

**С.І. ЛЯШКО**

Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна,  
e-mail: *lyashko.serg@gmail.com*.

**С.С. ЗУБ**

Національний науковий центр «Інститут метрології», Харків, Україна,  
e-mail: *stanislav.zub@metrology.kharkov.ua*.

**І.Г. ЯЛОВЕГА**

Харківський національний економічний університет імені Семена Кузнеця, Харків,  
Україна, e-mail: *yalovegaira@gmail.com*.

**В.С. ЛЯШКО**

Інститут кібернетики ім. В.М. Глушкова, Київ, Україна, e-mail: *lyashko91@gmail.com*.

## **МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ВЗАЄМОДІЇ ПОСТІЙНИХ МАГНІТІВ ТА НАДПРОВІДНИХ КОТУШОК**

**Анотація.** Розроблено формалізм Лагранжа, що дає змогу знаходити магнітну потенціальну енергію взаємодії в системі, яка складається з котушок індуктивності з постійним магнітним потоком (надпровідні котушки) та постійним струмом (постійні магніти). В явному вигляді отримано потенціальну енергію магнітної системи, яка складається з надпровідних котушок і постійних магнітів, що дає змогу провести повне дослідження стійкості рівноваги та руху в таких магнітних системах. Вказано роботи, в яких запропонований підхід може бути корисним для моделювання кіберфізичних або технічних систем магнітної левітації.

**Ключові слова:** електромеханічні системи, циклічні координати, метод Рауса, формалізм Лагранжа, стійкість.

### **ВСТУП**

Грунтуючись на дослідженнях наукових публікацій, автори роботи [1] навели загальний феноменологічний підхід до визначення сил магнітної взаємодії. У цій роботі введено поняття силових функцій, енергії і коенергії. Проте ця теорія не визначає змішані електромеханічні системи, які містять постійні магніти і надпровідні котушки.

Для отримання математичної моделі магнітної взаємодії моделюватимемо надпровідні котушки через ідеально провідні короткозамкнені контури, а постійні магніти — через контури з постійним струмом. Такі електромеханічні системи можна описати за допомогою рівнянь для квазістаціонарних ланцюгів. Проте саме такі моделі мають особливості, які недостатньо враховуються наявним варіантом формалізму Лагранжа. Модель можна використовувати для опису взаємодії між джерелами поля, розташованими на деякому віддаленні.

### **КВАЗИСТАЦІОНАРНЕ НАБЛИЖЕННЯ**

У межах квазістаціонарного наближення для електромагнітного поля індуковані потоки, пов'язані з густиною струмів лінійними співвідношеннями з постійними коефіцієнтами

$$\Psi_i = \sum_k^N L_{ik} I_k \quad (L_{ik} = L_{ki}), \quad (1)$$

де  $\Psi_i$  — потік магнітної індукції через  $i$ -й контур зі струмом  $I_i$ ;  $L_{ik}$  — коефіцієнт пропорційності — взаємна індукція (або взаємна індуктивність).

У разі взаємодії двох провідників з номерами  $i, k$  коефіцієнт  $L_{ik}$  залежить тільки від властивостей середовища і взаємного розташування контурів: