УДК 512.552.22:517.952

Ю.М. БАЗИЛЕВИЧ
Придніпровська державна академія будівництва та архітектури, Дніпро, Україна,
e-mail: *bazilvch@ukr.net.*

І.А. КОСТЮШКО
Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», Київ, Україна,
e-mail: *kostushkoia5@gmail.com.*

О.Д. СТАНІНА
Дніпропетровський державний університет внутрішніх справ, Дніпро, Україна,
e-mail: *st.olga.d@gmail.com.*

РОЗВ'ЯЗАННЯ СИСТЕМИ РІВНЯНЬ ПЕРШОГО ПОРЯДКУ У ЧАСТИННИХ ПОХІДНИХ МЕТОДАМИ ДЕКОМПОЗИЦІЇ

Анотація. Описано спрощення системи рівнянь шляхом декомпозиції на незалежні підсистеми або ієрархічної (послідовної) декомпозиції. Розроблено алгебраїчні методи, які дають змогу звести матриці коефіцієнтів до блочно-діагонального або блочно-трикутного вигляду. Це дає можливість значно спростити задачу та у багатьох випадках отримати аналітичний розв'язок.

Ключові слова: матриці, перетворення подібності, диференціальні рівняння у частинних похідних, декомпозиція.

ВСТУП

Під час моделювання деяких прикладних задач виникає потреба у розв'язанні систем диференціальних рівнянь у частинних похідних першого порядку [1, 2]. Для отримання розв'язку цих систем надзвичайно корисним є максимальне спрощення цих систем, а саме зведення заданих матриць до блочно-діагонального чи блочно-трикутного вигляду [3, 4].

Ця стаття є продовженням роботи [5], в якій запропоновано новий підхід до розв'язання систем лінійних диференціальних рівнянь у частинних похідних першого порядку шляхом зведення декількох матриць системи до діагонального або блочно-діагонального вигляду. В цій роботі особливу увагу приділено методу зведення матриць коефіцієнтів до блочно-трикутного вигляду.

Спочатку розглянемо систему диференціальних рівнянь

$$A\begin{pmatrix} u_x \\ v_x \end{pmatrix} + B\begin{pmatrix} u_y \\ v_y \end{pmatrix} = G\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix}, \qquad (1)$$

де A, B, G — сталі квадратні матриці, $u = u(x, y), v = v(x, y)$ — функції, які належить визначити, $u_x = \dfrac{\partial u}{\partial x}$.

Невироджені лінійні перетворення системи (1) є такими:

а) заміна змінних $\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} = S\begin{pmatrix} U \\ V \end{pmatrix}$, де S — неособлива матриця, U, V — нові функції змінних x, y;

б) множення зліва системи на неособливу матрицю H.

При цьому матриці A, B, G набувають такого вигляду: $\widetilde{A} = HAS$, $\widetilde{B} = HBS$, $\widetilde{G} = HGS$.

За припущенням, що одна з матриць (наприклад, B) є невиродженою, систему (1) можна звести до вигляду

$$B_1\begin{pmatrix} u_x \\ v_x \end{pmatrix} + E\begin{pmatrix} u_y \\ v_y \end{pmatrix} = B_2\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix},$$