УДК 519.217

В.К. ЯСИНСЬКИЙ
Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича, Чернівці, Україна,
e-mail: *v.yasynskyy@chnu.edu.ua.*

І.В. ЮРЧЕНКО
Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича, Чернівці, Україна,
e-mail: *i.yurchenko@chnu.edu.ua.*

КРИТЕРІЇ СТІЙКОСТІ ТА НЕСТІЙКОСТІ В СЕРЕДНЬОМУ КВАДРАТИЧНОМУ ДИФУЗІЙНИХ СТОХАСТИЧНИХ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНО-ФУНКЦІОНАЛЬНИХ СИСТЕМ ГІХМАНА–ІТО ПІД ДІЄЮ ЗОВНІШНІХ ЗБУРЕНЬ ТИПУ ВИПАДКОВИХ ВЕЛИЧИН

Анотація. Досліджено асимптотичну стійкість у середньому квадратичному тривіального розв'язку дифузійних стохастичних диференціально-функціональних рівнянь Гіхмана–Іто в термінах власних значень матриці **B**, яка побудована з коефіцієнтів цих рівнянь.

Ключові слова: критерій, стійкість розв'язку, стохастичні диференціально-функціональні рівняння Гіхмана–Іто, зовнішні збурення.

ВСТУП

Після введення поняття сильного розв'язку стохастичного диференціального рівняння вивчення його властивостей та подальшого поширення на класи стохастичних диференціально-функціональних рівнянь (див. праці Кійосі Іто, Й.І. Гіхмана, А.В. Скорохода, В.С. Королюка, Є.Ф. Царкова та ін.) стало можливим дослідження асимптотичної стійкості розв'язку для стохастичних диференціально-функціональних рівнянь (див., наприклад, [1–5]).

У запропонованій статті досліджено асимптотичну стійкість у середньому квадратичному (у середньому) тривіального розв'язку дифузійних стохастичних диференціально-функціональних рівнянь (СДФР) Гіхмана–Іто в термінах власних значень матриці **B**, яка побудована з коефіцієнтів цих рівнянь.

Якщо максимальне власне значення матриці $\mathbf{B}$ $\max \lambda_{\mathbf{B}} < 1$, то система стійка в середньому квадратичному (l.i.m.) (у середньому). Якщо $\lambda_{\mathbf{B}} > 1$, то система асимптотично нестійка в l.i.m. Досліджено також випадок, коли $\lambda_{\mathbf{B}} = 1$, де $\max \lambda_{\mathbf{B}}$ — корінь Перрона [6] додатно визначеної матриці **B**.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Нехай на ймовірнісному базисі $(\Omega, F, \{F_t, t \geq 0\}, \mathbf{P})$ задано дифузійне СДФР вигляду

$$dx(t,\omega) = \varphi(\omega)\, a(x_t)\, dt + \psi(\omega) b(x_t)\, dw(t,\omega) \tag{1}$$

за початкових умов

$$x_t|_{t=0} \equiv \{x(t+\theta), \theta \in [-r, 0]\}|_{t=0} = \alpha \in \mathbf{R}^n, \tag{2}$$

де $x(t,\omega) \in \mathbf{R}^n$; $x_t \in \mathbf{D}_n([-r,\, 0])$ — простір Скорохода [7] неперервних справа функцій, що мають лівосторонні межі; $\varphi(\omega), \psi(\omega)\colon \Omega \to \mathbf{R}^1$ — задані попарно незалежні від *n*-вимірного Вінерового процесу [8] $w(t,\omega)\colon [0,\infty) \times \Omega \to \mathbf{R}^n$ випадкові величини, що мають обмежені другі моменти

$$\mathbf{E}\{\varphi^2(\omega)\} = K_1 < \infty; \quad \mathbf{E}\{\psi^2(\omega)\} = K_2 < \infty; \tag{3}$$

$$a(x_t)\colon \mathbf{D}_n([-r,0]) \to \mathbf{R}^n; \quad b(x_t)\colon \mathbf{D}_n([-r,0]) \to \mathbf{R}^n \times \mathbf{R}^n.$$