

**О.А. ЯРОВА**Львівський національний університет імені Івана Франка, Львів, Україна,  
e-mail: oksanayarova93@gmail.com; oksana.yarova@lnu.edu.ua.**Я.І. ЄЛЕЙКО**Львівський національний університет імені Івана Франка, Львів, Україна,  
e-mail: yikts@yahoo.com.**ГРАНИЧНА ТЕОРЕМА ДЛЯ БАГАТОВИМІРНОГО РІВНЯННЯ ВІДНОВЛЕННЯ**

**Анотація.** Розглянуто багатовимірне рівняння відновлення в матричній формі. Знайдено рівняння відновлення для процесу з незалежними приростами та станами марковського процесу. Досліджено функцію відновлення. Доведено граничну теорему для рівняння відновлення.

**Ключові слова:** рівняння відновлення, функція відновлення, марковський процес, процес з незалежними приростами, слабка збіжність.

Розглянемо рівняння відновлення в матричній формі

$$X^\varepsilon(t) = A^\varepsilon(t) + \int_0^t F^\varepsilon(du)X^\varepsilon(t-u),$$

де  $t \geq 0$ ,  $\varepsilon > 0$ ,  $X^\varepsilon(t)$ ,  $A^\varepsilon(t)$  — сім'ї невід'ємних матричнозначних функцій;  $F^\varepsilon(dt)$  — сім'я заданих невід'ємних матричнозначних мір. Основним припущенням щодо цієї функції є слабка збіжність  $F^\varepsilon(dt)$  до  $F(dt)$  для  $\varepsilon \rightarrow 0$ , причому матриця  $F(dt)$  є розкладною блочно-діагонального вигляду.

Функцію  $F^\varepsilon(dt)$  можна представити в такому вигляді:

$$F^\varepsilon = F + g_1(\varepsilon)B + g_2(\varepsilon)B^2 + \dots + g_n(\varepsilon)B^n + o(g_n(\varepsilon)),$$

де  $B, \dots, B^n$  — матриці,  $g_1(\varepsilon) \rightarrow 0, \dots, g_n(\varepsilon) \rightarrow 0$  для  $\varepsilon \rightarrow 0$ .

Уведемо ще одну функцію

$$L_{ij}^\varepsilon = F_{ij}^\varepsilon + \sum_{k=1}^r \sum_{n \in E_k \setminus w_k} F_{in}(\varepsilon) \cdot L_{nj}(\varepsilon),$$

де  $w_1 \in E_1, \dots, w_r \in E_r$  — деякі фіксовані індекси, причому  $E_1, \dots, E_r$  — неперетинні множини.

Функція  $L^\varepsilon(t)$  слабо збігається до функції  $L(t)$  для  $\varepsilon \rightarrow 0$ . Крім того,  $L_{ij} = L_{ij}(\infty) = 0$ ,  $i \in E_s, j \in E_k, s \neq k$ ,

$$L_{ij} = F_{ij} + \sum_{n \in E_s \setminus w_k} F_{in} \cdot L_{nj}.$$

Позначимо функцію

$$\pi_s = \sum_{i, j \in E_s} p_i^{(s)} \cdot a_{ij},$$

де  $p^s$  — лівий власний вектор матриці  $F^s$ .

Нехай  $X^\varepsilon(t)$  — сім'я марковських процесів з неперервним часом та скінченною кількістю станів  $1, 2, \dots, n$ ,  $X^\varepsilon(t) \rightarrow X(t)$  для  $\varepsilon \rightarrow 0$ , і  $\xi_i^\varepsilon(t)$  — процес