

Л.С. СТОЙКОВА

Київ, Україна, e-mail: stojk@ukr.net.

В.Є. ЧЕВАРДИН

Військовий інститут телекомунікацій та інформатизації імені Героїв Крут, Україна,
e-mail: vladyslav.chevardin@viti.edu.ua.

ТОЧНІ ОЦІНКИ ЙМОВІРНОСТІ ПОПАДАННЯ ВИПАДКОВОЇ ВЕЛИЧИНИ В ЗАДАНИЙ ІНТЕРВАЛ В ОДНОМУ КЛАСІ УНІМОДАЛЬНИХ РОЗПОДІЛІВ

Анотація. Розглянуто клас A унімодальних функцій розподілу $F_\mu(x)$ таких, що відомо лише два їхні перші моменти і мода m , яка співпадає з першим моментом. У класі A знайдено точні оцінки ймовірності попадання випадкової величини μ в інтервал $(0, 2m)$. Визначено додаткові параметри α_η і α_μ , які, змінюючись від 0 до ∞ , скеровують увесь процес розв'язання задачі: знаходяться екстремальні функції розподілу, що дають точні оцінки відповідному функціоналу; визначаються області існування екстремальних функцій. Задачу розв'язано для кожного фіксованого значення $\sigma_\mu \in (0, \infty)$ — середнього квадратичного відхилення випадкової величини μ від моди. Знайдено в явному вигляді унімодальні екстремальні функції розподілу $F_\mu(x)$ із класу A , на яких досягаються точні оцінки ймовірності попадання випадкової величини μ в інтервал $(0, 2m)$.

Ключові слова: точні оцінки, лінійні функціонали, класи унімодальних функцій розподілу.

ВСТУП

Запропонуємо деяке застосування розглянутої в цій роботі математичної моделі для оцінювання ймовірності влучення в мішень під час прицільної стрільби.

Нехай ціль (мішень) — це точка або деякий окіл певної точки (інтервал, смуга, коло), куди треба попасти, щоб ціль була збита. В інтервалі $(0, 2m)$ такою точкою є мода m — середина інтервалу, а інтервал — це окіл моди. Смуга має ширину $2m$, а коло — діаметр $2m$. Мода випадкової величини μ — це точка максимуму її щільності розподілу; вона має найвищу ймовірність попадання в деякий малий окіл цієї точки. Вважатимемо, що точкою прицілу є мода або її окіл. Смугою може бути, наприклад, міст, злітно-посадкова смуга, танк, канал або окрема частина дороги. Прицілюються вдовж всієї середньої лінії смуги. Колом може бути, наприклад, залізничний вузол, склади боєприпасів тощо. Прицілюються також в окіл центра кола.

У цій статті розглянуто математичну модель, в якій мінімальна ймовірність попадання в ціль не менша, ніж $2(\sqrt{2} - 1) \approx 0.82843$ для найбільшого середнього

квадратичного відхилення від моди: $\sigma_\mu \leq \sigma_{\mu 1} = \frac{m(\sqrt{2} + 1)^{1/2}}{\sqrt{3}} \approx 0.897m$. Із змен-

шенням σ_μ ця ймовірність збільшується до 1. Таку модель можна використовувати для зброї, що має такі самі показники, як деяку спробу розрахунку ймовірності попадання в ціль. Для цього потрібна лише статистика щодо середнього квадратичного відхилення від цілі на етапі випробовування зброї.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧ

Розглянемо клас A унімодальних функцій розподілу (ф.р.) $F_\mu(x)$. Випадкова величина μ — це відстань від точки її попадання в заданий інтервал до центру m .