

Л.Д. ЄЛФІМОВА

Інститут кібернетики ім. В.М. Глушкова НАН України, Київ, Україна,
e-mail: larisaelf@gmail.com.

РЕКУРСИВНІ КЛІТИННІ МЕТОДИ МНОЖЕННЯ МАТРИЦЬ

Анотація. Запропоновано два рекурсивні клітинні методи множення матриць парного та непарного порядку, а саме: $n = 2^q r$ та $n = 3^q r$ ($q > 1$, r – порядок клітини, $n / r = m$), які побудовано на основі відомих швидких клітинних методів множення матриць порядку $n = 2\mu r$ ($\mu > 1$) та $n = 3\mu r$ ($\mu > 1$), що застосовуються як базові, коли $\mu = 2^q$ ($q > 0$) та $\mu = 3^q$ ($q > 0$). Надані методи множення клітинних $(m \times m)$ -матриць оперують чисельними $(r \times r)$ -клітинами, варіюють їхній порядок та характеризуються найменшою на відміну від відомих клітинних методів мультиплікативною складністю, яка дорівнює відповідно $O(1, 14m^{2.807})$ та $O(1, 17m^{2.854})$ клітинним операціям множення. Нові методи дають змогу отримати клітинні аналоги відомих алгоритмів множення матриць із максимально мінімізованою мультиплікативною складністю, оцінку якої подано на прикладі традиційного алгоритму множення матриць.

Ключові слова: лінійна алгебра, сім'я клітинних методів множення матриць, клітинні аналоги алгоритмів множення матриць.

ВСТУП

Матричні обчислення є предметом інтенсивних теоретичних та практичних досліджень. Перехід до великомасштабного паралелізму на рівні клітинних операцій дає змогу досягти найвищого ступеню паралелізму обчислень, більш вигідного співвідношення між обсягами обчислень і накладними витратами на їхню організацію, особливо на обмін даними [1].

Клітинні методи розв'язання задач великих розмірів широко використовуються в лінійній алгебрі. Відомо, що до сім'ї клітинних методів множення матриць належать швидкі [2, 4], змішані [3, 4], об'єднаний [5] та ультрашвидкий (узагальнений) [6] клітинні методи, що дають змогу отримати клітинні аналоги відомих алгоритмів множення матриць з мінімізованою мультиплікативною, адитивною та загальною складністю.

Швидкі клітинні методи множення матриць порядку $n = 2\mu r$ ($\mu > 1$) [2] та $n = 3\mu r$ ($\mu > 1$) [4] оперують чисельними $(r \times r)$ -клітинами, варіюючи їхній порядок, та мають мультиплікативну складність, яка становить відповідно $O(0.875m^3)$ та $O(0.851m^3)$ клітинних операцій множення, де $m = n / r$.

Змішані клітинні методи являють собою гібриди двох методів. Перший змішаний клітинний метод множення матриць порядку $n = 2^q \mu r$ ($q > 1$, $\mu > 1$) [3] об'єднує рекурсивний метод Штрассена [7] для множення матриць та швидкий клітинний метод множення матриць порядку $n = 2\mu r$ ($\mu > 1$) [2]. Другий змішаний клітинний метод множення матриць порядку $n = 3^q \mu r$ ($q > 1$, $\mu > 1$) [4] сполучає рекурсивний метод Лейдермана [8] для множення матриць та швидкий клітинний метод множення матриць порядку $n = 3\mu r$ ($\mu > 1$) [4]. Взаємодія двох методів дає можливість отримати мінімізовану порівняно зі швидким клітинним методом мультиплікативну складність, яка характеризує змішані методи та дорівнює відповідно $O(0.763m^3)$ та $O(0.724m^3)$ клітинним операціям множення.