УДК 51.681.3

С.Л. КРИВИЙ
Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна,
e-mail: *sl.krivoi@gmail.com*.

О.В. ЧУГАЄНКО
ТОВ «SAMSUNG RND Ukraina», Київ, Україна, e-mail: *firestreami13@yahoo.com*.

АЛГОРИТМИ ПОБУДОВИ МІНІМАЛЬНОЇ ПОРОДЖУВАЛЬНОЇ МНОЖИНИ РОЗВ'ЯЗКІВ СИСТЕМ ЛІНІЙНИХ РІВНЯНЬ

Анотація. Розглянуто оптимізаційні перетворення алгоритму побудови мінімальної породжувальної множини розв'язків систем лінійних однорідних рівнянь у множині натуральних чисел. Описано особливості таких систем лінійних однорідних рівнянь, обґрунтовано оптимізаційні перетворення та наведено приклади роботи алгоритму до і після застосування оптимізаційних перетворень. Застосування алгоритму проілюстровано прикладами аналізу властивостей мереж Петрі та побудови множини базисних розв'язків у полях комплексних, дійсних, раціональних чисел та у скінченних полях.

Ключові слова: системи лінійних рівнянь, алгоритми, розв'язки, оптимізація, складність.

Є багато задач, які зводяться до розв'язання систем лінійних рівнянь (СЛР) [1, 2], що зумовило появу багатьох методів їхнього розв'язання. Особливе місце у цьому переліку посідають системи лінійних однорідних рівнянь (СЛОР), коефіцієнти яких належать кільцю цілих чисел Z, а їхні розв'язки шукають у множині натуральних чисел N. Більше століття тому було встановлено, що СЛОР такого типу мають скінченний базис множини всіх розв'язків [3, 4], але алгоритму побудови такого базису не було (тоді ще не існувало і самого поняття «алгоритм»). Дослідження з пошуку алгоритмів розв'язання СЛОР велися постійно, але особлива активність в цьому напрямі почалася у 80-х роках 20-го століття у зв'язку з роботами з побудови пруверів для теорій першого порядку. Побудова пруверів потребувала розв'язання проблеми уніфікації термів у асоціативно-комутативних теоріях першого порядку, яка зводилася до розв'язання СЛОР у множині N. Це зумовило появу алгоритмів розв'язання одного лінійного однорідного рівняння (ЛОР) [5], СЛОР [6–9] тощо. В кінці 20-го століття було розроблено TSS-метод і алгоритм розв'язання СЛОР у множині N для аналізу мереж Петрі (МП) [10]. Алгоритм, побудований на TSS-методі, описано в монографії [11]. Він застосовний для розв'язання систем лінійних обмежень типу рівностей і нерівностей. Особливістю цього алгоритму є те, що під час пошуку розв'язків СЛР не використовують операцію ділення за винятком скорочення на найбільший спільний дільник. Алгоритм знаходить мінімальну породжувальну множину розв'язків СЛОР у множині N, яка не завжди збігається з базисом множини всіх розв'язків СЛОР. Слід зазначити, що всі алгоритми розв'язання СЛР у множині N і TSS-алгоритм у тому числі мають високу часову складність [11, 12]. Але коли TSS-алгоритм застосовують до СЛР, розв'язки яких шукають у полі, то він має поліноміальну оцінку часової складності. Ця робота є продовженням [13].

1. TSS-АЛГОРИТМ ДЛЯ СЛОР У МНОЖИНІ N

Нехай задано СЛОР з цілими коефіцієнтами

$$S = \begin{cases} L_1(x) = a_{11}x_1 + \ldots + a_{1q}x_q = 0, \\ L_2(x) = a_{21}x_1 + \ldots + a_{2q}x_q = 0, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ L_p(x) = a_{p1}x_1 + \ldots + a_{pq}x_q = 0, \end{cases} \qquad (1)$$

© С.Л. Кривий, О.В. Чугаєнко, 2024