

О.В. БОГДАНОВ

Інститут кібернетики ім. В.М. Глушкова НАН України, Київ, Україна;
 Міжнародний Інститут прикладного системного аналізу (IIASA), Лаксенбург, Австрія,
 e-mail: *oleksbogdanov@gmail.com*.

ВАРІАНТИ СТОХАСТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ SIR ТА СТРАТЕГІЇ ПРОВЕДЕННЯ ВАКЦИНАЦІЇ¹

Анотація. Наведено декілька варіантів стохастичної моделі епідемії SIR з обмеженим лікуванням. Досліджено ефективність використання різних стратегій запровадження вакцинації та запропоновано метод пошуку оптимальної стратегії вакцинування для мінімізації функціонала ціни.

Ключові слова: стохастична модель, епідемія, оптимальна стратегія.

ВСТУП

Пандемія COVID-19 досі залишається всесвітньою проблемою, і хоча кількість захворювань зменшилась порівняно з піками минулого року, вона все ще велика через появу нових штамів та неповне вакцинування населення. Також існує загроза виникнення у майбутньому нових епідемій інших захворювань.

Тож залишається важливою задача прогнозування розвитку епідемій. Розв'язання цієї задачі дасть можливість передбачити майбутнє навантаження на медичні заклади, заздалегідь зробити запаси ліків, запровадити карантинні заходи, оцінити вплив часткового вакцинування населення на динаміку поширення інфекції та знайти оптимальну стратегію запровадження вакцинації.

Однією з найбільш використовуваних моделей епідемій є модель SIR [1]. У цій моделі населення поділяється на декілька груп залежно від стану здоров'я:

- схильні до захворювання, але не хворі;
- недужі, що можуть інфікувати схильних до захворювання;
- люди, що одужали та здобули імунітет до хвороби.

У цій роботі наведено варіанти стохастичних моделей SIR з обмеженим лікуванням [2]. Запропоновано декілька версій моделі залежно від типу епідемії та стратегії проведення вакцинації, а також розглянуто пошук оптимальної стратегії вакцинування для мінімізації функціонала ціни, що залежить від передбаченої кількості хворих та витрат на запровадження вакцинації.

СТОХАСТИЧНА МОДЕЛЬ SIR З ОБМЕЖЕНИМ ЛІКУВАННЯМ

Розглянемо стохастичну модель SIR з обмеженим лікуванням [2]. Нехай $S(t)$ — кількість схильних до захворювання людей у момент часу t , $I(t)$ — кількість інфікованих. Зазвичай третім компонентом моделі є R — кількість людей, що одужали. Однак у варіантах моделі, що наведені далі, здобутий після одужання імунітет вважається постійним та абсолютно ефективним, тому величина R не впливає на подальший розвиток епідемії і динаміка цієї величини окремо не досліджується.

Спочатку розглянемо перебіг епідемії у відносно незмінній кількості населення на невеликих проміжках часу, коли поява нових інфікованих людей у середовищі, що досліджується, є незначним чинником. У цьому випадку зміни величин $S(t)$ та $I(t)$ залежать лише від розвитку епідемії і їхня динаміка описується рівняннями

¹Робота виконана за часткової підтримки Національного фонду досліджень України, грант № 2020.02.0121 та спільного проєкту IIASA (Австрія) та НАН України.