

**Х. ЦАЙ**

Інститут статистичних наук, Academia Sinica, Тайбей, Тайвань,  
e-mail: [htsai@stat.sinica.edu.tw](mailto:htsai@stat.sinica.edu.tw).

**А.В. НІКІТІН**

Національний університет «Острозька академія», Острог, Україна;  
Університет Яна Кохановського, Кельце, Польща,  
e-mail: [anatolii.nikitin@oa.edu.ua](mailto:anatolii.nikitin@oa.edu.ua); [anatolii.nikitin@ujk.edu.pl](mailto:anatolii.nikitin@ujk.edu.pl).

**ПОРОГОВІ МОДЕЛІ ДЛЯ ПРОЦЕСІВ ЛЕВІ ТА ОЦІНКА  
НАБЛИЖЕНОЇ МАКСИМАЛЬНОЇ ПРАВДОПОДІБНОСТІ<sup>1</sup>**

**Анотація.** За допомогою процесу Леві (розв'язок стохастичного диференціального рівняння Іто–Скоророхода) запропоновано конструкцію моделі порогового процесу та наближений метод максимальної правдоподібності, який ґрунтується на апроксимації логарифмічної функції правдоподібності спостережень. Знайдено оцінки параметрів дворежимного порогового стрибкового процесу з дискретно відібраними даними. Показано, що, перевіряючи співвідношення правдоподібності, можна визначити наявність порогових ефектів.

**Ключові слова:** пороговий стрибковий процес, наближений метод максимальної правдоподібності, стохастичне диференціальне рівняння.

**ВСТУП**

Як випадковий процес з незалежними приростами процес Леві утворює один з основних класів стохастичних процесів, до якого входять такі фундаментальні об'єкти теорії ймовірностей, як процеси Вінера і Пуассона [1]. Крім того, процес Леві є стандартним інструментом для моделювання невизначеності ризикових активів на фінансових ринках і його широко використовують для ціноутворення, в торгівельній галузі та для хеджування ризикованих активів.

Процес Леві має два важливі компоненти: звичайні випадкові події (може включати стрибки цін) і тенденції (відображає загальний рух ціни). За допомогою цих компонентів можна побудувати дворежимний пороговий процес.

Моделі з пороговим ефектом для випадкових процесів гауссівського типу, які враховують зсув і дифузю, добре вивчені (див., наприклад, [2–6]). Моделі з пороговим ефектом у вигляді процесів Леві, окрім заданого зсуву та дифузії, враховують стрибки, що важливо для застосування [7–9]. Наприклад, набір, за яким вибирається інтеграл для вимірювання стрибків, може визначити діапазон можливих розмірів стрибків ціни, які впливають на ціни активів.

**ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ**

Уведемо відповідні визначення, рівняння і позначення.

**Означення 1.** Процес  $\{X_t, t \geq 0\}$  будемо називати процесом Леві, якщо

- траєкторії  $X_t$  є неперервними справа майже скрізь і мають лівобічні границі;
- $P(X_0 = 0) = 1$ ;
- для  $s < t$  розподіли  $X_t - X_s$  збігаються з розподілом  $X_{t-s}$ ;
- якщо  $0 \leq s \leq t$ , то розподіл  $X_t - X_s$  не залежить від  $\{X_u, u \leq s\}$ .

<sup>1</sup> Дослідження Henghsiu Tsai підтримано Academia Sinica, Міністерством науки і технологій Тайваню, грант № MOST 110-2118-M-001-004-MY2, а також Національною науково-технічною радою Тайваню, грант № NSTC 112-2118-M-001-003-MY2.

© Х. Цай, А.В. Нікітін, 2024