

Я.І. ЄЛЕЙКО

Львівський національний університет імені Івана Франка, Львів, Україна,
e-mail: yikts@yahoo.com.

О.А. ЯРОВА

Львівський національний університет імені Івана Франка, Львів, Україна,
e-mail: oksana.yarova@lnu.edu.ua, oksanayarova93@gmail.com.

СУМІШ РОЗПОДІЛІВ НА ОСНОВІ ЛАНЦЮГА МАРКОВА

Анотація. Розглянуто ланцюг Маркова, який перебуває під впливом даних зовнішнього середовища. На основі критерію Колмогорова знайдено суміш розподілів. Для вибірок нормальних розподілів побудовано емпіричні функції розподілів, знайдено ергодичний розподіл ланцюга Маркова та визначено суміш розподілів.

Ключові слова: ланцюг Маркова, матриця перехідних ймовірностей, критерій Колмогорова, нормальний розподіл, суміш розподілів.

Стани зовнішнього середовища описують за допомогою однорідного ланцюга Маркова $X(t)$ з дискретним часом $t=0, 1, \dots, n, \dots$ і скінченною множиною станів $i=1, 2, \dots, m$ з перехідними ймовірностями

$$p_{ij} = P\{X(1) = j | X(0) = i\}.$$

Матриця перехідних ймовірностей

$$P = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} & \dots & p_{1m} \\ p_{21} & p_{22} & \dots & p_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ p_{m1} & p_{m2} & \dots & p_{mm} \end{pmatrix}$$

є нерозкладною. Отже, для неї існує єдиний ергодичний розподіл p_1, \dots, p_m такий, що

$$p_k = \sum p_j \cdot p_{jk}.$$

Нехай $p_{ij}^n = P\{X(n) = j | X(0) = i\}$ — перехідна ймовірність за n кроків. Тоді $x_1^i, \dots, x_{k_1}^i, x_{k_1+1}^j, \dots, x_{k_2}^j, x_{k_2+1}^s, \dots, x_{k_3}^s \dots$ — спостереження даних на траєкторії ланцюга Маркова.

Отже,

$$\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N p_{ij}^n \rightarrow p_j.$$

Побудуємо емпіричну функцію розподілу. Позначимо

$$F_{em}^j(x) = \frac{\mu_i^j(x)}{n^j},$$

де $\mu_i^j(x)$ — кількість елементів вибірки $x_1^j(i), \dots, x_{n_j}^j(i)$.

Зауважимо, що

$$\frac{n_j}{N} \rightarrow p_j.$$

Відомо, що $n_i^j = \sum_{s=1}^{n_i^j} p_{il}^s$ — середня кількість елементів вибірки $x_1^j(i), \dots, x_{n_j}^j(i)$.

Тоді

$$\frac{n_i^j}{N} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \sum_{s=1}^{\infty} p_{ij}^s \rightarrow \infty \text{ для } N \rightarrow \infty.$$