

**В.В. СЕМЕНОВ**

Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна,  
e-mail: [semenov.volodya@gmail.com](mailto:semenov.volodya@gmail.com).

**С.В. ДЕНИСОВ**

Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна,  
e-mail: [sireukr@gmail.com](mailto:sireukr@gmail.com).

## **ІМПУЛЬСНА ТРАЄКТОРНО-ФІНАЛЬНА КЕРОВАНІСТЬ ПАРАБОЛІЧНО-ГІПЕРБОЛІЧНИХ СИСТЕМ<sup>1</sup>**

**Анотація.** Досліджено питання існування та єдиності узагальнених розв'язків граничних задач для рівнянь параболічно-гіперболічного типу з узагальненими функціями скінченного порядку у правих частинах. Мотивацією є аналіз задач траєкторної та фінальної керованості систем, що визначаються цими граничними задачами і зазнають зосереджених впливів типу імпульсних або точкових. Розглянуті системи можна вважати «іграшковими моделями» взаємодії твердого тіла та рідини. Отримано апіорні оцінки в негативних нормах. Доведено теореми існування та єдиності узагальнених розв'язків та теореми траєкторно-фінальної керованості систем з сингулярними впливами.

**Ключові слова:** керованість, рівняння параболічно-гіперболічного типу, апіорні оцінки, негативні норми, узагальнений розв'язок, імпульсне керування.

### **ВСТУП**

Багато прикладних проблем фізики, екології, медицини та інших галузей розв'язуються як задачі, що містять у правих частинах рівняння стану системи сингулярні узагальнені функції (імпульсне, точкове, рухоме керування тощо) [1–4]. Наразі існує велика кількість робіт з теорії узагальненого керування, що відрізняються як типом досліджуваної системи, так і математичною постановкою та підходами до розв'язання. Просторово-часова сингулярність ускладнює дослідження моделей класичними методами теорії керування [5, 6].

С.І. Ляшко запропонував розв'язувати задачі імпульсного керування лінійними системами з розподіленими параметрами, ґрунтуючись на теорії оснащених просторів [7] та методі апіорних оцінок у негативних нормах В.П. Діденка [8, 9]. Це дало змогу створити загальну теорію сингулярного (узагальненого) оптимального керування лінійними системами [10] та розв'язати чимало проблем існування слабких розв'язків неklasичних граничних задач [11–14], існування оптимальних керувань [15–17], керованості [18–20], побудови необхідних умов оптимальності та чисельних методів оптимізації [21–24].

Важливою і складною є задача фінальної керованості для розподілених систем з узагальненим керуванням. Проблема полягає у визначенні ефективної інтерпретації сліду  $u|_{t=T}$  функції стану або у доведенні теореми про підвищену регулярність. Для систем, що описують хвильові процеси, одержано низку результатів [18–20, 25].

У роботах [26, 27] розглянуто слабкі постановки граничних задач, в яких потрібно шукати функції, що задовольняють на різних частинах просторової області рівнянням параболічного (або еліптичного) і гіперболічного типів, а на межі розділу — умовам спряження дифракційного типу. Зазначимо, що відкритим залишилось питання щодо класу узагальнених розв'язків, у якому для параболічно-гіперболічної задачі з несамоспряженими еліптичними частинами спра-

<sup>1</sup>Робота виконана за фінансової підтримки МОН України (проект «Обчислювальні алгоритми і оптимізація для штучного інтелекту, медицини та оборони», 0122U002026).