

С.В. ЯКОВЛЕВ

Національний аерокосмічний університет ім. М.Є. Жуковського «Харківський авіаційний інститут», Харків, Україна; Лодзинський політехнічний університет, Лодзь, Польща, e-mail: svsyak7@gmail.com.

КОНЦЕПЦІЯ МОДЕЛЮВАННЯ ЗАДАЧ РОЗМІЩЕННЯ ТА ПОКРИТТЯ З ВИКОРИСТАННЯМ СУЧАСНИХ ПАКЕТІВ ОБЧИСЛЮВАЛЬНОЇ ГЕОМЕТРІЇ

Анотація. Розглянуто клас геометричних задач розміщення та покриття. Запропоновано нову концепцію їхнього математичного моделювання з використанням спеціального класу функцій. Для розв'язування задач використано спеціальні бібліотеки програм обчислювальної геометрії, які не потребують аналітичного вигляду функцій, що описують умови розміщення та покриття, але дають змогу здійснювати їхню перевірку. Обґрунтовано скорочення обчислювальних витрат, що розширює можливості ефективного застосування методів локальної та глобальної оптимізації. Наведено результати розв'язування тестових задач максимального покриття прямокутної області сукупністю еліпсів заданих розмірів та задачу розміщення еліпсів у прямокутнику мінімальної площі.

Ключові слова: задачі розміщення та покриття, математичне моделювання, пакети обчислювальної геометрії, оптимізація.

ВСТУП

Задачі розміщення та покриття завжди привертали особливу увагу науковців. З одного боку, це пов'язано з класичними постановками цих задач, якими цікавились математики. Перш за все йдеться про оцінки щільності покриття та розміщення ідентичних фігур простої форми у разі їхнього розташування у всьому просторі, витоки яких ґрунтуються на фундаментальних роботах Л.Ф. Тота та К.А. Роджерса [1, 2]. З іншого боку, задачі розміщення та покриття широко застосовують у різних галузях виробництва та забезпечення життєдіяльності суспільства. Це потребує побудови адекватних математичних моделей задач, що виводить їх за межі класичних постановок. Клас задач, пов'язаних з обробленням і перетворенням геометричної інформації під час синтезу складних систем з урахуванням просторової форми складових об'єктів, називають задачами геометричного проектування [3, 4]. Саме розвиток засобів обчислювальної техніки та програмного забезпечення став суттєвим поштовхом до дослідження ефективних методів розв'язування цих задач. Аналіз безлічі сучасних підходів для розв'язання прикладних задач розміщення та покриття не є метою цієї статті. Основну увагу приділено математичному моделюванню взаємного розташування геометричних об'єктів довільної просторової форми, адже формалізація і врахування відповідних вимог є обов'язковим етапом будь-якого методу розв'язування задач геометричного проектування.

1. ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ ТА ПОЗНАЧЕННЯ

Розглянемо в арифметичному Евклідовому просторі R^d , $d = 2, 3$, множину геометричних об'єктів $\Omega = \{S_0, S_1, \dots, S_n\}$. Уведемо такі позначення для множин індексів: $\mathbf{J}_n = \{1, \dots, n\}$, $\mathbf{J}_n^0 = \mathbf{J}_n \cup \{0\} = \{0, 1, \dots, n\}$. Під геометричним об'єктом $S_i \subset R^d$, $i \in \mathbf{J}_n^0$, будемо розуміти геометричне місце точок $P \in R^d$, що задовольняють нерівності $f_i(P, \mathbf{m}^i) \geq 0$. При цьому рівняння $f_i(P, \mathbf{m}^i) = 0$ задає