



СИСТЕМНИЙ АНАЛІЗ

УДК 517.9, 519.6

Г.В. САНДРАКОВ

Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна,
e-mail: gsandrako@gmail.com.

С.І. ЛЯШКО

Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна,
e-mail: lyashko.serg@gmail.com.

В.В. СЕМЕНОВ

Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна,
e-mail: semenov.volodya@gmail.com.

МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ ФІЛЬТРАЦІЇ ДЛЯ НЕОДНОРІДНИХ СЕРЕДОВИЩ ТА ОСЕРЕДНЕННЯ¹

Анотація. Досліджено динамічні процеси фільтрації у пористих середовищах. Розглянуто пористі періодичні середовища, утворені великою кількістю «блоків» з низькою проникністю, розділених сполучною системою «розламів» з високою проникністю. Врахування структури таких середовищ для моделювання зумовлює залежність рівнянь фільтрації та їхніх коефіцієнтів від малих параметрів, що характеризують мікромасштаб пористого середовища та проникність блоків. Розглянуто початково-крайові задачі для нестационарних рівнянь фільтрації у цих пористих середовищах. Наведено осереднені задачі, які визначають наближену асимптотику розв'язків таких задач. Осереднені задачі сформульовано як початково-крайові задачі для інтегро-диференціальних рівнянь зі згортками. Доведено оцінки точності асимптотики та відповідні теореми збіжності. Встановлено твердження про розв'язність і регулярність для таких задач, які є оптимальними та не залежать від параметрів.

Ключові слова: осереднені задачі, параболічні задачі, наближені асимптотики, розв'язність, апріорні оцінки, перетворення Лапласа.

ВСТУП

Математичне моделювання динамічних процесів фільтрації рідин у пористих середовищах є актуальним для експлуатації гребель і гідроелектростанцій, розроблення методів запобігання техногенним забрудненням підземних вод та пошуку способів очищення вод від забруднень, а також у плануванні використання підземних ресурсів. Дослідження таких процесів методами інженерних спостережень на практиці є складними і вартісними через необхідність встановлювати багато датчиків на великих територіях та різних глибинах для моніторингу динаміки переміщення рідин у реальному пористому середовищі. Отже, моделювання є дієвим способом прогнозування і, можливо, оптимізації методів раціональної експлуатації гребель і гідроелектростанцій, водо-, газо-, нафтовидобування, використання, очищення і запобігання забрудненню підземних вод та ресурсів.

¹ Робота виконана за фінансової підтримки Міністерства освіти і науки України: проєкт 0122U002026 та грант Міністерства освіти і науки України на перспективний розвиток наукового напрямку «Математичні науки та природознавство» у Київському національному університеті імені Тараса Шевченка.

© Г.В. Сандраков, С.І. Ляшко, В.В. Семенов, 2023