

**Ю.І. КАЛЮХ**

ДП «Державний науково-дослідний інститут будівельних конструкцій»;  
Інститут телекомунікацій і глобального інформаційного простору НАН України,  
Київ, Україна, e-mail: *kalyukh2002@gmail.com*.

**О.М. ТРОФИМЧУК**

Інститут телекомунікацій і глобального інформаційного простору НАН України,  
Київ, Україна, e-mail: *Trofymchuk@nas.gov.ua*.

**О.Г. ЛЕБІДЬ**

Інститут телекомунікацій і глобального інформаційного простору НАН України,  
Київ, Україна, e-mail: *o.g.lebid@gmail.com*.

**ОСОБЛИВОСТІ ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ СКІНЧЕННИХ  
РІЗНИЦЬ ДЛЯ РОЗВ'ЯЗАННЯ НЕЛІНІЙНИХ ЗАДАЧ  
ДИНАМІКИ РОЗПОДІЛЕНИХ СИСТЕМ У ПОТОЦІ**

**Анотація.** Розглянуто особливості застосування методу скінченних різниць (МСР) для розв'язання нелінійних динамічних задач розподілених систем (РС) у потоці. Показано, що основними обмеженнями застосування МСР для чисельного моделювання поширення та відбиття хвиль у РС є особливості визначальних квазілінійних рівнянь. Вони зумовлюють необхідність одночасного обчислення змінних, що відповідають швидкоплинним та повільним хвильовим процесам. Для таких систем рівнянь використовують термін «сингулярно збурена система рівнянь». Ці збурення є наслідком значної різниці у швидкостях поширення поздовжніх, конфігураційних, згинальних і крутильних хвиль у РС на фізичному рівні. З огляду на це потрібно застосовувати спеціальні покрокові за часом методи регуляризації та фільтрації чисельних результатів. Це накладає певні обмеження на можливість моделювання реальних процесів та на точність отриманих результатів і змушує застосовувати неявні різницеві схеми та високочастотну фільтрацію. Для розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь з урахуванням поганої обумовленості матриці конвективних членів експериментальним обчисленням було обрано метод регуляризації. Результати з необхідним ступенем точності можна отримати, використовуючи різницеву схему Кранка–Нікольсон навіть на грубих сітках і витрати часу при цьому будуть мінімальними. Інша ситуація спостерігається у разі порівняння результатів на грубій і більш дрібній сітках для різницевої схеми Ейлера. Непереборні помилки від похибок апроксимації відсутніх граничних умов призводять до ще більших похибок.

**Ключові слова:** метод скінченних різниць, розподілені системи, нелінійність, сингулярність, високочастотна фільтрація.

**ВСТУП**

До розподілених систем (РС) належать крила літаків та гвинтокрилів, буксирні системи постійної та змінної довжини в потоці рідини та газу, у космічному середовищі, а також лопатеві та безлопатеві повітряні генератори, палі, підводні кабелі зв'язку, опори морських нафтових платформ та ін. Розподіленими системами є усі механічні об'єкти, де один з лінійних розмірів як мінімум у 10–20 разів більший за два інших. Це космічні зв'язки на навколоземному просторі довжиною десятки кілометрів [1]; РС описують залізобетонні палі [2] в ґрунті для розрахунків напружено-деформованого стану і оцінювання технічного стану [3–5]; підводні нафто- та газопроводи [6]; буксирні системи [7–11]; системи ерліфта великої протяжності для видобутку мінералів (конкрецій) з дна океану довжиною 5–10 км [12]. Математичні моделі, що відображають динаміку РС в просторово-неоднорідному полі масових і поверхневих сил, зазвичай описуються нелінійними рівняннями в частинних похідних [5, 7, 8, 13], розв'язання яких можливе лише з використанням обчислювальних методів [7–9]. Обчислювальні методи і алгоритми для математичного моделювання РС досліджували і розробляли багато вчених,

© Ю.І. Калюх, О.М. Трофимчук, О.Г. Лебідь, 2023