

В.В. СЕМЕНОВ

Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна,
e-mail: *semenov.volodya@gmail.com*.

С.В. ДЕНИСОВ

Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна,
e-mail: *sireukr@gmail.com*.

**ЗБІЖНІСТЬ МЕТОДУ ЕКСТРАПОЛЯЦІЇ З МИНУЛОГО
ДЛЯ ВАРІАЦІЙНИХ НЕРІВНОСТЕЙ В РІВНОМІРНО
ОПУКЛИХ БАНАХОВИХ ПРОСТОРАХ¹**

Анотація. Досліджено два нові алгоритми для розв’язання варіаційних нерівностей у Банахових просторах. Перший алгоритм — модифікація двоетапного методу Попова, що використовує узагальнену проєкцію Альбера замість метричної. Другий алгоритм є адаптивним варіантом першого, де використовується правило поновлення величини кроку, що не вимагає знання Ліпшицевих констант та обчислень значень оператора в додаткових точках. Для варіаційних нерівностей з монотонними, Ліпшицевими операторами, що діють в 2-рівномірно опуклому та рівномірно гладкому Банаховому просторі, доведено теореми про слабку збіжність методів.

Ключові слова: варіаційна нерівність, монотонний оператор, узагальнена проєкція Альбера, 2-рівномірно опуклий Банахів простір, рівномірно гладкий Банахів простір, алгоритм, збіжність.

ВСТУП

Багато цікавих та актуальних задач дослідження операцій та математичної фізики можуть бути записані у формі варіаційних нерівностей [1–4]. Розв’язання останніх є напрямом прикладного нелінійного аналізу, що інтенсивно розвивається [5–32]. Зазначимо, що часто негладкі задачі оптимізації можуть ефективно розв’язуватися, якщо їх переформулювати у вигляді сідлових задач і застосувати алгоритми розв’язання варіаційних нерівностей [6].

З появою генерувальних змагальних нейронних мереж (generative adversarial network, GAN) алгоритми розв’язання варіаційних нерівностей викликали особливу зацікавленість також у спеціалістів у галузі машинного навчання [7].

Найвідомішим узагальненням методу проєкції градієнта для варіаційних нерівностей є екстраградієнтний метод Корпелевич [8]. Дослідження цього алгоритму описано у численних публікаціях [6, 7, 9–15]. Зокрема, пропонувались модифікації екстраградієнтного алгоритму з одним метричним проектуванням на допустиму множину [9–11]. Ефективним сучасним варіантом екстраградієнтного методу є проксимальний дзеркальний метод Неміровського [6]. Цей метод можна інтерпретувати як варіант екстраградієнтного методу з проектуванням, що розуміють у сенсі дивергенції Брегмана. Також цікавий метод двоїстої екстраполяції для розв’язання варіаційних нерівностей запропонував Нестеров [12]. Адаптивні варіанти проксимального дзеркального методу Неміровського досліджено в [13–15].

Цікаву модифікацію алгоритму Ерроу–Гурвіца для пошуку сідлових точок опукло-ввігнутих функцій запропонував Л.Д. Попов [16]. У [17] досліджено модифікацію методу Попова для розв’язання варіаційних нерівностей з монотонними операторами. А в [18] запропоновано двоетапний проксимальний алго-

¹Робота виконана за фінансової підтримки НАН України (проект «Нові методи дослідження коректності та розв’язання задач дискретної оптимізації, варіаційних нерівностей та їхнє застосування», ДР №0119U101608) та МОН України (проект «Математичне моделювання та оптимізація динамічних систем для оборони, медицини та екології», ДР №0119U100337).