

П.І. СТЕЦЮК

Інститут кібернетики ім. В.М. Глушкова НАН України, Київ, Україна,
e-mail: stetsyukp@gmail.com.

О.М. ХОМ'ЯК

Інститут кібернетики ім. В.М. Глушкова НАН України, Київ, Україна,
e-mail: khomiak.olha@gmail.com.

Є.А. БЛОХІН

Техаський університет A&M, Колледж-Стейшен, Сполучені Штати Америки,
e-mail: blokhin23@tamu.edu.

А.А. СУПРУН

Інститут кібернетики ім. В.М. Глушкова НАН України, Київ, Україна,
e-mail: anton_s2007@ukr.net.

ОПТИМІЗАЦІЙНІ ЗАДАЧІ ДЛЯ МАКСИМАЛЬНОГО k -ПЛЕКСА¹

Анотація. Побудовано квадратичну оптимізаційну задачу для знаходження максимального k -плекса у неорієнтованому графі. Наведено дві сім'ї функціонально-надлишкових квадратичних обмежень, які отримано за допомогою обмежень Булевої задачі для максимального k -плекса. Досліджено вплив функціонально-надлишкових обмежень на покращення точності Лагранжевих двоїстих оцінок для цільової функції квадратичної задачі. Розроблено алгоритм пошуку всіх максимальних k -плексів та наведено результати тестових експериментів для його реалізації за допомогою програмного пакета GLPK (GNU Linear Programming Kit).

Ключові слова: максимальний k -плекс, максимальна кліка, квадратична оптимізаційна задача, Булева задача лінійного програмування, функціонально-надлишкове обмеження, Лагранжева двоїста оцінка.

ВСТУП

Поняття k -плекса для неорієнтованого графу введено в [1] (k — деяке натуральне число). Якщо $k = 1$, то k -плекс збігається з клікою (повним підграфом) графу. Для $k > 1$ k -плекс є ослабленням поняття кліки графу. Отже, вимоги на включення вершини у k -плекс є слабкішими ніж вимоги на включення вершини у кліку. Ці поняття широко використовуються в соціології для виявлення та дослідження окремих підгруп населення, під час кластеризації даних, для оптимізації інформаційних потоків у мережах тощо (див., наприклад, [2–5]). Слід зазначити, що зазвичай оптимізаційні задачі пошуку максимальних клік та k -плексів є NP-складними.

У цій статті описано дослідження за двома оптимізаційними задачами, які призначені для знаходження максимального k -плекса у неорієнтованому графі. Перша задача є квадратичною оптимізаційною задачею, для неї описано застосування техніки Лагранжевих двоїстих оцінок [6, 7]. Друга задача є задачею Булевого лінійного програмування, для неї описано алгоритм знаходження усіх розв'язків [8].

Стаття складається з шести розділів. У розд. 1 наведено загальні відомості про k -плекс, у розд. 2 описано множину допустимих розв'язків для k -плекса графу G за допомогою системи квадратичних обмежень. У розд. 3 розглянуто квадратичну задачу знаходження максимального k -плекса та проаналізовано її зв'язок із Булевою лінійною задачею. Там же розглянуто сім'ї функціонально-надлишкових обмежень для уточнення Лагранжевих двоїстих оцінок у квадратичній задачі, що ґрунтуються на використанні обмежень Булевої лінійної задачі. У розд. 4 проаналізовано зв'язок формулювання квадратичної задачі для 1-плекса з відомим формулюванням квадратичної задачі для пошуку максимальної кліки графу. У розд. 5 розглянуто Лагранжеві двоїсті оцінки для низки

¹ Роботу виконано за підтримки CRDF Global (грант G-202102-68020).