УДК 519.21

Г.М. ПЕРУН
Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича,
e-mail: *perungm@ukr.net.*

В.К. ЯСИНСЬКИЙ
Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича,
e-mail: *vkyasynskyy@ukr.net.*

ЗАДАЧА КОШІ ДЛЯ СТОХАСТИЧНОГО ПАРАБОЛІЧНОГО РІВНЯННЯ З ВІДХИЛЕННЯМ АРГУМЕНТУ

Анотація. Розглянуто задачу Коші для стохастичного нелінійного рівняння параболічного типу із запізненням. За допомогою функції Гріна отримано формулу для знаходження розв'язку задачі методом кроків. Існування розв'язку встановлюється з імовірністю 1 і оцінюється за спеціально введеною нормою.

Ключові слова: задача Коші, стохастичне параболічне рівняння, метод кроків, перетворення Фур'є, функція Гріна.

Постановка задачі. У вступі до монографії [1] наголошується на тому, що диференціальні рівняння з відхиленням аргументу можна застосувати в теоріях автоматичного керування та автоколивних систем, під час вивчення процесів, пов'язаних з горінням у ракетних двигунах, біофізичних проблем, проблем довготермінового прогнозування в економіці та інших галузях науки і техніки.

Наявність відхилення-запізнення в системі, яка вивчається, є зазвичай причиною явищ, які суттєво впливають на процес. Зокрема, в системах з автоматичним регулюванням запізнення є проміжок часу, потрібний системі для реагування на вхідний імпульс. Наявність запізнення може вплинути на виникнення самовільних коливань, збільшення її нерегульованості.

У книзі [1] вивчаються як звичайні детерміновані, так і стохастичні диференціальні рівняння з відхиленням аргументу. Відомо також, що класичними результатами у галузі диференціальних рівнянь є праці математиків А.Д. Мишкіса, М.В. Азбелева, Ю.О. Митропольського, А.М. Самойленка, М.М. Перестюка, В.П. Рубаника, В.І. Фодчука, Д.І. Мартинюка, Дж. Хейла, Е.М. Райта, Р. Беллмана та багатьох інших.

Так, у статті [2] встановлюється методом кроків коректна розв'язність задачі Коші для квазілінійного B-параболічного рівняння із запізненням [1].

У монографії [3, с. 102–110] доводиться теорема про розв'язність задачі Коші для лінійного параболічного стохастичного рівняння з неперервними збуреннями, розв'язання якого в фіксовані моменти часу зазнає імпульсного впливу [4].

Формулювання основного результату. Нехай на ймовірносному базисі $(\Omega, F, \{F_t, t \ge 0\}, P)$ з неспадним потоком σ-алгебр $\{F_t, t \ge 0\}$, $F_{t_1} \subset F_{t_2}$ для $t_1 \le t_2$ випадкова функція $U(t, x, \omega)$, $(t, x) \in \Pi$, $\Pi = R^1 \times R^n$, $\omega \in \Omega$, вимірна стосовно σ-алгебри F_t і з імовірністю 1 є розв'язком рівняння з відхиленням аргументу

$$d_t U(t, x, \omega) = \left[\sum_{|k| \le 2b} A_k(t) D_x^k U(t, x, \omega) + f_1(x, U(t-h, x)) \right] dt +$$
$$+ \left[\sum_{|k| \le b} B_k(t) D_x^k U(t, x, \omega) + f_2(x, U(t-h, x)) \right] dw(t, \omega), \qquad (1)$$

де h — запізнення, $h > 0$, $w(t, \omega)$ — стандартний скалярний Вінеровий процес.