УДК 519.65

П.С. МАЛАЧІВСЬКИЙ
Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача
НАН України, Львів, Україна,
e-mail: *Petro.Malachivskyy@gmail.com*.

Л.С. МЕЛЬНИЧОК
Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача
НАН України, Львів, Україна,
e-mail: *levkom@gmail.com.*

Я.В. ПІЗЮР
Національний університет «Львівська політехніка», Львів, Україна,
e-mail: *yaropolk.v.piziur@lpnu.ua.*

ЧЕБИШОВСЬКЕ НАБЛИЖЕННЯ ФУНКЦІЙ БАГАТЬОХ ЗМІННИХ РАЦІОНАЛЬНИМ ВИРАЗОМ З УМОВОЮ

Анотація. Запропоновано метод побудови чебишовського наближення функцій багатьох змінних раціональним виразом з інтерполяційною умовою. Ідея методу ґрунтується на побудові граничного середньостепеневого наближення раціональним виразом з інтерполяційною умовою у нормі простору L^p для $p \to \infty$. Для побудови такого наближення використано ітераційну схему на основі методу найменших квадратів з двома змінними ваговими функціями. Одна вагова функція забезпечує побудову середньостепеневого наближення з умовою, а друга — уточнення параметрів раціонального виразу за схемою його лінеаризації. Збіжність методу забезпечує оригінальний спосіб послідовного уточнення значень вагових функцій, який враховує результати наближення на попередніх ітераціях. Наведено результати тестових прикладів, що підтверджують швидку збіжність запропонованого методу побудови чебишовського наближення раціональним виразом з умовою.

Ключові слова: чебишовське наближення раціональним виразом, чебишовське наближення з умовою, функції багатьох змінних, середньостепеневе наближення, метод найменших квадратів, змінна вагова функція.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Нехай $f(X)$ — функція n дійсних змінних, де X — вектор, $X=(x_1, x_2, \ldots, x_n)$, неперервна в деякій обмеженій області D ($D \subset R^n$, R^n — n-вимірний векторний простір). Функцію $f(X)$, задану на множині точок $\Omega = \{X_j\}_{j=1}^{s}$ з області D ($\Omega \subset D$), потрібно наблизити на множині точок Ω раціональним виразом

$$R_{k,l}(a,b;X) = \frac{\sum_{i=0}^{k} a_i \varphi_i(X)}{\sum_{i=0}^{l-1} b_i \psi_i(X) + \psi_l(X)}, \tag{1}$$

де $\varphi_i(X)$, $i=\overline{0,k}$, та $\psi_i(X)$, $i=\overline{0,l}$, — системи лінійно незалежних неперервних на D дійсних функцій, a_i, $i=\overline{0,k}$, та b_i, $i=\overline{0,l-1}$, — невідомі параметри: $\{a_i\}_{i=0}^{k} \in A$, $A \subseteq R^{k+1}$, $\{b_i\}_{i=0}^{l-1} \in B$, $B \subseteq R^l$. Побудова чебишовського наближення функції $f(X)$ раціональним виразом (1) з умовою в точці U ($U \in \Omega$) полягає в обчисленні таких значень параметрів a^* та b^*, за яких досягається найменше значення похибки наближення

$$\max_{X \in \Omega} |f(X) - R_{k,l}(a^*, b^*; X)| = \min_{a \in A,\, b \in B} \max_{X \in \Omega} |f(X) - R_{k,l}(a,b;X)|, \tag{2}$$

і в точці U наближення $R_{k,l}(a^*, b^*; X)$ відтворює значення функції $f(U)$:

$$f(U) = R_{k,l}(a^*, b^*; U) = \nu. \tag{3}$$