УДК 517.988

**О.Ф. КАШПУР**
Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна,
e-mail: *olena.kashpur@gmail.com*.

# РОЗВ'ЯЗАННЯ ІНТЕРПОЛЯЦІЙНОЇ ЗАДАЧІ ЕРМІТА У СКІНЧЕННОВИМІРНОМУ ЕВКЛІДОВОМУ ПРОСТОРІ

**Анотація.** Розглянуто інтерполяційну задачу Ерміта в Евклідовому просторі у випадку, коли задано значення функції багатьох змінних та значення її похідних Гато першого порядку у вузлах інтерполяції. Показано, що поставлена задача має єдиний розв'язок мінімальної норми у разі недовизначеності. Одержано умови інваріантної розв'язуваності та єдиності розв'язку задачі.

**Ключові слова:** інтерполяційний поліном Ерміта, диференціал Гато, Гільбертів простір, Евклідів простір, мінімальна норма.

## ВСТУП

Інтерполяція, як один із методів апроксимації функцій багатьох змінних, має велике значення для прикладних та теоретичних задач. Теорію інтерполювання широко застосовують у побудові наближених методів математичного аналізу, зокрема, у задачах чисельного диференціювання та інтегрування для розв'язання певного класу рівнянь, а також під час розроблення систем автоматизованого проєктування, розв'язання задач геостатики (побудови моделі рельєфу) та ін. [1]. У класичних інтерполяційних формулах [2] для існування єдиного розв'язку задачі необхідно, щоб виконувалися відповідні співвідношення між кількістю вузлів $m$ та степенем інтерполянта $n$. На практиці особливо цікавим є випадок, коли ці співвідношення не виконуються, тобто інтерполяційна задача є недовизначеною. У статті розглянуто розв'язання саме цієї задачі.

Перші результати з поліноміальної інтерполяції функцій багатьох змінних отримано в роботах [3, 4]. У монографії [5] побудовано основи теорії поліноміальної інтерполяції для операторів у Гільбертових та векторних просторах: розглянуто інтерполяційні задачі Лагранжа, Ерміта та Ерміта–Біркгофа; знайдено необхідні та достатні умови розв'язуваності поставлених задач, конструктивно побудовано всю множину відповідних інтерполяційних поліномів. При цьому степінь інтерполяційного полінома $n$ та кількість вузлів інтерполювання $m$ не пов'язані між собою. Зауважимо, що з інтерполяційних формул, одержаних у [5], можна отримати класичні інтерполяційні формули для функцій однієї змінної. У роботі [6] у Гільбертовому просторі побудовано інтерполяційний поліном Ерміта мінімальної норми, породженої скалярним добутком із Гаусовою мірою [7], та показано, що він має властивість асимптотичного збереження поліномів відповідного степеня в разі, коли задано значення нелінійного оператора у вузлах та його перших диференціалів Гато в них.

У цій статті розглянуто інтерполяційну задачу Ерміта в Евклідовому просторі $E_k$, $k>1$, для випадку, коли задано значення функції багатьох змінних та значення її похідних Гато першого порядку у вузлах інтерполяції. Показано, що поставлена задача має єдиний розв'язок мінімальної норми тоді, коли кількість

© О.Ф. Кашпур, 2022