УДК 519.8

Ю.І. ХАРКЕВИЧ

Волинський національний університет імені Лесі Українки, Луцьк, Україна,
e-mail: *kharkevich.juriy@gmail.com.*

ПРО ДЕЯКІ АСИМПТОТИЧНІ ВЛАСТИВОСТІ РОЗВ'ЯЗКІВ БІГАРМОНІЙНИХ РІВНЯНЬ

Анотація. Розглянуто застосування методів теорії наближення до принципів оптимальності в теорії прийняття рішень. Часто функція ризику в процесі відшукання оптимальних рішень має досить складну структуру для вивчення її властивостей, тому виникає потреба наблизити функцію ризиків до іншої функції з простими та зрозумілими характеристиками. Досліджено асимптотичні властивості розв'язків бігармонійних рівнянь як функцій наближення. Отримано повні асимптотичні розклади верхніх меж відхилень функцій класу Соболєва W^2 (це множина, якій належать функції ризику в процесі оптимізації прийняття рішень) від операторів, що є розв'язками бігармонійних рівнянь із певними крайовими умовами. Отримані розклади дають змогу відшукати константи Колмогорова–Нікольського як завгодно високого степеня малості, завдяки чому можна оцінювати похибку наближення під час розв'язування оптимізаційних задач із довільною точністю. Зазначено, що за допомогою бігармонійних рівнянь можна ефективно будувати математичні моделі природничих та соціальних явищ.

Ключові слова: похибка наближення, оптимізаційні властивості функцій, бігармонійні рівняння, повні асимптотичні розклади, класи Соболєва.

ВСТУП

Ще на початку XX століття було започатковано насправді революційні зміни в математичній науці, зокрема, активно поширювалась ідея про узагальнення розв'язків диференціальних рівнянь з частинними похідними. З одного боку, необхідність у розширенні класів функцій виникає у багатовимірних варіаційних задачах, а з іншого, — в процесі дослідження хвильового рівняння і рівнянь гідродинаміки. У цих задачах класів неперервних функцій було недостатньо.

С.Л. Соболєв ввів узагальнені розв'язки основних видів лінійних рівнянь з частинними похідними другого порядку з класів функцій, які потім були названі просторами Соболєва. Останні мають принципове значення не лише у теорії диференціальних рівнянь з частинними похідними, але й у варіаційних задачах, теорії функцій, теорії наближень, методах обчислення, теорії керування та багатьох інших розділах аналізу.

Зазвичай математична модель оптимізаційної задачі складається з декількох незалежних математичних об'єктів: рівняння стану, обмеження на стан системи керування, функціонал якості. Також важливим є те, що кожна з цих складових залежить від області, на якій вивчається об'єкт керування. Отже, якщо область якимось способом змінюється, то маємо абсолютно іншу задачу оптимального керування, можливо, з іншими обмеженнями, функціоналом якості і крайовою задачею.

Неможливо недооцінювати прикладне значення таких задач для керування процесами та забезпечення стійкості в задачах індустріальної інформатики, керування виробничими процесами [1–3] тощо. Наприклад, схожу техніку використовують у дослідженнях диференціальних ігор, коли певним способом