

П.І. СТЕЦЬОК

Інститут кібернетики ім. В.М. Глушкова НАН України, Київ, Україна,
e-mail: *stetsyukp@gmail.com*.

А. ФІШЕР

Технічний університет Дрездена, Інститут обчислювальної математики,
Дрезден, Німеччина, e-mail: *Andreas.Fischer@tu-dresden.de*.

О.М. ХОМ'ЯК

Інститут кібернетики ім. В.М. Глушкова НАН України, Київ, Україна,
e-mail: *khomiak.olha@gmail.com*.

УНІФІКОВАНЕ ПРЕДСТАВЛЕННЯ КЛАСИЧНОГО МЕТОДУ ЕЛІПСОЇДІВ¹

Анотація. Розглянуто параметричну версію методу еліпсоїдів з масштабуванням простору за скалярним параметром $\lambda > 0$. Для певних значень параметра λ вона зводиться до відомих варіантів методу еліпсоїдів Шора, Хачіяна, Немировського та Юдіна. Обґрунтовано властивості двох алгоритмічних реалізацій параметризованого методу еліпсоїдів. Перший алгоритм базується на оновленні несиметричної матриці B , а другий оновлює симетричну матрицю $H = BB^T$. Описано застосування алгоритмів для розв'язання задач опуклого програмування та для знаходження сідлової точки опукло-увгнутої функції.

Ключові слова: метод еліпсоїдів, розтягнення простору, опукле програмування, сідлова точка.

ВСТУП

Віктор Михайлович Глушков у VIII главі «Математические методы оптимизации» своєї книги «Основы безбумажной информатики» [1] приділив значну увагу розвиненню теорії оптимізації, зокрема, і методу еліпсоїдів. Він зазначав, що метод еліпсоїдів є окремим випадком розробленого в Інституті кібернетики методу узагальненого градієнтного спуску з розтягненням простору в напрямку узагальненого градієнта, а також, що завдяки завершеності теорії збіжності метод еліпсоїдів використано для побудови та обґрунтування поліноміального алгоритму розв'язання задачі лінійного програмування з цілими коефіцієнтами.

Класичний метод еліпсоїдів запропонували в 1976 р. Д.Б. Юдін та А.С. Немировський [2]. Вони отримали цей метод зі схеми послідовних відсікань та назвали його модифікованим методом центрованих перерізів. Незалежно від цього метод еліпсоїдів був відкритий і Н.З. Шором у 1977 р. [3]. У цій праці метод представлено як окремий випадок субградієнтних методів з розтягненням простору, які були запропоновані Н.З. Шором наприкінці шістдесятих років [4, 5]. Зауважимо, що в 1970 р. Н.З. Шор був за крок до відкриття класичного методу еліпсоїдів. У цьому легко переконатися, якщо порівняти доведення теореми про збіжність методу еліпсоїдів, наведеної в [3], з доведенням теореми 2 у [5].

На основі субградієнтних методів з розтягненням простору в [6] запропоновано параметричну версію методу еліпсоїдів з масштабуванням простору за скалярним параметром $\lambda > 0$. Для певних значень параметра λ отримані відомі варіанти методу еліпсоїдів, а саме Н.З. Шора [3], А.С. Немировського та Д.Б. Юдіна (див. [7, с. 76]), Л.Г. Хачіяна (див. [8, лема 4]). Параметризований метод еліпсоїдів дає змогу не тільки об'єднати зазначені варіанти методів еліпсоїдів, а також запропонувати нові його варіанти [9].

У цій статті наведено властивості двох алгоритмічних реалізацій параметризованого методу еліпсоїдів. Перший алгоритм базується на оновленні неси-

¹Роботу підтримано грантом Volkswagen Foundation № 97775 та грантом Національного фонду досліджень України № 2021.01/0136