

**Д.А. КЛЮШИН**

Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна,  
e-mail: dokmed5@gmail.com.

**С.І. ЛЯШКО**

Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна,  
e-mail: lyashko.serg@gmail.com.

**Н.І. ЛЯШКО**

Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна,  
e-mail: Lyashko@nas.gov.ua.

**А.А. ТИМОШЕНКО**

Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна,  
e-mail: inna-andry@ukr.net.

## **ОПТИМАЛЬНЕ ЗОСЕРЕДЖЕНЕ КЕРУВАННЯ ПЕРЕНЕСЕННЯМ ВОЛОГИ В ПОРИСТИХ СЕРЕДОВИЩАХ**

**Анотація.** У роботі запропоновано алгоритм знаходження оптимальної потужності джерел для двовимірного квазілінійного рівняння Річардса у прямокутній області. Використано перетворення Кірхгофа з масштабуванням координат та потужностей занурених джерел, що дає змогу сформулювати безрозмірну задачу. Обґрунтовано існування розв'язку для задачі оптимізації вологоперенесення в ненасиченому пористому середовищі. Завданням цього дослідження є пошук такої потужності джерел, занурених у пористе середовище, що у кінцевий момент часу розподіл вологості буде близьким до заданих показників або цільової функції. Чисельний розв'язок призводить до наближення оптимальних значень джерел.

**Ключові слова:** рівняння Річардса, керування, оптимізація, пористе середовище, перенесення вологи.

### **ВСТУП**

Зростання дефіциту водних ресурсів на цей час є загальновізною світовою проблемою. У середньому в світі на зрошування витрачається близько 70% запасу води, а в засушливих регіонах цей показник сягає 90% [1]. З цієї причини акцентується увага на застосуванні таких економних методів, як крапельне зрошування. У свою чергу, ця технічна проблема породжує низку складних математичних задач.

Рух рідини в ненасичених пористих середовищах описують нелінійним рівнянням Річардса щодо вологості або напору [2]. Не зважаючи на зовнішній простий вигляд цього рівняння, його розв'язання пов'язане зі складнощами, які зумовлені залежністю ступеню його нелінійності від насиченості в тріщинках. Зокрема, у разі виникнення зон насичення нелінійне параболічне рівняння Річардса вироджується в лінійне еліптичне рівняння. З іншого боку, у надмірно сухих зонах виникають великі градієнти розв'язку, що також ускладнює чисельне моделювання. Для підвищення ефективності алгоритмів розв'язання рівняння Річардса його розглядають або у дивергентній формі відносно напору, або у вигляді рівняння конвективної дифузії стосовно вологості [3]. В окремих випадках це дає змогу значно покращити характеристики алгоритмів, але в цілому не усуває основних проблем. Останнім часом рівняння Річардса розв'язують зазвичай за допомогою чисельних методів, наприклад методом скінченних різниць, скінченних елементів і скінченних об'ємів [3–13] із застосуванням ітераційних методів типу Ньютона. Однак, не зважаючи на високу точність та універсальність таких методів, їхнє застосування потребує великих обчислювальних потужностей. Це стимулювало застосування чисельних методів, засно-