



## СИСТЕМНИЙ АНАЛІЗ

УДК 519.85

### П.І. СТЕЦЮК

Інститут кібернетики ім. В.М. Глушкова НАН України, Київ, Україна,  
e-mail: [stetsyukp@gmail.com](mailto:stetsyukp@gmail.com).

### В.О. СТОВБА

Інститут кібернетики ім. В.М. Глушкова НАН України, Київ, Україна,  
e-mail: [vik.stovba@gmail.com](mailto:vik.stovba@gmail.com).

### С.С. ТРЕГУБЕНКО

Центральний науково-дослідний інститут Збройних Сил України, Київ, Україна,  
e-mail: [info-cvni@ukr.net](mailto:info-cvni@ukr.net).

### О.М. ХОМ'ЯК

Інститут кібернетики ім. В.М. Глушкова НАН України, Київ, Україна,  
e-mail: [khomiak.olha@gmail.com](mailto:khomiak.olha@gmail.com).

## МОДИФІКАЦІЇ ДВОЕТАПНОЇ ТРАНСПОРТНОЇ ЗАДАЧІ ТА ЇХНІ ЗАСТОСУВАННЯ<sup>1</sup>

**Анотація.** Досліджено математичні моделі лінійного та Булевого лінійного програмування для збалансованої двоетапної транспортної задачі та двох її модифікацій. Перша модифікація враховує верхні межі пропускних спроможностей проміжних пунктів, а друга модифікація дає змогу вибирати фіксовану кількість проміжних пунктів, меншу, ніж їхня загальна кількість. Для всіх випадків обґрунтовано необхідні та достатні умови сумісності систем лінійних обмежень відповідних задач математичного програмування. Розглянуто приклади застосування модифікацій для оптимального розбиття множини, задачі про  $p$ -медіану графу та оптимального розміщення заданої кількості складів. Наведено результати обчислювальних експериментів з використанням солверів Gurobi та CPLEX та мови моделювання AMPL.

**Ключові слова:** двоетапна транспортна задача, задача лінійного програмування, задача Булевого лінійного програмування, AMPL, Gurobi, CPLEX, оптимальне розбиття множини,  $p$ -медіана графу, метод  $k$ -середніх, матеріально-технічне забезпечення.

### ВСТУП

У роботах [1, 2] досліджено двоетапні неперервно-дискретні задачі оптимального розбиття-розподілу із заданими положеннями центрів підмножин та з пошуком оптимальних координат розташування центрів підмножин. Ці задачі розв'язуються двома етапами і полягають у визначенні зон збору неперервно розподіленого ресурсу (сировини) підприємствами і обсягів перевезень переробленого продукту від підприємств (перший етап) до споживачів (другий етап) з метою мінімізації сумарних витрат на транспортування ресурсу від постачальників через пункти переробки (збору, зберігання) до споживачів.

Окремим випадком таких задач є класична двоетапна транспортна задача [3, 4], де вантаж (продукцію) перевозять постачальники до споживачів тільки через проміжні пункти.

<sup>1</sup>Робота підтримана CRDF Global (грант G-202102-68020).

© П.І. Стецюк, В.О. Стовба, С.С. Трегубенко, О.М. Хом'як, 2022