

Ю.В. ЖЕРНОВИЙ

Львівський національний університет імені Івана Франка, Львів, Україна,
e-mail: yuriy.zhernovyy@lnu.edu.ua.

МЕТОД ПОТЕНЦІАЛІВ ДЛЯ СИСТЕМ $M_n/G_n/1/r$ ТА $M_n/G_n/1/\infty$ З ТИПОВИМИ ЗАЛЕЖНОСТЯМИ ІНТЕНСИВНОСТІ ВХІДНОГО ПОТОКУ ВІД КІЛЬКОСТІ ЗАМОВЛЕНЬ

Анотація. Запропоновано застосування методу потенціалів для визначення стаціонарного розподілу кількості замовлень у системах обслуговування $M_n/G_n/1/r$ та $M_n/G_n/1/\infty$ з пороговими стратегіями функціонування. Розглянуто залежності інтенсивності вхідного потоку від кількості замовлень, що характерні як для замкнених систем (моделей теорії надійності), так і для систем обслуговування з випадковим розрідженням вхідного потоку. Стратегії керування інтенсивністю обслуговування побудовано за припущення, що інтенсивність може змінюватись у момент початку обслуговування замовлення. Отримано формули для перетворень Лапласа розподілу кількості замовлень у системі протягом періоду зайнятості та для обчислення його середньої тривалості.

Ключові слова: одноканальна система обслуговування, пуассонівський другого роду вхідний потік, залежність часу обслуговування від стану системи, метод потенціалів.

ВСТУП

Одержані за допомогою методу потенціалів [1–5] формули для обчислення стаціонарних імовірностей станів одноканальних систем обслуговування з пороговими стратегіями функціонування є зручними для практичних розрахунків. Вони дають змогу досліджувати системи типу $M_n/G_n/1/r$ з пуассонівським другого роду вхідним потоком [6], інтенсивність якого λ_n залежить від n — кількості замовлень у системі. Такі вхідні потоки характерні як для замкнених систем, що є моделями для визначення надійності відновлюваних систем [7], так і для систем з активним керуванням чергою випадковим розрідженням вхідного потоку [4, 8]. Метод потенціалів можна також застосувати для систем, в яких для зменшення довжини черги використовуються порогові стратегії керування інтенсивністю обслуговування, тобто час обслуговування залежить від кількості замовлень у системі [1–5]. Природною є стратегія, згідно з якою інтенсивність обслуговування збільшується зі зростанням кількості замовлень у системі. Для опису будь-якого варіанта залежності інтенсивності обслуговування від кількості замовлень достатньо ввести позначення: $F_n(x)$ — функція розподілу часу обслуговування одного замовлення, де n — кількість замовлень у системі в момент початку обслуговування замовлення ($n \in \{1, 2, \dots, r\}$), r — задане обмеження на довжину черги.

Нехай P_n — умовна ймовірність за умови, що в початковий момент часу в системі є n замовлень, $\eta(x)$ — кількість замовлень, які надійшли в систему за час $[0; x)$. Застосування методу потенціалів неможливе без виведення формул для ймовірностей $P_n \{ \eta(x) = j \}$, які є різними для різних варіантів залежностей інтенсивності вхідного потоку від кількості замовлень у системі.

У цій статті з'ясовуються особливості застосування методу потенціалів для визначення стаціонарних імовірностей станів систем обслуговування $M_n/G_n/1/r$ з пороговими стратегіями функціонування. Розглянемо найпоширеніші стратегії залежності інтенсивності вхідного потоку λ_n від кількості замовлень у системі:

- 1) усі інтенсивності λ_n різні для $n \in \{0, 1, \dots, r\}$;
- 2) $\lambda_n = \lambda$ для $n \in \{0, 1, \dots, h\}$; λ_n різні для $n \in \{h+1, h+2, \dots, r\}$, де h — задане порогове значення;