_4^{\mathrm{II}*}, S_4^{\mathrm{VII}*}] H_8^*, \tag{8}$$

де $C_4^{\mathrm{II}*}$ — матриця 4×4 ядра ЦКП-II з переставленими рядками на основі ДІП, $S_4^{\mathrm{VII}*}$ — матриця 4×4 ядра ЦСП-VII з переставленими рядками на основі простих досконалих переставлень, H_8^* — фактор-матриця 8×8 із ненульовими елементами ± 1,

$$H_8^* = \begin{bmatrix} I_4 & \bar{I}_4 \\ \bar{I}_4 & -I_4 \end{bmatrix}, \; \bar{I}_4 = \operatorname{antidiag}[I_4], \; \bar{I}_4 = \begin{bmatrix} & & & 1 \\ & & 1 & \\ & 1 & & \\ 1 & & & \end{bmatrix},$$

I_4, $\bar{I}_4$ — одинична та антидіагональна одинична матриці 4×4. До того ж

$$C_4^{\mathrm{II}*} = \begin{bmatrix} g & g & g & g \\ g & -g & -g & g \\ e & f & -f & -e \\ f & -e & e & -f \end{bmatrix}, \; S_4^{\mathrm{VII}*} = \begin{bmatrix} d & -a & -c & b \\ b & -d & c & -a \\ a & b & c & d \\ c & c & 0 & -c \end{bmatrix}. \tag{9}$$

Матриця CS_8^{VII} ядра ЦКСП типу VII порядку 8 на основі (8), (9) і (6) має вигляд

$$CS_8^{\mathrm{VII}} = \begin{bmatrix} g & g & g & g & g & g & g & g \\ a & b & c & d & -d & -c & -b & -a \\ e & f & -f & -e & -e & -f & f & e \\ c & c & 0 & -c & c & 0 & -c & -c \\ g & -g & -g & g & g & -g & -g & g \\ d & -a & -c & b & -b & c & a & -d \\ f & -e & e & -f & -f & e & -e & f \\ b & -d & c & -a & a & -c & d & -b \end{bmatrix}, \tag{10}$$

де $a < b < c < d$, $a + b = d$, $e > f$.

Елементи матриці CS_8^{VII} однонормового масштабованого ЦКСП типу VII згідно з (10) набувають таких значень: $a = 14$, $b = 28$, $c = 37$, $d = 42$, $e = 43$, $f = 14$, $g = 32$.

Матриця CS_8^{VII}-1 запропонованого масштабованого ЦКСП-1 типу VII порядку 8 має вигляд

$$CS_8^{\text{VII}}\text{-}1=\begin{bmatrix} 32 & 32 & 32 & 32 & 32 & 32 & 32 & 32 \\ 14 & 28 & 37 & 42 & -42 & -37 & -28 & -14 \\ 43 & 14 & -14 & -43 & -43 & -14 & 14 & 43 \\ 37 & 37 & 0 & -37 & 37 & 0 & -37 & -37 \\ 32 & -32 & -32 & 32 & 32 & -32 & -32 & 32 \\ 42 & -14 & -37 & 28 & -28 & 37 & 14 & -42 \\ 14 & -43 & 43 & -14 & -14 & 43 & -43 & 14 \\ 28 & -42 & 37 & -14 & 14 & -37 & 42 & -28 \end{bmatrix}. \qquad (11)$$

Базисні вектори матриці CS_8^{VII}-1 мають L_2-норму, яка наближається до степеня числа два: $\| S_i^{(1)} \|^2 = 8192 \pm \Delta i$, де $\| S_i \|^2$ — L_2-норма i-ї базисної функції матриці перетворення (яка прямує до одиниці для перетворення з ортонормованим базисом), Δ_i (у відсотках) — відхилення L_2-норми i-ї базисної функції, яке набуває значення $\Delta_i = 0.15$–0.42 %, $i=\overline{0,7}$, неортогональність становить 0.07 %.

У [30] розглянуто інше однонормове масштабоване ЦСП-2 типу VII порядку 4 низької мультиплікативної складності. Елементи матриці S_4^{VII}-2 масштабованого ЦСП-2 типу VII порядку 4 представлено шістьома бітами, базисні вектори мають однакову L_2-норму, представлену трирозрядним числом із відхиленням $\Delta_i = 1$–2 %, $i=\overline{0,3}$, а неортогональність становить 0.5 %. На основі запропонованих масштабованих ЦСП-2 типу VII і ЦКП-2 типу II порядку 4 побудовано інше однонормове масштабоване ЦКСП-2 типу VII порядку 8. Базисні вектори матриці CS_8^{VII}-2 запропонованого однонормового масштабованого ЦКСП-2 мають однакову L_2-норму з відхиленням, яке становить $\Delta_i = 1$–2 %, $i=\overline{0,7}$, неортогональність становить 0.5 %.

АЛГОРИТМ ШВИДКОГО ОБЧИСЛЕННЯ 8-ТОЧКОВОГО ПРЯМОГО ЦІЛОЧИСЛОВОГО КОСИНУС-СИНУСНОГО ПЕРЕТВОРЕННЯ ТИПУ VII

Матрицю $C_4^{\text{II}*}$ ядра ЦКП-II порядку 4 запишемо як добуток двох фактор-матриць:

$$C_4^{\text{II}*} = C_2 C_1, \qquad (12)$$

де C_1, C_2 — фактор-матриці 4×4 алгоритму 4-точкового швидкого обчислення прямого ЦКП-II:

$$C_1 = H_4^*,\ C_2 = \operatorname{diag}[T_2, Q_2],\ T_2 = \begin{bmatrix} g & g \\ g & -g \end{bmatrix},\ Q_2 = \begin{bmatrix} f & e \\ -e & f \end{bmatrix}, \qquad (13)$$

H_4^* — фактор-матриця 4×4 з ненульовими елементами ± 1,

$$H_4^* = \begin{bmatrix} I_2 & \bar{I}_2 \\ \bar{I}_2 & -I_2 \end{bmatrix},\ I_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix},\ \bar{I}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Матрицю $CS_8^{\text{VII}*}$ відповідно до (8) та з урахуванням алгоритму швидкого обчислення 4-точкового прямого ЦКП-II згідно з (12), (13) і алгоритму, запропонованого у роботі [31] для швидкого обчислення 4-точкового прямого ЦСП-VII, можна факторизовано представити як добуток чотирьох матриць:

$$CS_8^{\text{VII}*} = T_{8,4} T_{8,3} T_{8,2} T_{8,1}. \qquad (14)$$

Тут $T_{8,k} - k - i, k = \overline{1, 4},$ — фактор-матриці 8×8 запропонованого алгоритму швидкого обчислення 8-точкового прямого ЦКСП типу VII:

$$T_{8,1} = H_8^*, \; T_{8,2} = \mathrm{diag}\,[H_4^*, T_4],$$
$$T_{8,3} = \mathrm{diag}\,[T_2, Q_2, R_4], \; T_{8,4} = \mathrm{diag}\,[I_4, M_4], \; M_4 = \begin{bmatrix} M_{3,4} \\ \hline S_{1,4}^{\otimes} \end{bmatrix}, \tag{15}$$

M_4 — блочна матриця 4×4, при цьому верхня частина представляє фактор-матрицю $M_{3,4}$, а нижня частина — вектор-рядок $S_{1,4}^{\otimes}$ розмірності 4 з цілими елементами $\pm c$ і нулем, $S_{1,4}^{\otimes} = (c, 0, c, -c)$, $M_{3,4}$ — фактор-матриця 3×4, яка містить у кожному рядку три ненульові елементи ± 1; R_4 — діагональна матриця 4×4 з елементами a, b, c, d; $R_4 = \mathrm{diag}\,[d, c, a, b]$; T_4 — фактор-матриця 4×4, яка у трьох рядках містить по два ненульові елементи ± 1.

АЛГОРИТМ ШВИДКОГО ОБЧИСЛЕННЯ 8-ТОЧКОВОГО ОБЕРНЕНОГО ЦІЛОЧИСЛОВОГО КОСИНУС-СИНУСНОГО ПЕРЕТВОРЕННЯ ТИПУ VII

Матрицю $(CS_8^{\mathrm{VII}})^{-1}$ ядра оберненого ЦКСП типу VII порядку 8 можна отримати транспонуванням:

$$(CS_8^{\mathrm{VII}})^{-1} = CS_8^{\mathrm{VII*T}} / k, \tag{16}$$

де $k = 2^m$, m — ціле число.

Матрицю $(CS_8^{\mathrm{VII}})^{-1}$ на основі (14)–(16) з урахуванням симетричності фактор-матриць ($H_8^{*\mathrm{T}} = H_8^*, H_4^{*\mathrm{T}} = H_4^*, T_2^{\mathrm{T}} = T_2$) можна факторизовано представити як добуток чотирьох обернених фактор-матриць:

$$(CS_8^{\mathrm{VII}})^{-1} = T_{8,1} T_{8,2}^{-1} \overline{T}_{8,3}^{\mathrm{T}} T_{8,4}^{-1}, \tag{17}$$

де $\overline{T}_{8,3}^{\mathrm{T}}, T_{8,k}^{-1} - k - i,\; k = 2, 4,$ — транспонована і обернені фактор-матриці 8×8 алгоритму запропонованого швидкого обчислення 8-точкового оберненого ЦКСП типу VII:

$$T_{8,1} = H_8^*, \; T_{8,2}^{-1} = \mathrm{diag}\,[H_4^*, T_4^{-1}], \; \overline{T}_{8,3}^{\mathrm{T}} = \mathrm{diag}\,[\overline{T}_2, \overline{Q}_2^{\mathrm{T}}, \overline{R}_4],$$
$$T_{8,4}^{-1} = \mathrm{diag}\,[I_4, M_4^{-1}], \; M_4^{-1} = \begin{bmatrix} M_{3,4}^{-1} \\ \hline \overline{S}_{1,4}^{-1} \end{bmatrix}, \; \overline{S}_{1,4}^{-1} = (-c, c, c, 0) / k . \tag{18}$$

Фактор-матриця $M_{3,4}^{-1} \neq M_{3,4}^{\mathrm{T}}$ та містить в кожному рядку три ненульові елементи ± 1, фактор-матриця $T_4^{-1} \neq T_4^{\mathrm{T}}$ і містить у трьох рядках по два ненульових елементи ± 1, $\overline{R}_4 = R_4 / k = \mathrm{diag}\,[d, c, a, b] / k$, $\overline{T}_2 = T_2 / k = H_2$, $\overline{Q}_2^{\mathrm{T}} = Q_2^{\mathrm{T}} / k$, $\overline{Q}_2^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} f & -e \\ e & f \end{bmatrix} / k$, де H_2 — матриця 2×2 Адамара, $H_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$.

Для реалізації швидкого обчислення 1D 8-точкового оберненого ЦКСП-1 типу VII (алгоритм 1) згідно з (17), (18) потрібно три операції множення, 35 операцій додавання і 12 операцій зсуву. Запропонований алгоритм швидкого обчислення 1D 8-точкового оберненого ЦКСП-2 типу VII (алгоритм 2) потребує дві операції множення, 33 операції додавання і 10 операцій зсуву або 35 додавань і 12 зсувів без виконання операцій множення.

Запропонований алгоритм 1 порівняно з відомим алгоритмом [5] обчислення ДСП-VII має в сім разів меншу мультиплікативну складність і потребує на 39 % менше операцій додавання, а порівняно із відомими алгоритмами з робіт [22–24]

Таблиця 1

<table>
<tr><th rowspan="3">Операції (операцій/піксель)</th><th colspan="3">Оцінка обчислювальної складності 2D роздільних направлених обернених перетворень для блоків 8×8</th><th colspan="2">Порівняльний аналіз ЦКП+ЦКСП-1 (ЦКП+ЦКСП-2) відносно</th></tr>
<tr><td rowspan="2">Запропонованих ЦКП+ЦКСП-1 (ЦКП+ЦКСП-2)</td><td colspan="2">Відомих ЦКП+ЦСП-VII (ЦКП+ДСП-VII)</td><td rowspan="2">H.265 [33] + [23]</td><td rowspan="2">[34] + [5]</td></tr>
<tr><td>H.265[33]+[23]</td><td>[34]+(ДСП [5])</td></tr>
<tr><td>Множення</td><td>0.625 (0.25)</td><td>10.75</td><td>4.125</td><td>У 17.2 (у 43) раза менше</td><td>У 6.6 (у 16.5) раза менше</td></tr>
<tr><td>Додавання+зсув</td><td>12.875 (12.875)</td><td>11.5</td><td>12.875</td><td>На 12 % більше додавань</td><td>0</td></tr>
</table>

на основі матричного множення має у 28.3 раза меншу мультиплікативну складність і на 16 % менше додавань. Запропонований алгоритм 2 швидкого обчислення оберненого ЦКСП-2 типу VII порівняно із відомими алгоритмами [22–24] на основі матричного множення обчислення ЦСП-VII має у 32 рази менше мультиплікативну складність і потребує на 23.3 % менше операцій додавання, а порівняно з відомим алгоритмом [5] ДСП-VII має в 10.5 раза менше мультиплікативну складність і потребує на 44.2 % менше операцій додавання або на 39 % менше операцій додавання без виконання 21 операції множення. Розроблені швидкі алгоритм 1 і алгоритм 2 порівняно з відомим швидким алгоритмом з роботи [5] із складною структурою на сім ітерацій мають просту регулярну структуру на чотири ітерації, що на три ітерації менше.

Для реалізації алгоритму [32] швидкого обчислення 1D 8-точкового оберненого ЦКП потрібно дві операції множення, 40 операцій додавання і 16 операцій зсуву.

Обчислювальну складність двох запропонованих алгоритмів швидкого обчислення 2D 8-точкових роздільних обернених ЦКП+ЦКСП-1 (ЦКП+ЦКСП-2), відомих обернених перетворень ЦКП (H.265) [33]+ЦСП-VII [23] і ЦКП [34]+ДСП-VII [5] наведено у табл. 1.

Запропоновані два швидкі алгоритми обчислення 2D 8-точкових роздільних направлених обернених цілочислових косинусного і косинус-синусних типу VII адаптивних перетворень мають низьку мультиплікативну складність, яка в 6.6 і 16.5 раза менша порівняно з відомими алгоритмами [5, 34].

ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ РЕЗУЛЬТАТИ

Вихідні зображення класів B і C для тестування наведено в [31]. У табл. 2 наведено експериментальні результати ефективності кодування за характеристикою стандартної кількісної оцінки спотворень PSNR (дБ) для стиснених двох тестових зображень класу B з роздільною здатністю 1920×1072 пікселів і двох зображень класу C з роздільною здатністю 1280×768 пікселів для нормального (22–37) діапазону QP (параметра квантування) запропонованого 2D роздільного направленого адаптивного ЦКП/ЦКСП-1 для блоків яскравості 8×8. Ці результати показують різницю PSNR на основі запропонованого і на основі відомих роздільних направлених ЦКП (H.265) [33]/ЦСП-VII [23]. Результати запропонованого ЦКП/ЦКСП-2 наведено у табл. 3.

Результати ефективності кодування за коефіцієнтом стиснення K (у відсотках), які представляють різницю на основі запропонованого ЦКП/ЦКСП-1 і на основі відомих ЦКП (H.265)/ЦСП-VII, наведено у табл. 4, а результати на основі запропонованого ЦКП/ЦКСП-2 — у табл. 5.

У табл. 2–5 наведено середні значення експериментальних результатів ефективності кодування за характеристикою PSNR і коефіцієнтом стиснення K для

Т а б л и ц я 2

Клас	Зображення з блоками 8×8	Результати ефективності кодування за характеристикою PSNR (дБ) на основі ЦКП/ЦКСП-1			
		QP = 22	QP = 27	QP = 32	QP = 37
B 1920×1072	Храм (СК)	1.27	0.67	0.61	1.21
	Місто (НК)	1.12	0.81	0.65	0.35
C 1280×768	Гори (СК)	1.15	0.66	0.48	0.38
	Пейзаж (НК)	0.48	0.23	0.13	0.15
Середнє значення		1.005	0.593	0.468	0.523

Т а б л и ц я 3

Клас	Зображення з блоками 8×8	Результати ефективності кодування за характеристикою PSNR (дБ) на основі ЦКП/ЦКСП-2			
		QP = 22	QP = 27	QP = 32	QP = 37
B 1920×1072	Храм (СК)	1.28	0.65	0.62	1.24
	Місто (НК)	1.23	1.05	0.80	0.40
C 1280×768	Гори (СК)	1.27	0.77	0.52	0.40
	Пейзаж (НК)	0.48	0.16	0.10	0.15
Середнє значення		1.065	0.658	0.511	0.548

Т а б л и ц я 4

Клас	Зображення з блоками 8×8	Результати ефективності кодування за коефіцієнтом стиснення K (у відсотках) на основі ЦКП/ЦКСП-1			
		QP = 22	QP = 27	QP = 32	QP = 37
B 1920×1072	Храм (СК)	15.6	23.11	34.59	47.76
	Місто (НК)	13.38	12.39	14.15	22.91
C 1280×768	Гори (СК)	10.57	12.26	18.25	24.68
	Пейзаж (НК)	3.07	5.05	9.03	18.03
Середнє значення		10.66	13.2	19.01	28.35

Т а б л и ц я 5

Клас	Зображення з блоками 8×8	Результати ефективності кодування за коефіцієнтом стиснення K (у відсотках) на основі ЦКП/ЦКСП-2			
		QP = 22	QP = 27	QP = 32	QP = 37
B 1920×1072	Храм (СК)	16.3	23.75	35.04	48.11
	Місто (НК)	17.17	14.2	14.56	22.65
C 1280×768	Гори (СК)	12.55	12.81	18.05	24.79
	Пейзаж (НК)	3.07	5.05	9.35	18.2
Середнє значення		12.27	13.95	19.25	28.44

чотирьох тестових зображень класів B і C, де НК, СК — низько- та середньокорельовані зображення. Під час тестування використовувалися роздільні направлені перетворення ЦКП/ЦСП (ЦКСП) без intra-прогнозування, де ЦКП застосовувалося для перетворення стовпців, а ЦСП — для перетворення рядків з метою спрощеного порівняння за двома характеристиками ефективності кодування (за якістю і ступенем стиснення) запропонованих косинус-синусних перетворень з відомим синусним перетворенням.

Запропоноване ЦКСП-1 типу VII порядку 8 порівняно з відомим синусним перетворенням за характеристикою PSNR для чотирьох тестових зображень класів B і C підвищує середнє значення на 0.466–1.005 дБ. Середнє значення коефіцієнта стиснення K збільшується на 10.66–28.35 %.

Запропоноване ЦКСП-2 типу VII порядку 8 порівняно з відомим синусним перетворенням за характеристикою PSNR для чотирьох тестових зображень класів B і C збільшує середнє значення на 0.511–1.065 дБ. Середнє значення коефіцієнта стиснення K збільшується на 12.27–28.44 %.

Згідно з прийнятим Комітетом MPEG визначеним суб'єктивним порогом $\mathrm{PSNR} = 0.5$ дБ у разі прийняття кодової оптимізації вважається, що збільшення (або зменшення) PSNR на цю величину буде помітно візуально [11], а для $\mathrm{PSNR} < 0.5$ дБ візуально не відчувається. Отже, підвищення найбільшого середнього значення PSNR на 1.006 дБ для запропонованого ЦКСП-1 буде візуально помітним, тобто візуальна якість зображення покращується. Для запропонованого ЦКСП-2 підвищення найбільшого середнього значення PSNR на 1.064 дБ також буде візуально помітним з покращенням візуальної якості зображення.

ВИСНОВКИ

Запропоновано матричний метод побудови дискретного косинус-синусного перетворення типу VII порядку N. На основі запропонованого методу побудовано два цілочислові косинус-синусні перетворення типу VII порядку 8 і розроблено алгоритми їхнього швидкого обчислення, які потребують виконання тільки цілочислових операцій. Алгоритми мають низьку мультиплікативну складність, яка у сім і 10.5 раза менша, і потребують на 23.3 % і 44.2 % менше операцій додавання порівняно з відомим алгоритмом дискретного синусного перетворення типу VII. Запропоновані алгоритми порівняно з відомим алгоритмом із складною структурою на сім ітерацій мають просту регулярну структуру на чотири ітерації, що на три ітерації менше. Ці перетворення мають більш високі характеристики ефективності кодування за якістю і коефіцієнтом стиснення порівняно з відомими синусними перетвореннями. Розроблено алгоритми швидкого обчислення 2D 8-точкових роздільних направлених цілочислових косинусного і косинус-синусних типу VII адаптивних перетворень для intra-прогнозування з блоками яскравості 8×8. Алгоритми мають низьку мультиплікативну складність, яка в 6.6 і 16.5 раза менша порівняно з відомими алгоритмами. Перетворення мають більш високі характеристики ефективності кодування: підвищення найбільшого середнього значення PSNR на 1.006 дБ згідно із суб'єктивним порогом $\mathrm{PSNR} = 0.5$ дБ для запропонованого ЦКСП-1 буде візуально помітним з покращеною візуальною якістю зображення. До того ж середнє значення коефіцієнта стиснення K збільшується на 10.66–28.35 %. Для запропонованого ЦКСП-2 підвищення найбільшого середнього значення PSNR на 1.064 дБ також буде візуально помітним з покращенням візуальної якості зображення, середнє значення коефіцієнта стиснення K збільшується на 12.27–28.44 %.

Отже, розроблені алгоритми швидкого обчислення 2D роздільних направлених цілочислових косинусного і косинус-синусних типу VII адаптивних перетворень для intra-прогнозування з блоками яскравості 8×8 можна використовувати для покращення стандарту H.265 з метою збільшення швидкодії, ступеня стиснення (що зумовлює покращення бітрейту), покращення візуальної якості зображення та зменшення обчислювальних і енергетичних витрат.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Jain A.K. A sinusoidal family of unitary transforms. *IEEE Trans. Patt. Anal. and Mach. Intell.* 1979. Vol. 1, N 4. P. 356–365.

2. Wang Z., Hunt B. R. The discrete W transform. *Appl. Math. and Comput.* 1986. Vol. 16, Iss. 1. P. 19–48.

3. Wang Z. Fast algorithms for the discrete W transform and for the discrete Fourier transform. *IEEE Trans. Acoust., Speeh, Signal Process*. 1984. Vol. 32, N 8. P. 803–816.

4. Britanak V., Rao K.R., Yip P. Discrete cosine and sine transforms: General properties, fast algorithms and integer approximations. Oxford, UK: Academic Press, 2007.

5. Chivukula R.K., Reznik Y.A. Fast computing of discrete cosine and sine transforms of types VI and VII. *Process. XXXIV*. 2011. Vol. 8135, N 813505. P. 1–10.

6. Clarke R.J. Transform coding of images. London: Academic Press,1985. 429 p.

7. Clarke R.J. Performance of Karhunen–Loeve and discrete cosine transform for data having widely varying values of intersample correlation coefficient. *Electron. Lett.* 1983. Vol. 19, Iss. 7. P. 251–253.

8. Kekre H.B; Solanki J.K. Comparative performance of various trigonometric unitary transforms for transform image coding. *Int. J. Electronics*. 1978. Vol. 44, Iss. 3. P. 305–315.

9. Clarke R.J. Application at sine transform image coding. *Electron. Lett*. 1983. Vol. 19, Iss. 13. P. 490–491.

10. Jain A.K., Famelle P.M. Algazi V.R. Image data compression/digital image processing technigues. Ekstrom M.P. (Ed.). Academic Press, 1984. P. 188–226.

11. Сэломон Д. Сжатие данных, изображений и звука. Москва: Техносфера, 2004. 368 с.

12. Гонсалес Р., Вудс Р. Цифровая обработка изображений. Москва: Техносфера, 2005. 1072 с.

13. Джаин А.К. Сжатие видеоданных: Обзор ТИИЭР. 1981. Т. 69, № 3. С. 71–117.

14. Han J., Saxena A., Rose K. Towards jointly optimal spatial prediction and adaptive transform in video/image coding. *Proc. IEEE Int. Conf. Acoust., Speech, Signal Process (ICASSP)*, March 2010. P. 726–729.

15. Гнатів Л.О. Метод побудови швидких цілочисельних синусних перетворень для кодування зображень та intra-прогнозування у відеокодуванні. *Тези доп. Міжн. наук. конф. «Сучасна інформатика: проблеми, досягнення та перспективи розвитку».* Київ, Україна, 12–13 вересня 2013. С. 261–263.

16. Clarke R.J. Relation between the Karhunen–Loeve and cosine transforms. *IEEE Proc. F. Commun., Radar & Signal Process.* 1981. Vol. 128. Pt. F, N 6. P. 359–360.

17. Clarke R.J. Relation between the Karhunen–Loeve and sine transforms. *Electron. Lett.* 1984. Vol. 20, Iss. 1. P. 12–13.

18. Saxena A., Fernandes F.C. DCT/DST-based transform coding for intra prediction in image/video coding. *IEEE Trans. Image Process.* 2013. Vol. 22, N 10. P. 3974–3981.

19. Ye Y., Karczewicz M. Improved intra coding. ITU-T SG16Q6, Doc. VCEG-AG11, Shenzhen, China, Oct. 2007.

20. McCann K., Bross B., Sekiguchi S., Han W.-J. HM4: High efficiency video coding (HEVC) test model 4 encoder description. ITU-T, Doc. JCTVC-F802, Torino, IT, July, 2011.

21. ITU-T Rec. H.265|ISO/IEC 23008-2: 2013. Information technology — High efficiency coding and media delivery in heterogeneous environments — Part 2: High efficiency video coding, 2013.

22. Yeo C., Tan Y.H., Li Z., Rahardia S. Mode-dependent fast separable KLT for block based intra coding. Doc. JCTVC-B024, Geneva, CH, July 2010.

23. An J., Zhao X., Guo X., Lei S. Non-CE 7: Boundary-dependent transform for inter-predicted residue. ITU-T, Doc. JCTVC-G281, Geneva, CH., Nov. 2011.

24. Saxena A., Fernandes F. CE 7: Mode-dependent DCT/DST without 4×4 full matrix multiplication for intra prediction. ITU-T, Doc. JCTVC-E125, Geneva, Switzerland, Mar. 2011.

25. Saxena A., Fernandes F.C., Reznik Y.A. Fast transforms for intra-prediction-based image and video coding. *Proc. Data Compression Conf.*, March 2013. P. 13–22.

26. Reznik Y.A. Relationship between DCT-II, DCT-VI and DST-VII transforms. *Proc. IEEE Int. Conf. on Acoustics, Speech and Signal Process (ICASSP)*. May 2013. P. 5642–5646.

27. Masera M., Martina M., Masera G. Odd type DCT/DST for video coding: Relationships and low-complexity implementations. *IEEE Int. Workshop on Signal Processing Systems*, Lorient (FR), Oct. 2017. P. 1–6.

28. Hnativ L.O., Luts V.K. Integer modified sine-cosine transforms type VII. A construction method and separable directional adaptive transforms for intra prediction with 8×8 chroma blocks in image/video coding. *Cybernetics and Systems Analysis.* 2021. Vol. 57, N 1. P. 155–164. https://doi.org/10.1007/s10559-021-00339-9.

29. Шевчук Б.М., Задірака В.К., Гнатів Л.О., Фраєр С.В. Технологія багатофункціональної обробки і передачі інформації в моніторингових мережах. Київ: Наук. думка, 2010. 375 с.

30. Гнатів Л.О., Луц В.К. Метод побудови моде-залежного швидкого роздільного цілочисельного ПКЛ для адаптивного кодування зображень і відео. *Пр. міжн. конф. «Питання оптимізації обчислень (ПОО-2013)»* (вересень 2013, Україна, Крим, Велика Ялта, смт. Кацивелі). Кацивелі, 2013. С. 68–69.

31. Hnativ L.O., Luts V.K. Algorithms for fast implementation of 4-point integer sine type VII transforms without multiplication and separable directional adaptive transforms for intra prediction in image/video coding. *Cybernetics and Systems Analysis*. 2020. Vol. 56, N 1. P. 159–170. https://doi.org/10.1007/s10559-020-00231-y.

32. Hnativ L.O. Integer cosine transforms for high-efficiency image and video coding. *Cybernetics and Systems Analysis*. 2016. Vol. 52, N 5. P. 802–816. https://doi.org/10.1007/s10559-016-9881-7.

33. Fuldseth A., Bjøntegaard G., Sadafale M. et al. CE10: Core transform design for HEVC. ITU-T, Doc. JCTVC-G495, Geneva, CH, Nov. 2011.

34. Joshi R., Reznik Y., Sole J.K., Karczewicz M. CE-10: Scaled orthogonal integer transforms supporting recursive factorization structure. ITU-T, Doc. JCTVC-F352, Torino, IT, July 2011.

L.O. Hnativ

DISCRETE COSINE SINE TRANSFORM TYPE VII AND FAST INTEGER TRANSFORMS FOR INTRA PREDICTION IMAGE AND VIDEO CODING

Abstract. The author proposes a matrix method for constructing order N discrete cosine-sine transform type VII. Based on the method, two order-8 integer cosine-sine transforms type VII are constructed and algorithms for fast computing of these transforms are developed, which require only integer operations. These algorithms are of low computational complexity and their multiplicative complexity is 7 and 10.5 times less and require 23.3% and 44.2% less addition operations, respectively, as compared to the well-known algorithm of the discrete sine transform type VII. These transforms have higher coding gain performance for quality and compression ratio as compared to the well-known sine transforms. Algorithms for fast computing of 2D separable directional integer cosine and cosine-sine type VII adaptive transforms for intra-prediction with 8×8 chroma blocks are developed. These algorithms have low multiplicative complexity, which is 6.6 and 16.5 times less than that in the well-known algorithms.

Keywords: discrete cosine transform, discrete sine transform, discrete cosine sine transform, integer cosine transform, integer sine transform, integer cosine sine transform, scaled transform, separable directional adaptive transform, factorization, multiplicative complexity, intra prediction, video coding, H.265.

Надійшла до редакції 01.07.2020