УДК 519.21

О.В. БОГДАНОВ
Інститут кібернетики ім. В.М. Глушкова НАН України, Київ, Україна,
e-mail: *oleksbogdanov@gmail.com.*

ОПТИМАЛЬНА СТРАТЕГІЯ ВАКЦИНАЦІЇ У СТОХАСТИЧНІЙ МОДЕЛІ ЕПІДЕМІЇ З ОБМЕЖЕНИМ ЛІКУВАННЯМ[1]

Анотація. У роботі розглядається стохастична модель епідемії SIR з використанням вакцинації та обмеженим лікуванням. Запропоновано метод пошуку оптимальної стратегії вакцинації для мінімізації функціонала ціни.

Ключові слова: стохастична модель, епідемія, оптимальна стратегія.

Унасідок пандемії COVID-19 постає проблема моделювання розвитку епідемій, а також пошуку оптимальних стратегій вакцинації та лікування населення. Однією з найпоширеніших моделей епідемій є модель SIR [1]. У цій роботі розглянуто стохастичну версію моделі SIR з використанням вакцинації та обмеженим лікуванням [2]. Задача полягає в пошуку оптимальної стратегії вакцинації для мінімізації функціонала ціни, що залежить від передбаченої кількості хворих та витрат, пов'язаних з вакцинацією.

Розглянемо стохастичну модель SIR з обмеженим лікуванням [2]. Нехай S — кількість вразливих до хвороби, I — кількість інфікованих. Опишемо динаміку цих величин рівняннями

$$dS(t) = \{S(t)(K - S(t)) - \beta S(t)I(t) - Y(S(t), I(t))\}dt - \varepsilon S(t)I(t)dW_1(t), \quad (1)$$

$$dI(t) = \left\{ \beta S(t)I(t) - \mu I(t) - \frac{rI(t)}{a + I(t)} \right\} dt + \varepsilon S(t)I(t)dW_2(t). \quad (2)$$

Тут K — ємність середовища, β — параметр швидкості передачі інфекції, $Y(t)$ — швидкість вакцинації, яка є керуванням задачі, ε — параметр дифузії, μ — параметр смертності/захворювання, r і a — параметри, пов’язані зі швидкістю лікування (r описує швидкість лікування, a — обмеження, пов’язані з місткістю лікувальних закладів).

Оскільки кількість осіб, що одужали, не належить до функціонала ціни та не впливає на динаміку інших величин завдяки набутому імунітету, рівняння, що описують цю величину, не розглядаються.

Рівняння (1) і (2) формують векторне стохастичне рівняння у вигляді

$$dx(t) = b(x(t), Y(t))dt + \sigma(x(t))dW(t), \quad (3)$$

де

$$b_1(x(t), Y(x(t))) = x_1(t)(K - x_1(t)) - \beta x_1(t)x_2(t) - Y(x(t)),$$

$$b_2(x(t), Y(x(t))) = \beta x_1(t)x_2(t) - \mu x_2(t) - \frac{rx_2(t)}{a + x_2(t)},$$

$$\sigma_{11}(x(t)) = -\varepsilon x_1(t)x_2(t),$$

$$\sigma_{22}(x(t)) = \varepsilon x_1(t)x_2(t),$$

$$\sigma_{12} = \sigma_{21} = 0.$$

[1] Робота виконана за підтримки Національного фонду досліджень України. Грант № 2020.02/0121.