

Т.Є. РОМАНОВА

Інститут проблем машинобудування ім. А.М. Підгорного НАН України, Харків, Україна, e-mail: *tarom27@yahoo.com*.

П.І. СТЕЦЬОК

Інститут кібернетики ім. В.М. Глушкова НАН України, Київ, Україна, e-mail: *stetsyukp@gmail.com*.

А. ФІШЕР

Інститут обчислювальної математики, Технічний університет Дрездена, Дрезден, Німеччина, e-mail: *Andreas.Fischer@tu-dresden.de*.

Г.М. ЯСЬКОВ

Інститут проблем машинобудування ім. А.М. Підгорного НАН України, Харків, Україна, e-mail: *yaskov@ukr.net*.

ПРОПОРЦІЙНЕ ПАКУВАННЯ КРУГІВ У КРУГОВОМУ КОНТЕЙНЕРІ¹

Анотація. Розглянуто задачу пакування кругів заданих типів у круговому контейнері. Кругам дозволено перетинати межу контейнера у заздалегідь визначеному околі, який залежить від типу кругів (умова псевдовключення). Сім'я кругів розміщується у контейнері за умови неперетину кругів, псевдовключення та дотримання заданих пропорцій типів кругів (умова пропорційності) задля максимізації загальної кількості кругів. Побудовано математичну модель як задачу змішаного цілочислового нелінійного програмування. Запропоновано евристичний алгоритм, який застосовує задачу нелінійного програмування для пакування заданої кількості кругів у круговому контейнері, максимізуючи змінні радіуси кругів. Наведено результати обчислювальних експериментів.

Ключові слова: пропорційне пакування, круги, круговий контейнер, псевдовключення, оптимізація

ВСТУП

Оптимальне пакування кругів в обмеженій області має різноманітні практичні застосування в сучасних задачах медицини, біології, логістики та адитивного виробництва [1–4]. Задачі пакування кругів є NP-складними [5]. Багато публікацій присвячено методам розв'язання цього класу задач. Задачі пакування кругів для різних контейнерів, зокрема круга, квадрата, прямокутника, смуги та трикутника, розглянуто у роботі [6]. Шляхом використання скінченної сітки для апроксимації контейнера оптимізаційну задачу пакування кругів зведено до задачі лінійного цілочислового програмування великої розмірності. У роботі [7] цей підхід поширено на задачу пакування кругових об'єктів, які можна задати як круги в деякій метриці. Пакування рівних кругів у круговий контейнер із зонами заборони розглянуто у [8, 9]. У [10] для задачі із змінним розміром контейнера запропоновано гібридні алгоритми, що застосовують багатостартову стратегію. Пакування кругів за умови балансу досліджено в [11, 12]. У [13] розглянуто дві задачі. В першій мінімізують радіус контейнера, у другій — максимізують мінімальну відстань між кругами, а також між кругами та межею контейнера. Наведено математичні моделі задач та стратегії їхнього розв'язання із застосуванням алгоритму Шора [14–16] та методу декомпозиції [17]. Еталонні тестові приклади та найвідоміші розв'язки для пакування однакових і неоднакових кругів у різних контейнерах підсумовано на сайті Е. Specht [18].

У цій статті розглянуто задачу пакування максимальної кількості кругів за-

¹Роботу підтримано грантами Volkswagen Foundation #Az97775, #9C086 та грантом Національного фонду досліджень України (# 02.2020/167),.