



УДК 519.713.4

І.К. РИЦОВ

Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», Київ, Україна,
e-mail: haryst49@gmail.com.

ПРОБЛЕМА ЧЕРНІ ДЛЯ АВТОМАТІВ ІЗ ПРОСТИМИ ІДЕМПОТЕНТАМИ

Анотація. Отримано дві точні оцінки функції Черні $C(A)$ для автоматів із простими ідемпотентами (ПІ-автоматів). Показано, що $C(A) = n - 1$ для ПІ-автомата A з n станами і тривіальною групою та $C(A) \leq (n - 1)^2$ для ПІ-автомата A з n станами і регулярною групою.

Ключові слова: скінченні автомати, проблема Черні.

У праці [1] в 1964 р. Я. Черні висловив гіпотезу про те, що у будь-якому синхронізованому скінченному автоматі із n станами існує зворотнє слово довжиною $(n - 1)^2$, яке переводить усі стани автомата в єдиний стан. За минулий час гіпотезу Черні вдалося довести для окремих класів автоматів [2–5], проте в загальному випадку вона поки що залишається відкритою.

У цій роботі гіпотезу Черні буде доведено для одного класу автоматів із простими ідемпотентами. Цей результат впливає з робіт [6, 7], тому цю статтю можна розглядати як їхнє продовження і завершення.

СКІНЧЕННІ АВТОМАТИ

Нехай S — скінченна множина, що складається з n елементів $|S| = n$, тоді позначимо $\text{End}(S)$ множину всіх перетворень (морфізмів) на цій множині $\text{End}(S) = \{f \mid f: S \rightarrow S\}$. Число $|\text{im}(S)|$ називається рангом морфізму f , а число $\text{df}(f) = |S| - |\text{im}(S)|$ — його дефектом.

Нагадаємо, що моноїдом M називається множина з асоціативною бінарною операцією і одиницею. Множина $\text{End}(S)$ є моноїдом щодо операції композиції морфізмів (функцій) і називається повним моноїдом морфізмів на множині S . Моноїдом морфізмів називається підмоноїд повного моноїда.

Позначимо $\text{End}_k(S)$ підмножину морфізмів, ранг яких становить не більше ніж k , $1 \leq k \leq n$. Ці підмножини утворюють зростаючий ланцюг ідеалів $\text{End}_1(S) \subset \text{End}_2(S) \subset \dots \subset \text{End}_n(S) = \text{End}(S)$ повного моноїда морфізмів. Морфізми з мінімального ідеалу $\text{End}_1(S)$ мають одиничний ранг і називаються константними морфізмами (константами), оскільки вони відображають всі елементи із S в один елемент.

Скінченим детермінованим автоматом (без виходу) називається трійка $A = (S, X, F)$, де S — скінченна множина станів, X — скінченний вхідний