

**В.В. СЕМЕНОВ**

Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна,  
e-mail: [semenov.volodya@gmail.com](mailto:semenov.volodya@gmail.com).

**С.В. ДЕНИСОВ**

Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна,  
e-mail: [sireukr@gmail.com](mailto:sireukr@gmail.com).

**Г.В. САНДРАКОВ**

Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна,  
e-mail: [gsandrako@gmail.com](mailto:gsandrako@gmail.com).

**О.С. ХАРЬКОВ**

Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна,  
e-mail: [olehharek@gmail.com](mailto:olehharek@gmail.com).

## **ЗБІЖНІСТЬ МЕТОДУ ОПЕРАТОРНОЇ ЕКСТРАПОЛЯЦІЇ ДЛЯ ВАРІАЦІЙНИХ НЕРІВНОСТЕЙ В БАНАХОВИХ ПРОСТОРАХ<sup>1</sup>**

**Анотація.** Досліджено нові ітераційні алгоритми для розв'язання варіаційних нерівностей в рівномірно опуклих банахових просторах. Перший алгоритм — модифікація методу «forward-reflected-backward algorithm», що використовує узагальнену проєкцію Альбера замість метричної. Другий алгоритм є адаптивним варіантом першого, де використовується монотонне правило поновлення величини кроку, що не вимагає знання Ліпшицевих констант та лінійного пошуку. Для варіаційних нерівностей з монотонними, Ліпшицевими операторами, що діють у 2-рівномірно опуклому та рівномірно гладкому банаховому просторі, доведено теореми про слабку збіжність методів. Також для першого алгоритму доведено оцінку ефективності в термінах функції зазору.

**Ключові слова:** варіаційна нерівність, монотонний оператор, узагальнена проєкція Альбера, 2-рівномірно опуклий банахів простір, рівномірно гладкий банахів простір, метод операторної екстраполяції, слабка збіжність, функція зазору.

### **ВСТУП**

Використовуючи варіаційні нерівності та операторні вclusions, можна отримати простий та уніфікований засіб формулювання багатьох актуальних задач оптимального керування, математичної фізики та дослідження операцій [1–6]. Створення та вивчення алгоритмів розв'язання варіаційних нерівностей та близьких задач (рівноважне програмування) є напрямком прикладної математики, що активно розвивається [7–36]. А з початком використання генерувальних змагальних нейронних мереж та інших моделей змагального або робастного навчання стійкий інтерес до алгоритмів розв'язання варіаційних нерівностей виник і серед спеціалістів у галузі машинного навчання [8]. Окремі задачі опуклої недиференційовної оптимізації можна ефективно розв'язувати, якщо їх переформулювати у вигляді сідлових (мінімаксних) задач і застосувати алгоритми розв'язання варіаційних нерівностей [9]. Крім того, нещодавно був запропонований такий варіант побудови швидких та адаптивних алгоритмів для задач опуклого програмування, а саме використавши двоїстість, перейти до еквівалентної опукло-ввігнутої сідлової задачі (гра Фенхеля) та застосувати алгоритми розв'язання варіаційних нерівностей [10].

Найпростішим методом розв'язання варіаційних нерівностей є аналог методу проєкції градієнта, що у випадку сідлової задачі відомий як метод Ерроу–Гурвіця або

<sup>1</sup>Робота виконана за фінансової підтримки НАН України (проект «Нові методи дослідження коректності та розв'язання задач дискретної оптимізації, варіаційних нерівностей та їхнього застосування», ДР 0119U101608) та МОН України (проект «Обчислювальні алгоритми і оптимізація для штучного інтелекту, медицини та оборони», ДР 0122U002026).