

КРАЙОВІ ЗАДАЧІ ДРОБОВО-ДИФЕРЕНЦІЙНОЇ КОНСОЛІДАЦІЙНОЇ ДИНАМІКИ ДЛЯ МОДЕЛІ З ПОХІДНОЮ КАПУТО–ФАБРІЦІО

Анотація. Одержано замкнені розв'язки деяких крайових задач дробово-диференційної фільтраційно-консолідаційної динаміки стосовно неklasичної математичної моделі з урахуванням просторово-часової нелокальності процесу. Ця математична модель сформульована з використанням похідної Капуто–Фабріціо за часовою змінною та Рімана–Ліувілля за геометричною змінною. Разом з прямою задачею консолидації для масиву скінченної потужності розглянуто обернені крайові задачі щодо визначення невідомих функцій джерела, залежних лише від геометричної або часової змінної. Наведено умови існування регулярних розв'язків розглянутих задач.

Ключові слова: математичне моделювання, дробово-диференційна динаміка консолидаційних процесів, геопористі середовища, неklasичні моделі, похідні Капуто–Фабріціо та Рімана–Ліувілля, крайові задачі, замкнені розв'язки, прямі та обернені задачі.

ВСТУП

Системні дослідження у галузі визначення закономірностей динаміки геоміграційних процесів на основі використання методології математичного і комп'ютерного моделювання є актуальним напрямком розвитку для сучасних наук, зокрема геоінформатики та геоматематики [1–5]. Варто зазначити, що за складних умов перебігу вказаних процесів у геопористих середовищах суттєвий вплив на їхню динаміку мають ефекти пам'яті та просторової нелокальності, врахування яких в математичних моделях переносу, побудованих на класичних підходах до моделювання, є достатньо ускладненим. Зазначені підходи до моделювання базуються на класичних законах переносу, які іноді є недостатньо адекватними за умов суттєвого відхилення досліджуваної системи від рівноважного стану [2, 6]. У зв'язку з цим набуває значної актуальності проблема знаходження і побудови нових, більш адекватних математичних моделей складних процесів переносу, що базуються на неklasичних законах, справедливих за умов суттєвого відхилення від рівноважного стану. Зауважимо, що протягом останніх десятиліть істотного поширення набув підхід до моделювання динаміки процесів переносу у зазначених системах, що ґрунтується на використанні апарату інтегро-диференціювання дробового порядку [7–11], який показав свою незаперечну ефективність [12–19].

У цій роботі в межах зазначеного підходу розглянуто деякі нові задачі математичного моделювання дробово-диференційної динаміки процесів фільтраційної консолидації геопористих середовищ на основі неklasичної моделі з урахуванням явища повзучості ґрунтового скелета та просторової нелокальності процесу. До того ж для розглядуваної моделі консолидації з урахуванням повзучості ґрунтового скелета та фактору просторової нелокальності консолидаційного процесу одержано як точний розв'язок прямої задачі фільтраційного ущільнення ґрунтового масиву скінченної потужності, так і розв'язки (в замкненому вигляді) деяких обернених крайових задач стосовно цієї консолидаційної моделі. Зокрема, розв'язано задачі визначення функції потужності джерела (залежної лише від геометричної змінної x) за відомою