

ДЕЯКІ КРАЙОВІ ЗАДАЧІ ДРОБОВО-ДИФЕРЕНЦІЙНОЇ ФІЛЬТРАЦІЙНОЇ ДИНАМІКИ ЩОДО БІПАРАБОЛІЧНОЇ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ

Анотація. Одержано замкнені розв'язки деяких одновимірних краївих задач моделювання аномальної фільтраційної динаміки в шаруватому геопористому середовищі в межах дробово-диференційного узагальнення біпараболічного еволюційного рівняння з частинними похідними 4-го порядку. Зокрема, наведено постановки та розв'язання прямої і оберненої модельних краївих задач геофільтраційної динаміки на основі математичної моделі з умовами спряження та визначено умови існування регулярних розв'язків цих задач.

Ключові слова: математичне моделювання, дробово-диференційна динаміка геофільтраційних процесів, некласичні моделі, біпараболічне еволюційне рівняння, дробово-диференційний аналог біпараболічного еволюційного рівняння, нестационарні країві задачі на скінченному проміжку, пряма та обернена задачі, умови спряження, замкнені розв'язки.

ВСТУП. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Математичне та комп'ютерне моделювання динаміки фільтраційних процесів у геопористих середовищах є актуальним напрямком розвитку для деяких сучасних наук, зокрема геогідродинаміки, гідрології, механіки ґрунтів, геоматематики та геоінформатики [1–5]. При цьому сучасний етап розвитку методів теоретичного вивчення динаміки процесів переносу в водонасичених геосередовищах є етапом дослідження цих процесів за складних умов їхнього перебігу, зокрема за умов суттєвого впливу на динаміку процесів ефектів пам'яті, просторової нелокальності та ін. [6, 7]. Врахування цих явищ в межах класичних математичних моделей і класичних законів переносу Фур'є та Фіка є вельми ускладненим. Внаслідок цього останнім часом набув значного поширення підхід до моделювання некласичної динаміки процесів переносу, що ґрунтуються на використанні апарату інтегро-диференціювання дробового порядку. Наразі цей підхід інтенсивно поширюється і довів свою ефективність у некласичних (зокрема, нелокальних) математичних моделях процесів переносу, наприклад в задачах некласичної теорії тепlopровідності та термопружності [8, 9], теорії аномальної дифузії [10–13], теорії фільтрації в геопористих середовищах і фільтраційної консолідації ґрутових основ [7]. У межах зазначеного підходу розглянуто низку нових задач математичного моделювання дробово-диференційної фільтраційної та фільтраційно-консолідаційної динаміки ґрутових середовищ з урахуванням явища повзучості ґрутового скелета та просторової нелокальності фільтраційного процесу. Зокрема, одержано розв'язки задач дробово-диференційної динаміки ущільнення водонасичених ґрутових масивів скінченної потужності щодо моделей з несингулярним ядром [14]. Також запропоновано нову (дробово-диференційну) математичну модель фільтрації в тріщинувато-пористому середовищі за умов врахування як ефектів пам'яті, так і одночасно ефектів просторової нелокальності, в межах якої розв'язано деякі фільтраційні задачі в прямій та оберненій постановках [15].