УДК 517.988

О.Ф. КАШПУР
Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна,
e-mail: *olena.kashpur@gmail.com.*

ІНТЕРПОЛЯЦІЙНИЙ ПОЛІНОМ ЕРМІТА ДЛЯ ФУНКЦІЙ БАГАТЬОХ ЗМІННИХ

Анотація. Розглянуто інтерполяційну задачу Ерміта в Евклідовому просторі у випадку, коли задано значення функції багатьох змінних та значення її диференціалів Гато першого та другого порядку у вузлах інтерполяції. Показано, що поставлена задача у скінченновимірному Евклідовому просторі має єдиний розв'язок мінімальної норми, породженої скалярним добутком із Гаусовою мірою. Одержано умови інваріантної розв'язуваності та єдиності розв'язку задачі.

Ключові слова: інтерполяційний поліном Ерміта, диференціал Гато, Гільбертів простір, Евклідів простір, мінімальна норма.

ВСТУП

Інтерполяція функцій багатьох змінних є важливою для теоретичних та прикладних задач. На практиці досить часто трапляються випадки, коли бракує інформації про досліджуваний об'єкт (чи процес), тобто задача є недовизначеною. У цій статті розглянуто розв'язання інтерполяційної задачі Ерміта в умовах недовизначеності.

У монографіях [1, 2] побудовано основи теорії інтерполяції операторів (у загальному випадку нелінійних): знайдено необхідні та достатні умови існування інтерполянтів Лагранжа, Ерміта та Ерміта–Біркхофа у Гільбертовому та векторному просторах; побудовано всю множину відповідних інтерполяційних поліномів, знайдено інтерполянт Лагранжа мінімальної норми, породженої скалярним добутком із Гаусовою мірою [3]. У роботі [4] у Гільбертовому просторі доведено теорему про існування інтерполяційного полінома Ерміта мінімальної норми та показано, що він має властивість асимптотичного збереження поліномів відповідного степеня тоді, коли задано значення нелінійного оператора у вузлах та його перших диференціалів Гато в них. Аналогічну задачу у скінченновимірному Евклідовому просторі E_k розглянуто у [5] та показано, що вона має єдиний розв'язок мінімальної норми в умовах недовизначеності. Водночас ця задача є інваріантно розв'язною, тобто має розв'язок для будь-яких значень оператора у вузлах та значень його перших диференціалів Гато. Ця стаття є продовженням роботи [5].

Зауважимо, що для побудови інтерполяційного полінома для функцій багатьох змінних у разі використання класичних інтерполяційних формул [6] можна застосувати такий підхід: спочатку будують інтерполянт степеня n за однією змінною, а решту змінних фіксують, далі у цей спосіб застосовують інтерполяційні формули за кожною змінною. В результаті у просторі E_k одержимо інтерполяційний поліном степеня k^n. Для єдиності розв'язку є необхідним виконання умови $m=\dfrac{(n+k)!}{n!\,k!}$, де m — кількість вузлів інтерполяції. При цьому виникають складнощі під час їхнього вибору. На відміну від класичних інтерполяційних формул [6] інтерполянти, побудовані в [1, 2, 4] мають степінь n. У роботах [1, 2] у Гільбертовому просторі степінь інтерполяційного полінома n та кількість вузлів m не пов'язані між собою, а в [5] зазначено, що у випадку недовизначеності для єдиності роз-